목록

깨단수학 실력진단 테스트

약점보완 테스트 14회

학 교 : ____________ 학 년 : ________ 이 름 : ____________

1. 이차방정식 $x^2-2007x-2008=0$의 근 중에서 큰 것을 a라 하고, 이차방정식 $2008^2x^2+2007\times2009x-1=0$의 근 중에서 작은 것을 b라 할 때, $a-b$의 값은?

5

① -2009 ② -2007 ③ 0
④ 2007 ⑤ 2009

$x^2-2007x-2008=0$

$\therefore x=2008$

$2008^2x^2+2007\times2009x-1=0$

$2008^2-1=2009\times2007$

$x=-1,\ \frac{1}{2008^2}$

$\therefore a-b=2008+1=2009$

2. 모든 실수 x에 대하여 $\sqrt[3]{(a-3)x^2+2(a-3)x-4}$가 음의 실수가 되도록 하는 정수 a의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오.

모든실수x. $(a-3)x^2+2(a-3)x-4<0$

$b'=a-3$

i) $a=3$:

ii) $a\neq3$:

$a-3<0$,

$D/4=(a-3)^2+4(a-3)<0$

$(a-3)(a+1)<0$

$a<3,\ -1<a<3$

$-1<a\le3$

$M=3,\ m=0$

$\therefore 3$

3. 모든 자연수 n에 대하여 $a_n>a_{n+1}$을 만족시키는 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$A_n=\sum_{k=1}^{n}|a_{5k-4}+a_{5k-3}+a_{5k-2}+a_{5k-1}+a_{5k}|$라 하면

$A_1=225$, $A_3=A_4$가 성립한다.

$B_n=\sum_{k=1}^{n}|a_{pk-p+1}+a_{pk-p+2}+\cdots+a_{pk-1}+a_{pk}|$라 할 때,

$B_q=B_{q+1}$을 만족시키는 두 자연수 p, q에 대하여 $p+q$의 최댓값을 구하시오.

$A_n=\sum_{k=1}^{n}|5a_{5k-2}|=5\sum_{k=1}^{n}|a_{5k-2}|$

$A_1=5|a_3|=225$ $|a_3|=45$

$A_3=A_4$이므로

$\cancel{5}\sum_{k=1}^{3}|a_{5k-2}|=\cancel{5}\sum_{k=1}^{4}|a_{5k-2}|$

$\therefore |a_{18}|=0$ $a_{18}=0$ $a_3=45$ $45+15d=0$ $\therefore d=-3$

$a_n=-3n+54$

$\therefore a_n=-3n+54$

$a_{p(q+1)-p+1}+\cdots+a_{p(q+1)}=0$

$\therefore \frac{a_{pq+1}+a_{pq+p}}{2}\times p=0$

$-3(pq+1)+54-3(pq+p)+54=0$

$\therefore -3(2pq+p+1)+108=0$ $\div(-3)$

$2pq+p+\cancel{1}-\cancel{36}=0$ -35

$p(2q+1)=35$

7 5 $\therefore p=7, q=2$

5 7 $\therefore p=5, q=3$

1 35 $\therefore p=1, q=17$

$\therefore 18$

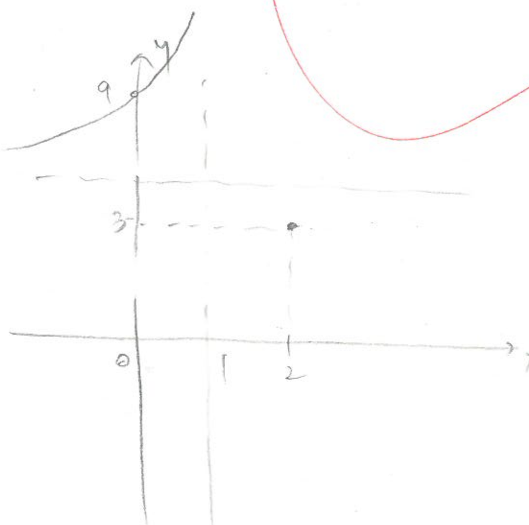
4. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여

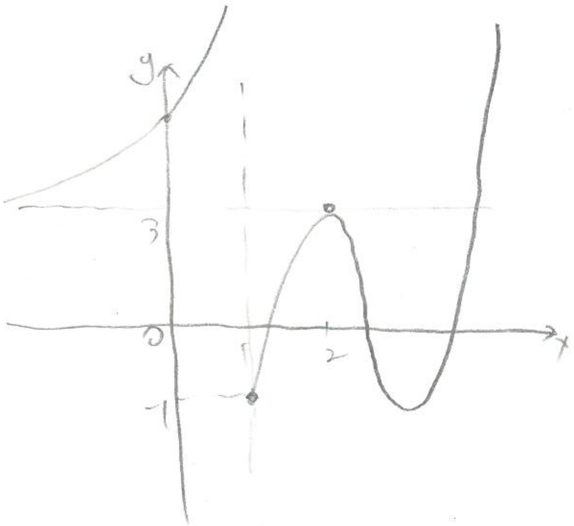
함수 $g(x)=\begin{cases} \dfrac{ax-9}{x-1} & (x<1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t \mid t=-1$ 또는 $t \geq 3\}$이다.

$(g \circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.)

∴19





$a=3$.

∴ $f(x)-3=(x-2)^2(x+m)$

∴ $f(x)=(x-2)^2(x+m)+3$

$f(1)=(1+m)+3=4+m=-1$

∴ $m=-5$

∴ $f(x)=(x-2)^2(x-5)+3$

$(g\circ g)(-1)$

$=g(g(-1))$

* $g(-1)=\dfrac{-a-9}{(-2)}$

$=6$

$=g(6)=f(6)$

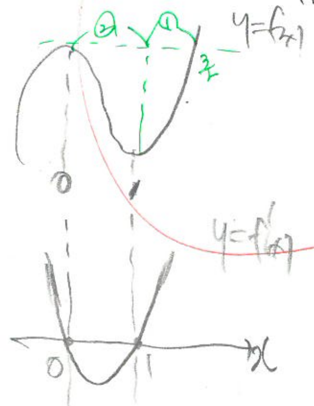
$=4^2\times 1+3$

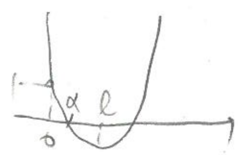
$=19$

5. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값을 갖고, $x=1$에서 극솟값을 갖는다.
> (나) 모든 실수 t에 대하여
> $\int_0^t |f'(x)+1|dx = f(t)+t$ 이다.

함수 $f(x)$의 극솟값의 최솟값이 $-\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)





$\int_0^\alpha \{f'(x)+1\}dx + \int_\alpha^l \{-f'(x)-1\}dx = f(l)+l$

∴ $[f(x)+x]_0^\alpha + [-f(x)-x]_\alpha^l = f(l)+l$

∴ $f(\alpha)+\alpha - f(0) - f(l) - l + f(\alpha)+\alpha = f(l)+l$

$2f(l)+2l = 2f(\alpha)+2\alpha - f(0)$ 모순!

$\int_0^t \{f'(x)+1\}dx = f(t)+t$.

∴ $[f(x)+x]_0^t = f(t)+t$

$f(0)=0$

$f(x)=px^2(x-\frac{3}{2})$ ∴ $f(1)=-\frac{1}{2}p \geq -\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}=-\frac{2}{3}$

$f'(x)=3px(x-1) \geq -1$

$3p\cdot\frac{1}{2}\cdot(-\frac{1}{2}) \geq -1$ ∴ $3p\leq 4$

$0<p\leq\frac{4}{3}$

∴5