

## 확률과 통계 5문제

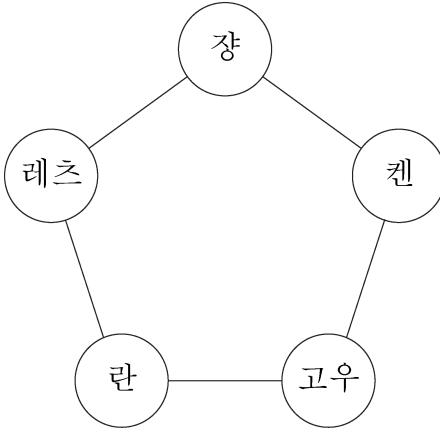
## 수학 영역

제 2 교시

1. 다음 조건을 만족하는 게임을 양, 레츠, 란, 고우, 켄 다섯 사람이 진행한다.

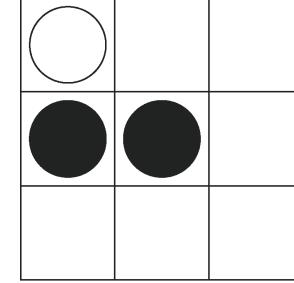
- (가) 지명자가 된 사람은 자신을 제외한 참가자 중 한 명을 지명할 수 있으며, 지명을 받은 사람은 다음 지명자가 된다.  
 (나) 최초 지명자를 제외한 나머지 지명자는 사람을 지명하기 전에 ‘으’를, 지명자의 양 옆의 사람들은 ‘악악’을, 나머지는 ‘케’을 외친다.

다섯 명이 그림과 같이 앉아있을 때, 장이 최초 지명자이고, 7번째 지명자가 지명된 직후 레츠가 ‘으악’을 2번 외쳤을 확률이  $p$ 라 하자.  $mp$ 가 자연수가 되는 가장 작은 수  $m$ 의 값을 구하시오. (단, ‘으’와 ‘악’사이에 아무 단어도 와치지 않으면 ‘으악’을 외친 것으로 본다.) [4점]



2. 갑과 을은 윗면과 아랫면이 각각 흰색과 검은색으로 칠해진 원판을 가지고 조건을 만족하는 게임을 진행한다.

- (가) 갑과 을이 번갈아가며 원판을 놓고,  $n$ 번째 원판이 놓인 시점을  $\langle n \text{수} \rangle$ 라고 한다.  
 (나) 상대방의 원판이 자신의 원판 사이에 있을 때, 원판끼리 직선을 이루면 상대의 원판을 뒤집는다.  
 (다) 상대방의 원판 사이에 자신의 원판을 놓을 수 없다.

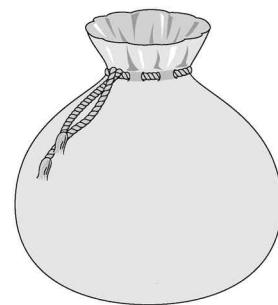


위의 그림은 갑은 원판의 검은 색을, 을의 원판의 흰색을 자신의 것으로 할 때, 갑이 먼저 원판을 놓아  $\langle 3 \text{수} \rangle$ 가 끝난 상황의 모습으로,  $\langle 6 \text{수} \rangle$ 가 끝난 상황에서 을의 원판이 5개 이상일 확률을  $\frac{p}{q}$ 라 할 때  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 격자의 임의의 칸에 원판을 놓을 수 있고, 이미 놓인 원판에 의해서 원판은 뒤집히지 않는다.) [4점]

3. 정수  $a, b, c, d, e, f$ 가 다음 조건을 만족할 때 순서쌍  $(a, b, c, d, e, f)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $a^b = 36^k$  ( $k = 1, 2, 3$ )  
(나) 두 벡터  $\vec{p}(c, d), \vec{q}(e, f)$ 는 서로 직각을 이룬다.  
(다)  $a \times b \times c \times d \times e \times f = 2^4 \times 3^5$

4. 주머니에 1에서  $n$ 까지의 숫자가 적혀 있는 공이 1개씩 있다. 공 2개를 동시에 꺼내 적혀 있는 숫자를 기록한다. 이를 세 번 반복할 때, 적힌 숫자의 평균이 4인 경우의 수가 19이다.  $n$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]



5. 장비의 강화 수치를 올려주는 강화 주문서가 두 종류 있다.

강화 주문서 A는 장비의 강화 수치를 1, 강화 주문서 B는 장비의 강화 수치를 2 올려준다. 주문서를 3번 사용했을 때, 처음 강화 수치가 0인 장비의 강화 주문서 사용 후 강화 수치를 확률 변수  $X$ 이라 하자. 다음은 확률 변수  $X$ 의 확률분포표의 일부를 나타낸 것이다.

X	0	1	...	5	6	합계
P(X)	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	...	$a$	$b$	1

메레가 강화 주문서를 4번 사용하여 강화 수치가 0인 아이템의 강화수치를 3으로 올릴 확률을  $p$ 라 하자. 주문서 A를  $81\left(p - \frac{b}{a}\right)$ 번 사용했을 때, 장비의 강화 수치의 기댓값을 구하시오. (단, 강화 주문서 A의 강화 성공 확률은 B보다 크고, 메레는 강화 주문서 A와 B중 하나를 무작위로 선택한다.) [4점]