

# 04 확률의 뜻과 활용

## 확률과 통계 교과서 Review

### 문제 1

1, 2, 3, 4, 5의 수가 각각 적힌 5장의 카드가 있다. 이 중에서 임의로 한 장씩 뽑아서 순서대로 늘어놓아 네 자리의 자연수를 만들 때, 다음을 구하여라.

- (1) 짝수가 될 확률
- (2) 4200보다 클 확률

### 문제 2

1부터 6까지의 자연수가 각각 적힌 주사위 1개와 앞면에 2, 뒷면에 4가 적힌 동전 1개를 동시에 던질 때, 나오는 두 수에 대하여 다음을 구하여라.

- (1) 두 수의 합이 4의 배수일 확률
- (2) 두 수의 곱이 4의 배수일 확률

### 문제 3

남녀 합하여 36명인 반에서 청소 당번 2명을 제비뽑기로 뽑을 때, 2명이 모두 남학생이거나 여학생일 확률이  $\frac{1}{2}$ 이라고 한다. 이때 남학생은 모두 몇 명인지 구하여라. (단, 남학생의 수는 15명보다 많다.)

### 문제 4

서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 던졌을 때, 나온 눈의 수를 차례로  $a, b, c$ 라고 하자. 이때  $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 > 0$ 일 확률을 구하여라.

## O4 확률의 뜻과 활용

### 확률과 통계 교과서 Review

#### 문제 5

1, 2, 3, 4, 5가 각각 적힌 5장의 카드 중에서 임의로 한 장씩 뽑아 세 자리의 자연수를 만들려고 한다. 이 자연수가 120 이상인 사건을  $A$ 라고 할 때,  $P(A)$ 를 구하여라. (단, 한 번 뽑은 카드는 다시 뽑지 않는다.)

#### 문제 6

세 학생 A, B, C가 하나씩 가져온 선물을 각각  $a, b, c$ 라고 할 때,  $a, b, c$ 가 각각 적힌 세 장의 종이가 들어 있는 통에서 세 학생이 임의로 한 장씩 뽑아 그 종이에 적힌 선물을 받게 된다고 한다. 세 학생 모두 자신이 가져 오지 않은 선물을 받게 될 확률을 구하여 보자.

#### 문제 7

수영, 마루, 현아 세 사람이 태어난 달은 모두 11월이라고 한다. 세 사람 중에서 적어도 두 사람의 생일이 같을 확률을 구하는 방법을 설명하고, 그 확률을 구하여 보자.

#### 문제 8

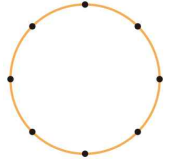
서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던지는 시행에서 나온 두 눈의 수를 각각  $a, b$ 라고 할 때,  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2\sqrt{a}x + b = 0$ 이 중근을 가질 확률을 구하여라.

# 04 확률의 뜻과 활용

## 확률과 통계 교과서 Review

### 문제 9

오른쪽 그림과 같이 원의 둘레를 8등분하는 8개의 점이 있다. 이 중에서 세 점을 임의로 택하여 그 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 다음을 구하여라.



- (1) 만들 수 있는 삼각형의 개수
  
- (2) 만들 수 있는 이등변삼각형의 개수
  
- (3) 만들어진 삼각형이 이등변삼각형일 확률

### 문제 10

1부터 7까지의 자연수가 각각 적힌 7장의 카드에서 임의로 3장을 뽑으려고 한다. 뽑힌 카드에 적힌 숫자의 크기순으로 카드를 배열할 때, 카드에 적힌 숫자를 차례로  $a, b, c$ 라고 하자.  $b$ 가 5일 확률이  $\frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라.

(단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

### 문제 11

오른쪽 그림과 같이 좌석 번호가 지정된 8개의 좌석에 남학생 6명, 여학생 2명이 한 명씩 앉으려고 한다. 여학생 2명이 앉은 좌석 번호의 차가 10 이하일 확률은?

- ①  $\frac{1}{1344}$
- ②  $\frac{5}{112}$
- ③  $\frac{5}{56}$
- ④  $\frac{15}{56}$
- ⑤  $\frac{15}{28}$

11	12	13
21	X	23
31	32	33

### 문제 12

전체집합  $U = \{a, b, c, d\}$ 의 모든 부분집합이 각각 적힌 크기가 같은 카드 16장이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 카드를 한 장씩 두 번 꺼낼 때, 첫 번째 카드에 적힌 집합을  $A$ , 두 번째 카드에 적힌 집합을  $B$ 라고 하자.  $A \not\subset B$ 이고  $B \not\subset A$ 일 확률을  $\frac{q}{p}$  ( $p, q$ 는 서로소인 자연수) 라고 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, 꺼낸 카드는 다시 넣는다.)

## O4 확률의 뜻과 활용

### 확률과 통계 교과서 Review

#### 문제 13

부모를 포함하여 여섯 명의 가족이 원탁에 둘러앉을 때, 부모가 이웃하지 않게 앉을 확률을 구하여라.

#### 문제 14

두 사건  $A, B$ 에 대하여  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$ 일 때,  $P(A \cup B)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하는 풀이 과정과 답을 써라.

#### 문제 15

한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 눈의 수를 차례로  $m, n$ 이라고 하자. 등식  $i^{m+n} = 10$ 이 성립할 확률을  $\frac{q}{p}$ 라고 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $i = \sqrt{-1}$ 이고  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

# O4 확률의 뜻과 활용

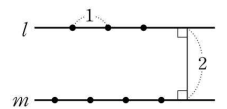
## 확률과 통계 교과서 Review

### 문제 16

두 사건  $A, B$ 는 서로 배반사건이고  $P(A \cap B^c) = 0.4$ ,  $P(A^c \cap B) = 0.3$ 일 때  $P(A \cup B)$ 는?  
 ① 0.4      ② 0.5      ③ 0.6      ④ 0.7      ⑤ 0.8

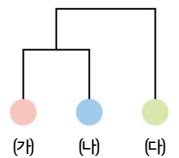
### 문제 17

오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선  $l, m$  위에 각각 3개, 4개의 점이 있고, 이웃하는 두 점 사이의 거리는 1, 두 직선 사이의 거리는 2이다. 이 중에서 임의로 3개의 점을 택하여 이 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 만들 때, 삼각형의 넓이가 2 이상일 확률을 구하여라.



### 문제 18

어떤 시합에서 A가 B를 이길 확률은  $\frac{1}{2}$ , B가 C를 이길 확률은  $\frac{3}{4}$ , C가 A를 이길 확률은  $\frac{1}{4}$ 이다. 오른쪽 그림의 대진표와 같이 토너먼트 방식으로 시합을 진행하고, A, B, C 세 사람이 각각 (가), (나), (다)에 배정될 가능성이 모두 같을 때, A가 우승할 확률을 구하여라. (단, 비기는 경우는 없다.)



# O4 확률의 뜻과 활용

## 확률과 통계 교과서 Review

### <정답 및 해설> 확률과 통계 - 4단원. 확률의 뜻과 활용

1. (1) 5장의 카드 중에서 4장을 뽑아 네 자리의 자연수를 만드는 경우의 수는

$${}_5P_4 = 120$$

이때 만든 자연수가 짝수가 되려면 일의 자리의 수가 짝수이어야 하므로 그 경우의 수는

$${}_2P_1 \times {}_4P_3 = 48$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{48}{120} = \frac{2}{5}$$

(2) 5□□□인 경우의 수는  ${}_4P_3 = 24$

45□□인 경우의 수는  ${}_3P_2 = 6$

43□□인 경우의 수는  ${}_3P_2 = 6$

42□□인 경우의 수는  ${}_3P_2 = 6$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{24+6+6+6}{120} = \frac{42}{120} = \frac{7}{20}$$

2. (1)  $\frac{1}{4}$       (2)  $\frac{3}{4}$

3. 21명

4.  $\frac{35}{36}$

5. 1

6. [정답]  $\frac{1}{3}$

[풀이]

세 학생 A, B, C는 오른쪽과 같이 6가지 경우로 선물을 받을 수 있다.

이때 세 학생 모두 자신이 가져 오지 않은 선물을 받게 되는 경우의 수는 2이므로 구하는 확률은

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

학생 A    학생 B    학생 C

$a \begin{cases} b - c \\ c - b \end{cases}$

$b \begin{cases} a - c \\ c - a \end{cases}$

$c \begin{cases} a - b \\ b - a \end{cases}$

(단, a, b, c는 각각 학생 A, 학생 B, 학생 C가 가져온 선물이다.)

7. [정답]  $\frac{22}{225}$

[풀이]

세 사람의 생일이 모두 다를 확률을 구한 후, 여사건의 확률을 이용한다.

세 사람의 생일이 모두 다를 확률은

$$\frac{30 \times 29 \times 28}{30 \times 30 \times 30} = \frac{203}{225}$$

이므로 세 사람 중에서 적어도 두 사람의 생일이 같을 확률은

$$1 - \frac{203}{225} = \frac{22}{225}$$

# O4 확률의 뜻과 활용

## 확률과 통계 교과서 Review

8. [정답]  $\frac{1}{6}$

[풀이]

이차방정식  $x^2 + 2\sqrt{a}x + b = 0$ 이 중근을 가지려면 이 이차방정식의 판별식을  $D$ 라고 할 때

$$\frac{D}{4} = (\sqrt{a})^2 - b = 0, a = b$$

위의 조건을 만족시키는 순서쌍은

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

의 6개이므로 구하는 확률은

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

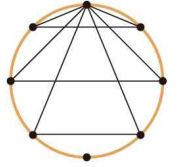
9. [정답] (1) 56 (2) 24 (3)  $\frac{3}{7}$

[풀이]

(1)  ${}_8C_3 = 56$

(2) 오른쪽 그림과 같이 한 점에 대하여 3개의 이등변삼각형을 만들 수 있으므로 만들 수 있는 이등변삼각형의 개수는  $3 \times 8 = 24$

(3)  $\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$



10. [정답] 43

[풀이]

$b$ 가 5이려면  $a \in \{1, 2, 3, 4\}$ 이고  $c \in \{6, 7\}$ 이어야 한다.

따라서 구하는 확률은  $\frac{{}_4C_1 \times {}_2C_1}{{}_7C_3} = \frac{8}{35}$ 이므로

$$p + q = 35 + 8 = 43$$

11. [정답] ⑤

[풀이]

(i) 좌석 번호의 차가 10인 경우는

(11, 21), (13, 23), (21, 31), (23, 33)

(ii) 좌석 번호의 차가 9인 경우는

(12, 21), (23, 32)

(iii) 좌석 번호의 차가 8인 경우는

(13, 21), (23, 31)

(iv) 좌석 번호의 차가 2인 경우는

(11, 13), (21, 23), (31, 33)

(v) 좌석 번호의 차가 1인 경우는

(11, 12), (12, 13), (31, 32), (32, 33)

(i)~(v) 각각의 경우에 대하여 남학생을 앉히는 경우의 수를 생각하여야 하므로 확률은

$$\frac{15 \times 6! \times 2!}{8!} = \frac{15}{28}$$

# O4 확률의 뜻과 활용

## 확률과 통계 교과서 Review

12. [정답] 183

[풀이]

$U = \{a, b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수는  $2^4 = 16$ 이고, 이 중에서 임의의 두 집합을 선택하는 경우의 수는

$${}_{16}P_2 = 16^2 = 256$$

$A \subset B$ 인 경우의 수는

(i)  $n(B) = 4$ 일 때,  ${}_4C_4 \cdot 2^4 = 16$

(ii)  $n(B) = 3$ 일 때,  ${}_4C_3 \cdot 2^3 = 32$

(iii)  $n(B) = 2$ 일 때,  ${}_4C_2 \cdot 2^2 = 24$

(iv)  $n(B) = 1$ 일 때,  ${}_4C_1 \cdot 2^1 = 8$

(v)  $n(B) = 0$ 일 때,  ${}_4C_0 \cdot 2^0 = 1$

이상에서  $A \subset B$ 인 경우의 수는

$$16 + 32 + 24 + 8 + 1 = 81$$

같은 방법으로  $B \subset A$ 인 경우의 수도 81이다.

또,  $A = B$ 인 경우의 수는 16이다.

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{81 + 81 - 16}{256} = \frac{55}{128}$$

이므로  $p + q = 128 + 55 = 183$

13. [정답]  $\frac{3}{5}$

[풀이]

여섯 명이 원탁에 둘러앉는 방법의 수는

$$(6-1)! = 5!$$

부모가 이웃하게 앉는 방법의 수는

$$(5-1)! \cdot 2! = 4! \cdot 2!$$

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{4! \cdot 2!}{5!} = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

14. [정답] 최댓값은  $\frac{3}{4}$ , 최솟값은  $\frac{1}{2}$

[풀이]

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 이므로  $P(A \cap B)$ 가 최소일 때  $P(A \cup B)$ 는 최대이고,  $P(A \cap B)$ 가 최대일 때  $P(A \cup B)$ 는 최소이다.

(i)  $P(A \cap B)$ 가 최소일 때

$P(A \cap B) = 0$ 이므로

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

(ii)  $P(A \cap B)$ 가 최대일 때

$P(A) < P(B)$ 이므로  $P(A \cap B) = P(A)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$$

(i), (ii)에서  $P(A \cup B)$ 의 최댓값은  $\frac{3}{4}$ , 최솟값은  $\frac{1}{2}$ 이다.



# O4 확률의 뜻과 활용

## 확률과 통계 교과서 Review

15. [정답] 5

[풀이]

$i^{m+n} = 10$  성립하려면  $m+n$ 은  $4k$

( $k$ 는 자연수) 꼴이어야 하므로  $m+n = 4$ ,

$m+n = 8$ ,  $m+n = 12$ 이다.

그러므로  $m, n$ 의 순서쌍 ( $m, n$ )은

(1, 3), (2, 2), (3, 1), (2, 6), (3, 5),

(4, 4), (5, 3), (6, 2), (6, 6)

의 9개이므로 구하는 확률은

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

따라서  $p+q = 4+1 = 5$ 이다.

16. [정답] ④

[풀이]

$A \cap B = \emptyset$ 이므로

$$A \cap B^c = A - B = A,$$

$$A^c \cap B = B - A = B$$

따라서  $P(A \cap B^c) = P(A) = 0.4$ ,  $P(A^c \cap B) = P(B) = 0.3$ 이므로

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= 0.4 + 0.3 = 0.7$$

17. [정답]  $\frac{13}{30}$

[풀이]

삼각형이 만들어지는 경우는 직선  $l$ 에서 2개의 점, 직선  $m$ 에서 1개의 점을 택하는 경우와 직선  $l$ 에서 1개의 점, 직선  $m$ 에서 2개의 점을 택하는 경우가 있다.

따라서 삼각형이 만들어지는 경우의 수는

$${}_3C_2 \times {}_4C_1 + {}_3C_1 \times {}_4C_2 = 30$$

(i) 삼각형의 넓이가 2인 경우

직선  $l$  위의 점에서 선분의 길이가 2인 두 점을 택하는 경우의 수는 1이고, 직선  $m$  위의 네 점 중에서 한 점을 택하는 경우의 수는  ${}_4C_1 = 4$ 이므로

그 경우의 수는

$$1 \times 4 = 4$$

또, 직선  $m$  위의 점에서 선분의 길이가 2인 두 점을 택하는 경우의 수는 2이고, 직선  $l$  위의 세 점 중에서 한 점을 택하는 경우의 수는

${}_3C_1 = 3$ 이므로 그 경우의 수는

$$2 \times 3 = 6$$

(ii) 삼각형의 넓이가 3인 경우

직선  $m$  위의 점에서 선분의 길이가 3인 두 점을 택하는 경우의 수는 1이고, 직선  $l$  위의 세 점 중에서 한 점을 택하는 경우의 수는  ${}_3C_1 = 3$ 이므로

그 경우의 수는

$$3 \times 1 = 3$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{4+6+3}{30} = \frac{13}{30}$$

# O4 확률의 뜻과 활용

## 확률과 통계 교과서 Review

18. [정답]  $\frac{7}{16}$

[풀이]

(i) A가 (다)에 배정되고 결승에서 B와 만나는 경우

B가 C를 이길 확률이  $\frac{3}{4}$ , A가 B를 이길 확률이

$\frac{1}{2}$ 이므로 A가 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \left( \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{8}$$

(ii) A가 (다)에 배정되고 결승에서 C와 만나는 경우

C가 B를 이길 확률이  $\frac{1}{4}$ , A가 C를 이길 확률이

$\frac{3}{4}$ 이므로 A가 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \left( \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \right) = \frac{1}{16}$$

(iii) B가 (다)에 배정되는 경우

A가 C를 이길 확률이  $\frac{3}{4}$ , A가 B를 이길 확률이  $\frac{1}{2}$ 이므로 A가 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \left( \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{8}$$

(iv) C가 (다)에 배정되는 경우

A가 B를 이길 확률이  $\frac{1}{2}$ , A가 C를 이길 확률이  $\frac{3}{4}$ 이므로 A가 우승할 확률은

$$\frac{1}{3} \times \left( \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \right) = \frac{1}{8}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{16}$$