2025학년도 대학수학능력시험 대비

제 2 교시

랑데뷰 DailyTest (4)

랑데뷰 컨텐츠가 필요한 선생님

① 재종반 또는 단과학원에서 수능 수학 강의하시는 선생님
② 중상위권 이상의 고3 학생 위주의 수업을 하시는 선생님
③ 수시를 챙겨야 하는 고3 학생들에게 수☆☆강 변형 문제와 3, 5월 교육청 및 6월 평가원 모고 변형 문제를 내신 대비 자료로 활용하실 선생님
④ 자체 모의고사를 제작하여 모의고사를 치르는 선생님

랑데뷰 컨텐츠는 양질의 자작 문항의 **한글 파일**을 제공합니다.
출판을 제외하고 개인 교재 탑재등 자유로이 사용 가능합니다.

랑데뷰 컨텐츠 자료 소개 및 문의 → 풀이지 참고

[랑데뷰 DailyTest]는 제가 근무하는 학원의 한 반 학생들을 위해 제작한 [난이도 중]인 개인 자료입니다. 랑데뷰 컨텐츠 홍보차 공개합니다. 랑데뷰 컨텐츠와 단 한문제도 겹치지 않습니다.

랑데뷰수학 시리즈 네이버 카페에서 20회 공개할 예정입니다.
네이버 카페 주소 : https://cafe.naver.com/Rmath

[랑데뷰 데테]는 8번, 19번, 27번급의 [3점] 문항과 12번, 13번, 20번, 28번, 29번급의 [4점] 문항으로 구성된 수학 일일학습지이다.
수1/수2/미적분/확통 → 각2문제씩 [기하 미안]

[제작자 : 황보백T]
[for 송원 M25반]

수학Ⅰ

1. 1보다 큰 자연수 a에 대하여 두 곡선

$$y=a^x,\ y=\left(\frac{1}{a}\right)^{x-2}-2$$

이 만나는 점의 y좌표가 1보다 크고 4보다 작도록 하는 모든 a의 값의 합은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

2. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=3$, $a_2=16$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 a_{n+2}는 $|a_n-a_{n+1}|$을 4로 나눈 나머지이다.

$\sum_{n=1}^{m} a_n=49$을 만족시키는 모든 m의 값의 합은? [4점]

① 69 ② 73 ③ 75 ④ 77 ⑤ 81

수학II

3. 두 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2+x$, $g(x)=4x+a$에 대하여 방정식 $f(x)=g(x)$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 정수 a의 값의 합을 구하시오. [3점]

4. 다음 조건을 만족시키는 모든 이차함수 $f(x)$에 대하여 $f(3)$의 최댓값은? [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이고 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-1}{x-1}$의 값이 존재한다.
(나) 함수 $\frac{1}{f(x)}$는 양의 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

미적분

5. 등비수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2의 값은? [3점]

(가) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{\left(\frac{1}{4}\right)^n+\left(\frac{1}{2}\right)^n}$ 이 0이 아닌 값으로 존재한다.

(나) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+a_{n+1})=3$

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

6. 함수 $f(x)=1+2\sin\frac{x}{2}$에 대하여 함수 $g(x)=\displaystyle\int_0^x\sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt$라 하자. $g(12\pi)=a$일 때, $(g^{-1})'\left(\frac{a}{3}\right)$의 값은? (단, g^{-1}은 g의 역함수이다.) [4점]

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

확률과통계

7. 송원 학원의 학생들의 주간지 푸는 시간은 모평균이 m, 모표준편차가 50인 정규분포를 따른다고 한다. 이 학원 학생 중 n명을 임의추출하여 얻은 주간지 푸는 시간의 표본평균을 이용하여 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $\alpha \le m \le \beta$이다. $\beta - \alpha = 28$일 때, n의 값은? (단, 주간지 푸는 시간의 단위는 분이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다) [3점]

① 36　② 49　③ 64　④ 81　⑤ 100

8. 한 개의 주사위를 7번 던지는 시행에서 4이상의 눈이 나온 횟수가 홀수일 확률은? [4점]

① $\frac{15}{32}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{17}{32}$　④ $\frac{9}{16}$　⑤ $\frac{5}{8}$

2024년 제작 랑데뷰 컨텐츠 종류

① 3, 5, 7, 10월 교육청 모의고사
 ➩ 싱크로율99% (46문항 전체 제작)
② 6, 9월 평가원 모의 평가
 ➩ 싱크로율99% (46문항 전체 제작)
③ 2025학년도 수☆☆강
 ➩ 수I, 수II, 미적분 lev2&Lev3 전문항 변형
④ 2025학년도 수☆☆성
 ➩ 수I, 수II, 미적분 주요문항 변형

랑데뷰 현강 자료 소개 [샘플 R-20 제0회 참고]
R-20 (공통15+선택5 : 합계 20문항 모의고사)
➩ 공통 : 3점 7문항 + 4점 8문항
➩ 확률과통계 : 3점 3문항 + 4점 2문항
➩ 미적분 : 3점 3문항 + 4점 2문항
➩ 기하 : 3점 3문항 + 4점 2문항

⑤ 3월~7월 매월 [R-20 3회분 & R-30 1회분] (총 20회 (15회+5회) 공

⑥ 9월~10월 매주 Final-R-30 (4점 전문항 신규 총 8회)

⑦ 3월~7월 매주 매월 [R+20 3회분 & R+30 1회분]
⑧ 9월~10월 매주 Final+R+30 (4점 전문항 신규 총 8회)

R-시리즈 : 대중적
R+시리즈 : 지역 한정

모든 파일 한글 제공이며 출판을 제외하고 자유로이 사용가능합니다.

문의 카톡 → hbb100

[빠른답]

1	②	***2***	⑤	***3***	35	***4***	③
5	②	***6***	①	***7***	②	***8***	②

[풀이]

1) 정답 ②

$a>1$이므로 곡선 $y=a^x$은 증가함수이고 곡선 $y=\left(\frac{1}{a}\right)^{x-2}-2$은 감소함수이다.

곡선 $y=a^x$이 $(0,\ 1)$과 $(\log_a 4,\ 4)$를 지나므로 두 곡선이 만나는 점의 y좌표가 1보다 크고 4보다 작으려면 다음과 같아야 한다.

(i) $x=0$일 때 $a^x<\left(\frac{1}{a}\right)^{x-2}-2$이다.

$1<a^2-2,\ a^2>3$

(ii) $x=\log_a 4$일 때 $a^x>\left(\frac{1}{a}\right)^{x-2}-2$이다.

$4>\frac{a^2}{4}-2,\ a^2<24$

(i), (ii)에서 $3<a^2<24$이므로

$\sqrt{3}<a<2\sqrt{6}$ $(\because\ a>1)$

따라서 조건을 만족시키는 자연수 a는 2, 3, 4이므로 그 합은

$2+3+4=9$

2) 정답 ⑤

조건 (가)에서 $a_1=3,\ a_2=16$이고

조건 (나)에서 모든 자연수 n에 대하여 a_{n+2}는 $|a_n-a_{n+1}|$을 4로 나눈 나머지이므로 $n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$을 차례대로 대입하여 a_n의 값을 조사하면 다음과 같다.

$a_1=3,\ a_2=16$

$a_3=1,\ a_4=3,\ a_5=2,$

$a_6=1,\ a_7=1,\ a_8=0,$

$a_9=1,\ a_{10}=1,\ \cdots$

즉 $a_1=3,\ a_2=16$이고 $n\geq 6$인 자연수 n에 대하여

$a_{n+3}=a_n,\ a_n+a_{n+1}+a_{n+2}=2$

$\sum_{n=1}^{m}a_n=3+16+1+3+2+\sum_{n=6}^{m}a_n=49$에서

$\sum_{n=6}^{m}a_n=24$

이때 $24=2\times 12$이므로

$a_6+a_7+a_8=2$

$a_9+a_{10}+a_{12}=2$

$\vdots \qquad \vdots$

$a_{39}+a_{40}+a_{41}=2$

에서 $\sum_{n=6}^{40}a_n=24$ 또는 $\sum_{n=6}^{41}a_n=24$이므로 가능한 m의 합은

$40+41=81$이다.

3) 정답 35

$f(x)=g(x)$, 즉 $\frac{1}{3}x^3+x^2+x=4x+a$

$\frac{1}{3}x^3+x^2-3x=a$

$h(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x$라 하면

$h'(x)=x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$

$h'(x)=0$에서 $x=-3$ 또는 $x=1$

함수 $h(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-3	$\cdots$	1	$\cdots$
$h'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

함수 $h(x)$는 $x=-3$에서 극대이고 $x=1$에서 극소이다.

$h(-3)=-9+9+9=9$

$h(1)=\frac{1}{3}+1-3=-\frac{5}{3}$

에서 방정식 $f(x)=g(x)$가 서로 다른 세 실근을 가지려면 함수 $y=h(x)$의 그래프와 직선 $y=a$가 서로 다른 세 점에서 만나야 한다.

따라서 $-\frac{5}{3}<a<9$이다.

구하는 정수 a의 값의 합은

$(-1)+0+1+2+3+4+5+6+7+8=35$

4) 정답 ③

조건 (가)에서 이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로

$f(x)=ax^2+b$ (a, b는 상수이고, $a\neq0$) $\cdots\cdots$ ㉠

로 놓을 수 있다.

조건 (가)에서 $x\to1$일 때 (분모)$\to0$이고 극한값이 존재하므로 (분자)$\to0$이어야 한다.

즉, $\lim_{x\to1}\{f(x)-1\}=0$에서

이차함수 $f(x)$는 연속이므로 $f(1)=1$

㉠에서 $f(1)=a+b=1$, $b=1-a$

$f(x)=ax^2+1-a$

조건 (나)에서 함수 $\frac{1}{f(x)}$이 양의 실수 전체의 집합에서 연속이려면 $x>0$에서 $f(x)\neq0$이고 $f(1)=1>0$이므로 $a>0$, $f(0)\geq0$이어야 한다.

$f(0)=1-a\geq0$에서 $a\leq1$

즉, $0<a\leq1$이다.

$f(3)=8a+1$이므로 $1<8a+1\leq9$에서 $f(3)$의 최댓값은 9이다.

5) 정답 ②

수열 $\{a_n\}$이 등비수열이므로 $a_n=a_1r^{n-1}$이라 하면 조건 (가)에서

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{\left(\frac{1}{4}\right)^n+\left(\frac{1}{2}\right)^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{a_1r^{n-1}}{\left(\frac{1}{4}\right)^n+\left(\frac{1}{2}\right)^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{a_1}{r}\times(2r)^n}{\left(\frac{1}{2}\right)^n+1}$$

이 값이 0이 아닌 값을 가지려면 $2r=1$, $r=\frac{1}{2}$

즉, $a_n=a_1\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

조건 (나)에서

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+a_{n+1})=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{a_1\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}+a_1\times\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$$

$$=\frac{a_1}{1-\frac{1}{2}}+\frac{a_1\times\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}$$

$$=3a_1=3$$

따라서 $a_1=1$

그러므로 $a_2=\frac{1}{2}$이다.

6) 정답 ①

$f(x)=1+2\sin\frac{x}{2}$에서 $f'(x)=\cos\frac{x}{2}$이므로

함수 $f'(x)$의 주기는 $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$이다.

모든 실수 x에 대하여 $f'(x+4\pi)=f'(x)$이므로

$$g(12\pi)=\int_0^{12\pi}\sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt$$

$$=\int_0^{4\pi}\sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt+\int_{4\pi}^{8\pi}\sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt+\int_{8\pi}^{12\pi}\sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt$$

$$=\int_0^{4\pi}\sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt+\int_0^{4\pi}\sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt+\int_0^{4\pi}\sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt$$

$$=3\int_0^{4\pi}\sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt=3g(4\pi)$$

따라서 $g(12\pi)=a$이면 $g(4\pi)=\frac{a}{3}$이므로 $g^{-1}\left(\frac{a}{3}\right)=4\pi$

또한, $g'(x)=\sqrt{1+\{f'(x)\}^2}$이므로

$$(g^{-1})'\left(\frac{a}{3}\right)=\frac{1}{g'(4\pi)}=\frac{1}{\sqrt{1+\{f'(4\pi)\}^2}}$$

$f'(4\pi)=\cos\frac{4\pi}{2}=1$이므로

$$(g^{-1})'\left(\frac{a}{3}\right)=\frac{1}{\sqrt{1+1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

7) 정답 ②

이 학원 학생 중 임의추출한 n명의 주간지 푸는 시간의 평균을 $\overline{x}$라고 하자. 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$\overline{x}-1.96\times\frac{50}{\sqrt{n}}\le m\le\overline{x}+1.96\times\frac{50}{\sqrt{n}}$ 이므로

$\beta-\alpha=2\times1.96\times\frac{50}{\sqrt{n}}$

$=\frac{196}{\sqrt{n}}$

$=28$

$\sqrt{n}=\frac{196}{28}=7$

따라서 $n=49$

8) 정답 ②

한 개의 주사위를 7번 던질 때 4이상의 눈이 나온 횟수가 홀수인 사건을 X라 하면 구하는 확률은

$\mathrm{P}(X)={}_7\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^7+{}_7\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^7+{}_7\mathrm{C}_5\left(\frac{1}{2}\right)^7+{}_7\mathrm{C}_7\left(\frac{1}{2}\right)^7$

$=\left({}_7\mathrm{C}_1+{}_7\mathrm{C}_3+{}_7\mathrm{C}_5+{}_7\mathrm{C}_7\right)\left(\frac{1}{2}\right)^7$

$=64\times\left(\frac{1}{2}\right)^7=\frac{1}{2}$