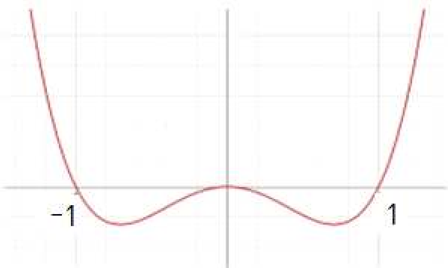
**1. 작년 수학 A형 210제 119번**

미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$에 대하여 함수 $y=xf'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 보기에서 있는대로 고른 것은? (단, $f'(-1)=f'(1)=0$)

| 보기 |
|---|
| ㄱ. $f(x)$는 $x=-1$에서 극솟값을 갖는다. |
| ㄴ. $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값을 갖는다. |
| ㄷ. 열린 구간 (0,1)에서 $f(x)$는 증가한다. |




① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**문제의 그래프는 $y=xf'(x)$의 그래프이고 보기에서는 $y=f(x)$의 그래프를 묻고 있기 때문에 조심해야 합니다!!**

**일단 ㄱ에서 $x=-1$에서 극소를 가지냐고 물었네요.**

| | $y=xf'(x)$의 부호 | $x$부호 | $f'(x)$부호 |
|---|---|---|---|
| $x<-1$ | + | - | -> - |
| $x>-1$ | - | - | -> + |

**일단 그래프를 보고 표에 있는 정보를 읽어낼 수 있고, 여기서 $y=xf'(x)$의 부호는 그래프의 함숫값이 양수냐, 음수냐 보는 것입니다.**

**$f'(x)$의 부호는 여기서 추론하게 되는데, $x<-1$에서 $y=xf'(x)$의 부호가 양수이므로, $x$의 부호는 음수이므로 $f'(x)$의 부호는 음수입니다.**

**$x>-1$에서 $y=xf'(x)$의 부호가 음수가 되려면 $x$의 부호 음수이므로 $f'(x)$의 부호는 양수 입니다. 따라서 $f'(x)$의 부호는 음 ->양 으로 바뀌므로 $x=-1$에서 극솟값을 가집니다.**

**ㄴ. $x=0$에서 극대를 가지려면,**

| | $y=xf'(x)$의 부호 | $x$부호 | $f'(x)$부호 |
|---|---|---|---|
| $x<0$ | - | - | -> + |
| $x>0$ | - | + | -> - |

**$f'(x)$의 부호가 양 ->음 으로 바뀌었기 때문에 $f(x)$는 $x=0$ 에서 극대를 가집니다.**

**ㄷ. 구간** (0,1)**에서** $f(x)$**가 증가하려면** $f'(x)$**의 부호가 양수여야 합니다.**

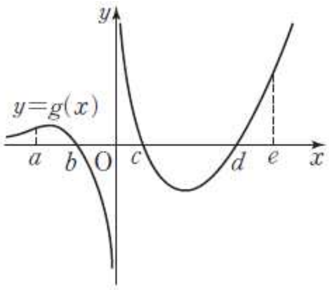
| | $y=xf'(x)$의 부호 | $x$부호 | $f'(x)$부호 |
|---|---|---|---|
| $0<x<1$ | - | + | -> - |

$y=xf'(x)$**의 부호가 -가 되려면** $f'(x)$**의 부호는 음수이므로 감소하고 있으므로 증가하고 있다는 틀립니다.**

**ㄱ, ㄴ이 맞으므로 답은 3번입니다.**

**2. 2013 B형 7월 18번 교육청**

실수 전체의 집합에서 함수 $f(x)$가 미분가능하고 도함수 $f'(x)$가 연속이다. $x$축과의 교점의 $x$좌표가 $b$, $c$, $d$뿐인 함수 $g(x)=\dfrac{f'(x)}{x}$의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (4점)




| 보기 |
| --- |
| ㄱ. 함수 $f(x)$는 열린구간 $(b,\ 0)$에서 증가한다. |
| ㄴ. 함수 $f(x)$는 $x=b$에서 극솟값을 갖는다. |
| ㄷ. 함수 $f(x)$는 닫힌구간 $[a,\ e]$에서 $4$개의 극값을 갖는다. |

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

| | $g(x)=\dfrac{f'(x)}{x}$의 부호 | $x$부호 | $f'(x)$부호 |
| --- | --- | --- | --- |
| $x<b$ | + | - | -> - |
| $b<x<0$ | - | - | -> + |
| $0<x<c$ | + | + | -> + |
| $c<x<d$ | - | + | -> - |
| $d<x<e$ | + | + | -> + |
| $x>e$ | + | + | -> + |

**그래프로 위의 표의 정보를 얻어낼 수 있고,**

$g(x)=\dfrac{f'(x)}{x}$**의 부호와 $x$의 부호를 이용하여 $f'(x)$의 부호를 추론합니다.**

**ㄱ. 보기에서 $(b,\ 0)$에서 $f'(x)$의 부호는 양수이므로 증가하는 것이 맞다.**

**ㄴ. 보기에서 $f(x)$는 $x=b$에서 극소를 가지냐고 물었는데 $f'(x)$의 부호가 음수에서 양수로 바뀌므로 극소를 가진다.**

**ㄷ. $[a,\ e]$에서 부호변화는 3번밖에 없으므로 4개의 극값을 가질 수 없다.**

**ㄱ과 ㄴ만 맞네요. 답은 3번입니다.**