

# 이 집합

## 수학II 교과서 Review

### 문제 1

전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 100 \text{이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여

$$A^c \cap B^c = \{1, 2, 5\},$$

$$A \cap B = \{4, 9\},$$

$$A^c = \{1, 2, 5, 6, 7\}$$

일 때, 집합  $B$ 를 구하여라.

### 문제 2

다음 중 옳은 것은?

①  $n(\{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) = \{1, 3, 9\}$

②  $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

③  $n(\{x | 4 < x < 8, x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}) = 1$

④  $n(\{x | 0 < x < 50, x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}) = 16$

⑤  $n(\{a, b, c, d\}) + n(\{d, e\}) = 5$

### 문제 3

두 집합

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$$

에 대하여  $A \cap X = X, (A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합  $X$ 의 개수를 구하여라.

### 문제 4

전체집합  $U$ 의 세 부분집합  $A, B, C$ 에 대하여 다음을 간단히 하여라.

$$[(A \cup B) \cap (A^c \cup B)] \cap [(B^c \cap C) \cap (B \cup C)^c]$$

# 01 집합

## 수학II 교과서 Review

### 문제 5

공집합이 아닌 집합  $A$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, 집합  $A$ 의 개수를 구하여라.

—| 보 기 |—

- I. 집합  $A$ 는 자연수 집합의 부분집합이다.
- II.  $x \in A$ 이면  $\frac{10}{x} \in A$ 이다.

### 문제 6

집합

$$A = \{x \mid 2 < x \leq 4\}$$

$$B = \{x \mid x > 1\}$$

$$C = \{x \mid k < x < k + 2\}$$

에 대하여  $(B - A) \cap C = C$ 를 만족하는 실수  $k$ 의 최솟값을 구하여라.

### 문제 7

자연수  $k$ 에 대하여

$A = \{x \mid x \text{는 } k \text{의 배수, } x \text{는 자연수}\}$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

①  $A_4 \cap A_8 = A_4$

②  $A_2 \cup A_6 = A_6$

③  $A_3 \cap (A_4 \cup A_6) = A_{12}$

④  $A_3 \cup (A_4 \cap A_6) = A_3$

⑤  $A_2 \cap (A_3 \cup A_4) = A_6 \cup A_8$

### 문제 8

전체집합  $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합  $A$ 에 대하여  $A \cap \{7, 9\} \neq \emptyset$ 을 만족하는 집합  $A$ 의 개수를 구하여라.

# 이 집합

## 수학II 교과서 Review

### 문제 9

100 이하의 자연수 중 4의 배수도 아니고 6의 배수도 아닌 자연수의 개수를 구하여라.

### 문제 10

전체집합  $U = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합  $A, B$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

— | 조건 | —

$$(가) A \cup B = U \quad (나) A \cap B = \{2, 3, 5\}$$

집합  $X$ 의 원소의 합을  $f(X)$ 라고 할 때,  $f(A) \times f(B)$ 의 최댓값을 구하여라.

### 문제 11

자연수  $n$ 에 대하여 집합  $A_n$ 을

$$A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 약수인 자연수}\}$$

로 정의할 때,  $(A_{12} \cup A_{16}) \cup (A_{12} \cup A_{20}) = A_k$ 를 만족하는 자연수  $k$ 의 값을 구하여라.

### 문제 12

전체집합  $U = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots, \frac{1}{2^{10}} \right\}$ 의 공집합이 아닌 모든 부분집합을  $A_1, A_2, \dots, A_n$  ( $n$ 은 자연수)이라 하고, 집합  $A_i$ 의 원소 중에서 최소인 것을  $a_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ )라고 하자. 이때  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ 의 값을 구하여라.

# 이 집합

## 수학II 교과서 Review

### 문제 13

전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여 연산  $\Delta$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

| 보 기 |

- ㄱ.  $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$
- ㄴ.  $A \Delta B = B \Delta A$
- ㄷ.  $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$
- ㄹ.  $A^c \Delta B^c = A \Delta B$

- ① ㄱ, ㄴ      ② ㄴ, ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ      ④ ㄴ, ㄷ, ㄹ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

### 문제 14

60명의 학생 중에서 농구를 좋아하는 학생은 35명이고 축구를 좋아하는 학생은 48명이다. 농구와 축구를 모두 좋아하는 학생이  $x$ 명일 때,  $x$ 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

### 문제 15

놀이공원에 소풍을 간 학생 200명 중에서  $A, B, C$  놀이기구를 이용한 학생이 각각 128명, 110명, 72명이고 두 개의 놀이 기구만 이용한 학생이 134명, 세 개의 놀이 기구를 모두 이용한 학생이 10명일 때, 적어도 한 개의 놀이기구를 이용한 학생 수를 구하여라.

# 이 집합

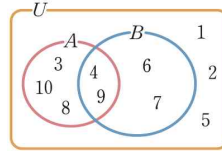
## 수학II 교과서 Review

### <정답 및 해설> 수학II - 1단원 집합

1)  $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{1, 2, 5\}$

주어진 조건에 따라 벤 다이어그램을 그려 보면 오른쪽 그림과 같다.

따라서  $B = \{4, 6, 7, 9\}$



2)

①  $n(\{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) = 3$

②  $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4 - 3 = 1$

③  $n(\{x | 4 < x < 8, x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}) = 0$

⑤  $n(\{a, b, c, d\}) + n(\{d, e\}) = 4 + 2 = 6$

따라서 ④이다.

3)  $A \cap X = X$ 이므로  $X \subset A$

$(A - B) \cup X = X$ 이므로  $(A - B) \subset X$

따라서  $\{1, 9\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로  $X$ 는 1과 9를

반드시 원소로 가지는  $A$ 의 부분집합이다.

따라서 집합  $X$ 의 개수는  $2^{5-2} = 2^3 = 8$

4)  $[(A \cup B) \cap (A^c \cup B)] \cap [(B^c \cap C) \cap (B \cup C)^c]$   
 $= [(A \cap A^c) \cup B] \cap [B^c \cap C) \cap (B^c \cap C^c)]$   
 $= (\emptyset \cup B) \cap [B^c \cap (C \cap C^c)] = B \cap \emptyset = \emptyset$

5) 집합  $A$ 의 임의의 원소  $x$ 에 대하여  $x$ 와  $\frac{10}{x}$ 은 모두 자연수이어야 하므로  $x$ 의 값이 될 수 있는 수는 10의 양의 약수인 1, 2, 5, 10이다.

(i)  $1 \in A$ 이면  $\frac{10}{1} = 10$ 이므로  $10 \in A$ 이어야 하고,

$10 \in A$ 이면  $\frac{10}{10} = 1$ 이므로  $1 \in A$ 이어야 한다.

따라서 1과 10은 항상 동시에 집합  $A$ 의 원소이어야 한다.

(ii)  $2 \in A$ 이면  $\frac{10}{2} = 5$ 이므로  $5 \in A$ 이어야 하고,

$5 \in A$ 이면  $\frac{10}{5} = 2$ 이므로  $2 \in A$ 이어야 한다.

따라서 2와 5는 항상 동시에 집합  $A$ 의 원소이어야 한다.

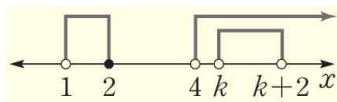
(i), (ii)에서 구하는 집합  $A$ 는  $\{1, 10\}$ ,  $\{2, 5\}$ ,  $\{1, 2, 5, 10\}$ 의 3개다.

6)  $(B - A) \cap C = C$ 에서  $C \subset (B - A)$  ..... ①

$B - A = \{x | 1 < x \leq 2 \text{ 또는 } x > 4\}$  ..... ②

이때  $C \subset (B - A)$ 이어야 하므로 다음 그림에서  $k \geq 4$

따라서 실수  $k$ 의 최솟값은 4이다. .... ③



채점 기준	배점
① $B - A$ 와 $C$ 사이의 포함 관계 알기	30%
② $B - A$ 구하기	30%
③ 실수 $k$ 의 최솟값 구하기	40%

7) ④

8) 24

$A \cap \{7, 9\} \neq \emptyset$ 이므로 집합  $A$ 는 원소 7 또는 9를 포함한다.

# 이 집합

## 수학II 교과서 Review

전체집합  $U$ 의 부분집합 중 원소 7을 포함하는 것의 개수는  $2^{5-1} = 2^4 = 16$ ,  
 원소 9를 포함하는 것의 개수는  $2^{5-1} = 2^4 = 16$ 이고, 원소 7, 9를 모두 포  
 함하는 것의 개수는  $2^{5-2} = 2^3 = 8$ 이다.  
 따라서 구하는 집합  $A$ 의 개수는  $16 + 16 - 8 = 24$

9) 67  
 100 이하의 자연수 전체의 집합을  $U$ 라 하고, 4의 배수의 집합을  $A$ , 6의 배수의 집합을  $B$ 라고 하면  
 4와 6의 공배수, 즉 12의 배수의 집합은  $A \cap B$ 이므로  
 $n(U) = 100$ ,  $n(A) = 25$ ,  $n(B) = 16$ ,  
 $n(A \cap B) = 8$   
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 16 - 8 = 33$   
 따라서 4의 배수도 아니고 6의 배수도 아닌 자연수의 집합은  
 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$ 이므로  
 $n(A^c \cap B^c) = n(U) - n(A \cup B) = 100 - 33 = 67$   
 그러므로 100 이하의 자연수 중 4의 배수도 아니고 6의 배수도 아닌 자연수의 개수는 67이다.

10) 224

11)  $A_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ ,  $A_{16} = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ ,  
 $A_{20} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이므로  
 $(A_{12} \cup A_{16}) \cap (A_{12} \cup A_{20})$   
 $= A_{12} \cup (A_{16} \cap A_{20})$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \cup \{1, 2, 4\}$   
 $= \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = A_{12}$

따라서  $k = 12$

12) 5

원소 중에서 최소인 것이  $\frac{1}{2}$ 인 집합은  $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ 의 1개  
 원소 중에서 최소인 것이  $\frac{1}{2^2}$ 인 집합은  $\left\{\frac{1}{2^2}\right\}, \left\{\frac{1}{2^2}, \frac{1}{2}\right\}$ 의 2개  
 원소 중에서 최소인 것이  $\frac{1}{2^3}$ 인 집합은  $\left\{\frac{1}{2^3}\right\}, \left\{\frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^2}\right\}, \left\{\frac{1}{2^3}, \frac{1}{2}\right\}$ ,  
 $\left\{\frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2}\right\}$ 의 2<sup>2</sup>개  
 ⋮  
 원소 중에서 최소인 것이  $\frac{1}{2^{10}}$ 인 집합은  $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \dots, \frac{1}{2^9}\right\}$ 의

부분집합과  $\left\{\frac{1}{2^{10}}\right\}$ 의 합집합인 경우이므로 2<sup>9</sup>개

따라서

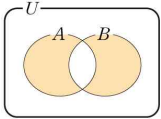
$$\begin{aligned} & a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \\ &= \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2^2} \times 2 + \frac{1}{2^3} \times 2^2 + \dots + \frac{1}{2^{10}} \times 2^9 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times 10 = 5 \end{aligned}$$

13) ⑤

ㄱ.  $A \triangle B$ 와  $(A \cup B) - (A \cap B)$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 모두 다음 그림과 같다.

# 이 집합

## 수학II 교과서 Review

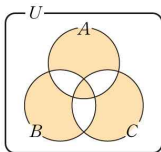


따라서  $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 이다. (참)

$$\begin{aligned} \text{ㄴ. } A \Delta B &= (A - B) \cup (B - A) \\ &= (B - A) \cup (A - B) \\ &= B \Delta A \end{aligned}$$

따라서  $A \Delta B = B \Delta A$ 이다. (참)

ㄷ.  $(A \Delta B) \Delta C$ 와  $A \Delta (B \Delta C)$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 모두 다음 그림과 같다.



따라서  $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$ 이다. (참)

$$\begin{aligned} \text{ㄹ. } A^c \Delta B^c &= (A^c - B^c) \cup (B^c - A^c) \\ &= (A^c \cap B) \cup (B^c \cap A) \\ &= (B - A) \cup (A - B) \\ &= A \Delta B \text{ (참)} \end{aligned}$$

이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ 모두 옳다.

14) 58

15) 소풍을 간 학생 전체의 집합을  $U$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  놀이 기구를 이용한 학생의 집합을 각각  $A$ ,  $B$ ,  $C$ 라고 하면

$$\begin{aligned} n(U) &= 200, \quad n(A) = 128, \quad n(B) = 110, \quad n(C) = 72, \\ n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3 \cdot n(A \cap B \cap C) &= 134, \\ n(A \cap B \cap C) &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{이므로 } n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) \\ &= 134 + 3 \cdot 10 = 164 \end{aligned}$$

따라서 적어도 한 개의 놀이 기구를 이용한 학생 수는

$$\begin{aligned} n(A \cup B \cup C) \\ &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) \\ &\quad - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 128 + 110 + 72 - 164 + 10 = 156 \end{aligned}$$