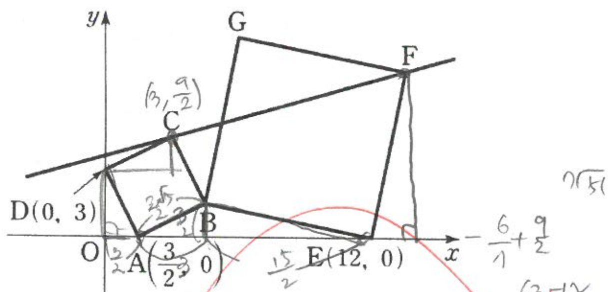
목록

깨단수학 실력진단 테스트

약점보완 테스트 8회

학 교 : ______________ 학 년 : ________ 이 름 : ______________

1. 다음 그림과 같이 두 정사각형 $ABCD$, $BEFG$에서 $A\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$, $D(0,\ 3)$, $E(12,\ 0)$일 때, 직선 CF의 방정식을 구하여라.



$-\frac{6}{7}+\frac{9}{2}$

$=\frac{63-12}{14}$

$=\frac{51}{14}$

$F\left(12+\frac{3}{2},\ \frac{15}{2}\right)=\left(\frac{27}{2},\ \frac{15}{2}\right)$

$C\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

$\frac{\frac{15}{2}-\frac{9}{2}}{\frac{27}{2}-3}=\frac{\frac{6}{2}}{\frac{21}{2}}=\frac{6}{21}=\frac{2}{7}$

$y=\frac{2}{7}(x-3)+\frac{9}{2}=\frac{2}{7}x+\frac{51}{14}$

$\therefore y=\frac{2}{7}x+\frac{51}{14}$

2. 자연수 n에 대하여 부등식 $3^{2k}-(3^n+3^{2n})3^k+3^{3n}\le 1$을 만족시키는 모든 자연수 k의 개수를 $f(n)$이라 하자. $f(2019)$의 값은?

① 2018 ② 2019 ③ 2020 ④ 2021 ⑤ 2022

③

$3^{2k}-(3^n+3^{2n})\cdot 3^k+3^{3n}\le 1$

$3^k \quad -3^{2n}$

$3^k \quad -3^n$

$\therefore (3^k-3^{2n})(3^k-3^n)\le 0$

3, 9, 27, 81

$3^n\le 3^k\le 3^{2n}$

$n\le k\le 2n$

$f(n)=n+1$

$\therefore f(2019)=2020$

3. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

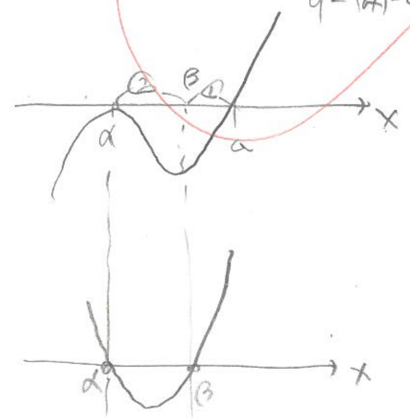
> (가) $f(\alpha)=g(\alpha)$이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$인 실수 α가 존재한다.
> (나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$인 실수 β가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$의 값을 구하시오.

$y=g(x)$

$f(x)-g(x)=(x-\alpha)^2(x-a)$

$y=f(x)-g(x)$ 이어야 한다. $(a>\alpha)$



$\beta=\frac{2a+\alpha}{3}$ $\quad 2a+\alpha=3\beta$

$2a=3\beta-\alpha$

$a=\frac{3\beta-\alpha}{2}$

$f(x)-g(x)=(x-\alpha)^2\left(x+\frac{\alpha-3\beta}{2}\right)$ ⋯ ⊛

$g(x)=2\left(x-\frac{\alpha+\beta}{2}\right)^2+m$

$g'(x)=4\left(x-\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$

$g'(\beta)=4\times\left(\beta-\frac{\alpha+\beta}{2}\right)=16$ $\quad \frac{\beta-\alpha}{2}\times 4=16$

$\beta-\alpha=8$

$\therefore -243$

⊛에 $x=\beta+1$ 대입.

$f(\beta+1)-g(\beta+1)=(\beta+1-\alpha)^2\cdot\left(\beta+1+\frac{\alpha-3\beta}{2}\right)$

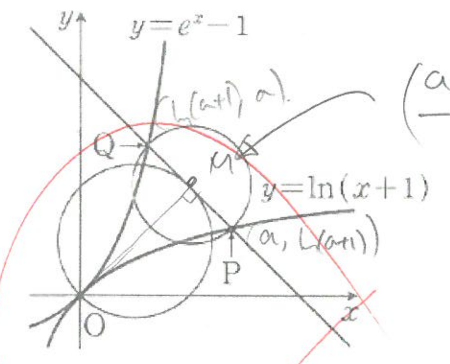
$=(\beta-\alpha+1)^2\times\left(\frac{\alpha-\beta+2}{2}\right)=9^2\times\left(\frac{-8+2}{2}\right)$

$81\times(-3)$

$=-243$

4. 다음 그림과 같이 곡선 $y=\ln(x+1)$ 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$가 있다. 점 P를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=e^x-1$과 만나는 점을 Q라 하자. 두 점 P, Q를 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 넓이를 $S(a)$, 원점 O와 선분 PQ의 중점을 지름의 양 끝 점으로 하는 원의 넓이를 $T(a)$라 할 때, $\lim_{a\to0+}\frac{4T(a)-S(a)}{\pi a^2}$의 값은? (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)

⑤



$$\left(\frac{a+\ln(a+1)}{2},\ \frac{a+\ln(a+1)}{2}\right)$$

① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

$$S(a)=\pi\cdot\left[\frac{\sqrt{2}\{a-\ln(a+1)\}}{2}\right]^2$$

$$=\frac{\pi}{2}\{a-\ln(a+1)\}^2$$

$$T(a)=\pi\cdot\left[\frac{\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}\{a+\ln(a+1)\}}{\cancel{2}\,4}\right]^2$$

$$=\frac{\pi}{8}\cdot\{a+\ln(a+1)\}^2$$

$$\lim_{a\to0+}\frac{\frac{\cancel{\pi}}{2}\left[\{a+\ln(a+1)\}^2-\{a-\ln(a+1)\}^2\right]}{\cancel{\pi}\,a^2}$$

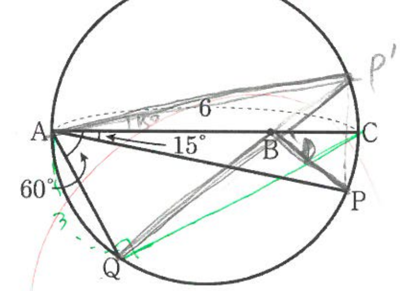
$$=\lim_{a\to0+}\frac{1}{2a^2}\times4a\ln(a+1)$$

$$=\lim_{a\to0+}\frac{2\ln(a+1)}{a}=2$$

[중산고기출]

5. 그림과 같이 길이가 6인 선분 AC를 지름으로 하는 원 위에 $\angle\mathrm{CAP}=15°$, $\angle\mathrm{CAQ}=60°$를 만족하는 두 점 P, Q가 있다. 선분 AC위를 움직이는 점 B에 대하여 $\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{QB}}$의 값을 최소가 되도록 하는 점 B의 위치에 점 D가 있을 때, $\overline{\mathrm{AD}}$의 값은?

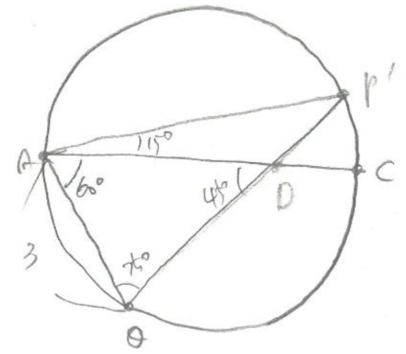
⑤



① 4 ② $2(1+\sqrt{2})$

③ $2(1+\sqrt{3})$ ④ $\frac{3(1+\sqrt{2})}{2}$

⑤ $\frac{3(1+\sqrt{3})}{2}$



(sin법칙) $\frac{3}{\sin 45°}=\frac{\overline{DQ}}{\sin 60°}$

$\therefore \overline{DQ}=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}\sqrt{6}$

$\therefore \overline{AD}=3\times\cos60°+\frac{3}{2}\sqrt{6}\times\cos45°$

$=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{3}$