

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\sin\theta + \cos\theta = -\frac{1}{2}$ 일 때, $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{3}{8}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)^x}{\tan^2 2x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 4

3. 함수 $f(x) = 2^{2x-1} + 1$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\ln 2$ ② $2\ln 2$ ③ $3\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $6\ln 2$

4. 정적분 $\int_1^{14} \sqrt[3]{2x-1} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 28 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

5. $-1 \leq x \leq 1$ 인 범위에서 정의된 함수 $f(x) = a^{x-2} + 1$ 의 최댓값이 9이고 $f'(x) < 0$ 일 때, $f(x)$ 의 최솟값은?
(단, a 는 $a > 0$, $a \neq 1$ 인 상수) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

7. $7 < a < b < c < d < 17$ 을 만족하는 자연수 a, b, c, d 에 대하여 집합 S 를 $S = \{a, b, c, d\}$ 로 나타낼 때, 만들 수 있는 집합 S 의 개수는? [3점]

- ① 124 ② 126 ③ 128 ④ 130 ⑤ 132

6. 다음 중 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 과 x 축 및 두 직선 $x = 2$, $x = 4$ 로 둘러싸인 부분의 넓이와 같은 값인 것은? [3점]

- ① $\int_1^3 \frac{1}{x} dx$ ② $\int_3^5 \frac{1}{x} dx$ ③ $\int_4^5 \frac{1}{x} dx$
④ $\int_2^6 \frac{1}{x} dx$ ⑤ $\int_5^{10} \frac{1}{x} dx$

8. 함수 $f(x) = 8\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) - 1$ 의 최댓값을 a , 주기를 p 라 할 때, $a + f(p)$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

9. 미분 가능한 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(-2, f(-2))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = 3x + 4$ 이다. 함수 $y = (f \circ f)(x)$ 의 $x = -2$ 에서의 미분계수는?

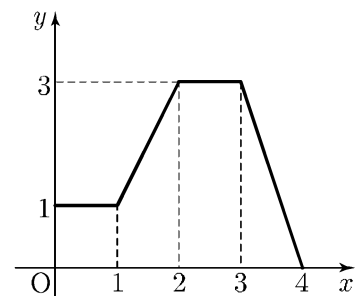
[3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

10. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽과 같다.

$\int_2^{\sqrt{6}} xf(x^2 - 3)dx$ 의 값은?

[3점]



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

11. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 구간 (a, b) 에서 미분가능하다. 구간 $[a, b]$ 에서 $g'(x) \neq 0$ 일 때 다음은 $\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$ (단, $a < c < b$)인 c 가 적어도 하나 존재함을 보이는 과정이다.

평균값의 정리에 따라

$$g(b) - g(a) = \text{[가]} g'(c) \quad (\text{단, } a < c < b)$$

인 c 가 존재하고 가정에서 $g(a) \neq g(b)$ 이므로

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = k \quad \dots \text{①}$$

라 하자.

$$F(x) = f(x) - f(a) - k\{g(x) - g(a)\}$$

라 하면 함수 $F(x)$ 는 구간 $[a, b]$ 에서 연속이고

구간 (a, b) 에서 미분가능하다. 또

$$F(a) = F(b) = \text{[나]}$$

이므로 롤의 정리에 의해

$$F'(c) = f'(c) - \text{[다]} = 0$$

인 c 가 적어도 하나 존재한다.

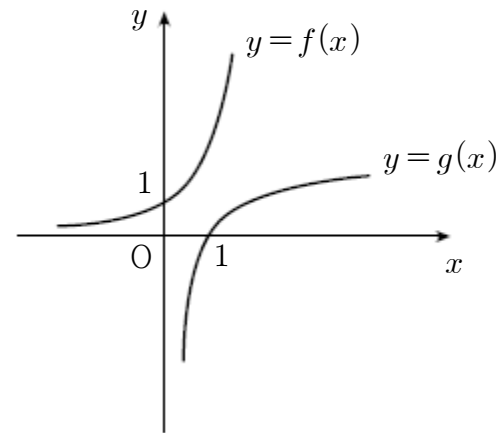
따라서 ①에서

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)} \quad (\text{단, } c < a < b)$$

위의 \square 의 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것을 고르면? [3점]

- ① (가) : $a-b$ ② (가) : $a+b$ ③ (나) : $F(c)$
 ④ (다) : $kf'(c)$ ⑤ (다) : $kg'(c)$

- [12 ~ 13] 함수 $f(x) = e^{2x}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 이때 두 함수의 그래프는 다음과 같다. 12번과 13번의 두 물음에 답하시오.



12. 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 P에서의 접선이 원점 O를 지날 때 \overline{OP}^2 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4e^2+1}{4}$ ② $\frac{4e^2+e}{4}$ ③ $\frac{e^2+1}{4}$
 ④ $\frac{e^2+4}{4}$ ⑤ $\frac{4e^2+1}{2}$

13. 두 곡선 $y = f(x-a)$, $y = g(x)+a$ 가 단 한 점에서 만날 때 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2-\ln 2}{2}$ ② $\frac{1+\ln 2}{4}$ ③ $\frac{1+\ln 2}{2}$
 ④ $\frac{1+\ln 3}{2}$ ⑤ $\frac{2-\ln 3}{2}$

14. 같은 종류의 연필 12자루를 3명의 학생에게 나누어 주는 방법의 수는? (단, 각 사람은 적어도 두 자루 이상의 연필을 받는 것으로 한다.) [4점]

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

15. 1이 아닌 양의 실수 x 에 대하여

$\log_x 2 > 0$ 은 $\log_x 3 > 0$ 이기 위한 (가) 조건이고,

$\log_x 2 > 1$ 은 $\log_x 3 > 1$ 이기 위한 (나) 조건이다.

필요, 충분, 필요충분 중에서 의 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 쓴 것은? [4점]

- ① 필요충분, 필요 ② 충분, 필요충분
 ③ 필요충분, 필요충분 ④ 충분, 충분
 ⑤ 필요충분, 충분

16. 함수 $f(x) = \log_2(\log_{\frac{1}{4}} x)$ 의 정의역을 A , 치역을 B 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. $B - A = \{x \mid x \leq 0, x \geq 1, x \text{는 실수}\}$ 이다.
 ㄴ. x 의 값이 증가하면 $f(x)$ 의 값은 감소한다.
 ㄷ. $f'(\frac{1}{2}) = -\frac{2}{(\ln 2)^2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

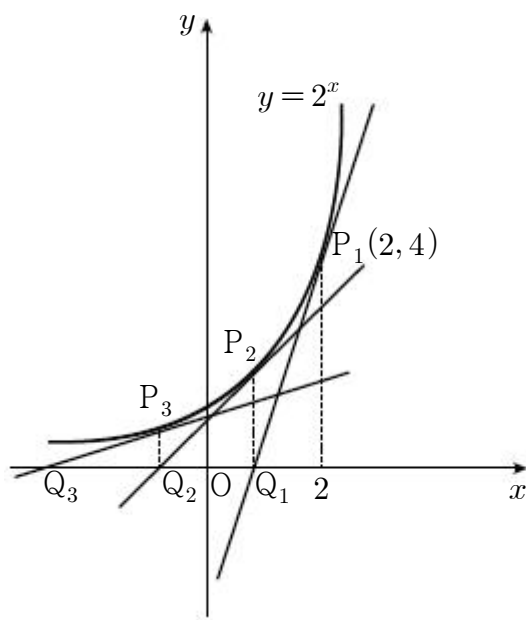
17. 어떤 용기에 물을 채우는 데 물의 깊이가 x 일 때 수면의 넓이가 $\ln(x+10)$ 이라 한다. 깊이가 10일 때 용기에 들어 있는 물의 양은? [4점]

- ① $10\ln 40 - 10$ ② $10\ln 40 - 20$
 ③ $10\ln 40$ ④ $20\ln 20 - 10$
 ⑤ $20\ln 20 - 20$

18. 어느 나라에서 정보산업에 종사하고 있는 사람의 수는 매년 5%씩 증가한다고 한다. 금년도의 정보산업에 종사하고 있는 사람 중에서 여성의 비율은 20%이고, 여성 종사자의 수는 매년 10%씩 증가한다고 한다. 정보산업에 종사하는 남성의 비율이 여성의 비율보다 작아지는 것은 몇 년 후 부터인가? (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 1.1 = 0.0414$, $\log 1.05 = 0.0212$ 로 계산한다.) [4점]

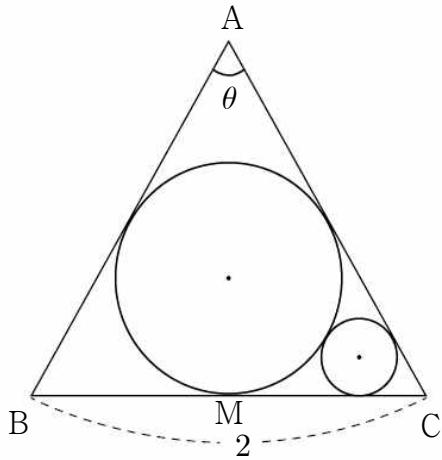
- ① 18 ② 20 ③ 22
- ④ 24 ⑤ 26

19. 곡선 $y = 2^x$ 위의 점 $P_1(2, 4)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q_1 , Q_1 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선과 만나는 점을 P_2 , P_2 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q_2 라 하자. 이와 같이 $P_1, Q_1, P_2, Q_2, P_3, Q_3, \dots$ 를 한없이 만들고, $P_n(x_n, y_n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} y_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2e}{e-1}$ ② $\frac{2e}{e+1}$ ③ $\frac{4}{e-1}$
- ④ $\frac{e+1}{e-1}$ ⑤ $\frac{4e}{e-1}$

20. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = 2$, $\angle BAC = \theta$ 인 이등변 삼각형 ABC의 내접원에 외접하고 두 변 AC, BC에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$, 변 BC의 중점 M에 대하여 선분 AM의 길이를 $g(\theta)$ 라 할 때 $\lim_{\theta \rightarrow \pi^-} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

21. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(0)=1$ 이고, 임의의 실수 x 에 대하여 등식

$$\int_{-x}^x f(t) dt = a \sin x + b \cos x$$

- 가 성립한다. $g(x) = f(x) - \cos x$ 라 할 때 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 상수) [4점]

<보기>

- ㄱ. $f(x) + f(-x) = 2\cos x$ 이다.
 ㄴ. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.
 ㄷ. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \{g(x)\}^2 dx = 4$ 이면
 $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \{f(x)\}^2 dx = 2\pi - 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $80\cos 60^\circ + 16\sin 105^\circ \cos 15^\circ = p + q\sqrt{3}$ 일 때,

$p+q$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 을 원소의 개수가 3개, 4개 이고 서로소인 두 부분집합으로 분할하는 방법의 수를 구하시오. [3점]

24. 함수 $f(x) = x \sin 2x$ 에 대하여, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 정적분 $\int_0^\pi |\sin x - \sqrt{3} \cos x| dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. $13!$ 을 서로소인 두 자연수의 곱으로 나타내는 방법의 수를 구하시오. (단, $x \times y$, $y \times x$ 는 서로 같은 것으로 본다.) [4점]

27. 삼차항의 계수가 1이고 상수항이 3인 삼차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \begin{cases} \ln(1+x+x^2) & (x \neq -1) \\ 6 & (x = -1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 연속일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

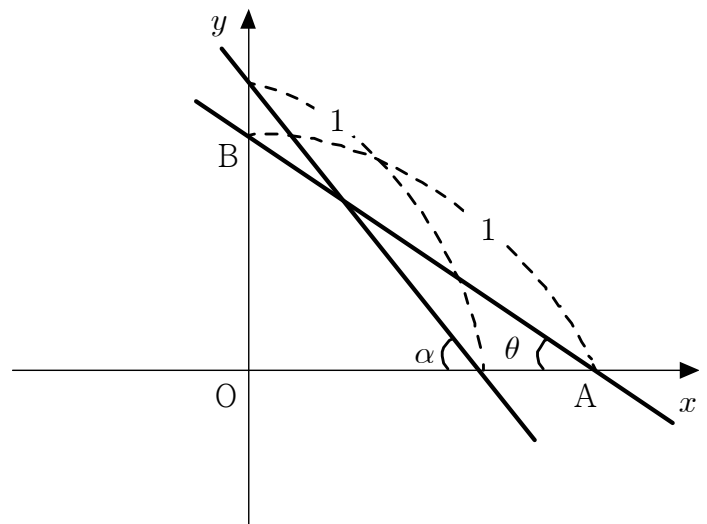
28. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2)=f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = -|x-1| + 1 \quad (0 \leq x < 2)$$

이다. 자연수 n 에 대하여 로그함수 $y = \log_n(x+1)$ 의 그래프와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 교점의 개수를

a_n 이라 할 때 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{60}{a_n a_{n+1}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면에서 $\overline{AB}=1$ 을 만족시키면서 x 축의 양의 방향 위를 움직이는 동점 A와 y 축의 양의 방향 위를 움직이는 동점 B가 있다. 원점 O에 대하여 $\angle OAB = \theta$ (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)일 때 두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식을 l_θ 라 하자. $\theta \neq \alpha$ 인 α 에 대하여 두 직선 l_θ, l_α 의 교점의 좌표를 (X_α, Y_α) 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow \alpha} Y_\alpha$ 의 값을 $f(\alpha)$ 라 할 때 $8f'(\frac{\pi}{3})$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 미분 가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음의 세 조건을 만족시킨다. $g(100) + \int_0^2 \{f(x)\}^2 dx$ 의 값을 구하시오.

[4점]

(1) 임의의 실수 x 에 대하여 다음이 성립한다.

$$f'(x) = -5f(2-x)$$

(2) $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 최댓값 3을 가지며 구간 $[0, 2]$ 에서 $f(x) \geq 0$ 이고 감소한다.

(3) $g(x) = \{f(x)\}^2 + \{f(2-x)\}^2$ 이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.