

미분계수 (p. 31)

예제

1. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3f(x)-1}{x-2} = 6$ 일 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+3h)-2f(2)-1}{h}$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

유제

2. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x^2-1} = 3f(1)$ 일 때,

$f(1)+f'(1)$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

3. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)-f(-2)}{x^2+5x+6}$ 의 값을 구하시오.

(가) x 의 값이 -2 에서 1 까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$ 의 평균변화율과 $x=-2$ 에서의 미분계수가 서로 같다.

(나) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2-h)-(1-h)f(-2)}{h} = f(1)-60$

미분가능과 연속 (p. 33)

예제

4. 함수 $f(x) = \begin{cases} ax+2 & (x < 1) \\ bx^2+x+3 & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 $x=1$ 에서 미분가능할 때,

$a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유제

5. 함수 $f(x) = \begin{cases} (ax-3)(x+a) & (x < 1) \\ 4ax+4 & (x \geq 1) \end{cases}$ 이 실수 전체의 집합에서

미분가능할 때, 상수 a 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

도함수 (p. 35)

예제

6. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3h) - f(x)}{h} = 6x^2 + ax$$

를 만족시키고, $f'(1) = 3$ 이다. $f'(2)$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.)

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

유제

7. 다항함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $3x^2 + 4x - 1$ 일 때, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+2h) - f(-1)}{h}$ 의 값은?

- ① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

8. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)f(x+h) - f(h)f(x)}{h^2} = 2x^3 + 4$$

를 만족시킨다. $f(0) = 0$, $f'(0) = 2$ 일 때, $f'(3)$ 의 값을 구하시오.

미분법 (p. 37)

예제

9. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+3}{x-1} = 7$ 을 만족시킨다.

함수 $g(x) = x^2 f(x)$ 에 대하여, $g'(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유제

10. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (3x-1)f(x)$$

라 하자. $f(2)=1$, $f'(2)=4$ 일 때, $g'(2)$ 의 값을 구하시오.

11. 일차함수 $f(x)$ 와 다항함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - g(x)}{x} = 0$$

$$(나) f(x) + g(x) = x^2 - 6x + 12$$

$f(5) \times f'(5)$ 의 값을 구하시오.

Level 1. 기초연습 (p. 38~39)

1. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)+1}{h} = 3$ 일 때,

$f(2)+f'(2)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x)=x^3+ax^2$ 에 대하여 x 의 값이 1에서 3까지
변할 때의 함수 $y=f(x)$ 의 평균변화율과 $x=1$ 에서의
미분계수가 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

3. 함수 $f(x)=\begin{cases} x+a & (x \leq 1) \\ bx^2+1 & (x > 1) \end{cases}$ 이 $x=1$ 에서 미분가능할 때,

ab 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

4. 함수 $f(x)=3x^3+2x^2+ax$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의
점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선이 x 축과 평행할 때,
상수 a 의 값은?

- ① -8 ② -7 ③ -6 ④ -5 ⑤ -4

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 + 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) + f'(1) = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

6. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf'(x)}{x-1} = b$ 일 때, ab 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.)

- ① -4 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

7. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 - x$ 에 대하여 $f'(-1), f'(0), f'(k)$ 의 값이 이 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은?

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

8. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 5}{x - 3} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1)}{h}$$

을 만족시킬 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오.

Level 2. 기본연습 (p. 40~41)

1. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{h} = f(2) - 5,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3-x)f(x) - f(2)}{x-2} = -1$$

을 만족시킬 때, $f(2) \times f'(2)$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 함수 $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 기울기를 함수 $g(t)$ 라 하자.

$$\left\{ x \mid \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 2 \right\} = \{-3, 4\}$$

일 때, $g(-2)$ 의 값은?

- ① -20 ② -19 ③ -18 ④ -17 ⑤ -16

3. 상수항이 0인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$$\frac{f(-1)}{k} \text{의 값은? (단, } k \text{는 0이 아닌 상수이다.)}$$

(가) 자연수 n 에 대하여 x 의 값이 n 에서 $n+1$ 까지 변할 때의 함수 $y=f(x)$ 의 평균변화율을

$$g(n) \text{이라 하면 } \sum_{n=1}^9 g(n) = 9 \text{이다.}$$

(나) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(10+h) + k}{h} = -\frac{k}{2}$

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

4. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? (단, a 는 0이 아닌 실수이다.)

(가) $\{x \mid f(x) = 3\} = \{-a, a, 2a\}$

(나) $f(0) > 0, f'(1) = -2$

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

5. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + b$ 와 실수 h 에 대하여 함수 $g(h)$ 를

$$g(h) = \sum_{k=1}^6 f(k+h) \text{라 하자. } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h) - 26}{h} = 49 \text{일 때,}$$

$a - b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 1) \\ f(x+1) - f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능할 때, $f(2)$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} |x-1| & (x < a) \\ -x^2 + bx + b - 5 & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 두 상수 a, b 에 대하여 $a + b = p + q\sqrt{2}$ 이다. $|p+q|$ 의 값을 구하시오.

(단, p, q 는 정수이다.)

Level 3. 실력완성 (p. 42)

1. 함수 $f(x) = x^4 + ax^2 + bx$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left\{ f\left(\frac{1-2x}{x}\right) + f\left(\frac{2-2x}{x}\right) \right\} \text{의 값은?}$$

(가) x 의 값이 -1 에서 2 까지 변할 때의
함수 $y = f(x)$ 의 평균변화율은 $2f'(0)$ 이다.

$$(나) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4} = \frac{11}{2}$$

- ① -54 ② -48 ③ -42
④ -36 ⑤ -30

2. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} -4x - 2 & (x \leq -1) \\ ax^2 + bx - 1 & (-1 < x < 2), \\ 2x + c & (x \geq 2) \end{cases}$$

$$g(x) = -x^2 + 4ax + b - c$$

에 대하여 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)g(x) + 12}{x - 1} \text{의 값은? (단, } a, b, c \text{는 상수이다.)}$$

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

3. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-2}{x} = 24$$

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=2$ 는 서로 다른 세 점 A, B, C에서 만나고 점 B는 선분 AC를 1:2로 내분하는 점일 때, $f(1)$ 의 최댓값을 구하시오.
(단, 원점 O에 대하여 $\overline{OA} < \overline{OB} < \overline{OC}$ 이다.)

곡선 위의 점에서의 접선의 방정식 (p. 45)

예제

1. 곡선 $y = x^3 - 2x^2 + 1$ 위의 점 $(2, 1)$ 에서의 접선이 점 $(5, a)$ 를 지날 때, a 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

유제

2. 함수 $f(x) = x^4 + ax + 4$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = -2x + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

3. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선 $y = xf(x)$ 위의 점 $(-2, 0)$ 에서의 접선이 서로 평행할 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오.

평균값 정리 (p. 47)

예제

4. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 최댓값을 구하시오.

(가) $f(-1)=1$

(나) $-1 < x < 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \leq 4$ 이다.

유제

5. 함수 $f(x)=x^3-4x^2+4x+1$ 에 대하여 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 실수 c 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $9(M-m)^2$ 의 값을 구하시오.

6. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+4x & (x \leq 0) \\ -3x^2+4x & (x > 0) \end{cases}$ 에 대하여

$$\frac{f(a)-f(-2)}{a+2}=f'(c)$$

를 만족시키고 열린구간 $(-2, a)$ 에 속하는 상수 c 의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 a 의 값의 범위는 $p < a < q$ 이다. $3(p+q)^2$ 의 값을 구하시오. (단, $a > -2$)

함수의 증가와 감소 (p. 49)

예제

7. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 3ax$ 가 열린구간 $(-1, 2)$ 에서 증가하도록 하는 정수 a 의 개수는?
 ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

유제

8. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + \left(2a + \frac{7}{3}\right)x - 5$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 정수 a 의 개수는?
 ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 함수 $f(x) = -x^3 + ax^2 - ax + 1$ 의 역함수가 존재하도록 하는 정수 a 의 최댓값을 구하시오.

함수의 극대와 극소 (p. 51)

예제

10. 함수 $f(x)=2x^3+ax^2-12x+7$ 이 $x=b$ 와 $x=1-b$ 에서 극값을 갖고 $ab>0$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.)
- ① -4 ② -5 ③ -6 ④ -7 ⑤ -8

유제

11. 함수 $f(x)=-\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+2x^2+ax$ 가 $x=2$ 에서 극대일 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, a 는 상수이다.)
- ① $-\frac{19}{12}$ ② $-\frac{7}{4}$ ③ $-\frac{23}{12}$ ④ $-\frac{25}{12}$ ⑤ $-\frac{9}{4}$
12. 함수 $f(x)=x^3+ax^2-a^2x-2$ 가 $x=1$ 에서 극값을 갖고 $f(-a)>0$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a 는 상수이다.)
- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

Level 1. 기초연습 (p. 52~53)

1. 곡선 $y = x^4 - 4x^2 + x + 1$ 위의 점 $(1, -1)$ 에서의 접선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a - b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.)
- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

2. 곡선 $y = -x^3 - ax^2 + 3x + b$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과 수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{4}$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.)
- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

3. 원점에서 곡선 $y = x^3 - 9x + 16$ 에 그은 접선이 이 곡선과 만나는 서로 다른 두 점의 x 좌표를 각각 x_1, x_2 라 할 때, $|x_1 - x_2|$ 의 값은?
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 곡선 $y = -x^4 + 2x^3 + 1$ 위의 점 $A(1, 2)$ 에서의 접선과 곡선 $y = x^2 - 2x + 4$ 가 점 B 에서 접할 때, $\overline{AB} = k$ 이다. k^2 의 값을 구하시오.

5. $a > 3$ 인 실수 a 와 함수 $f(x) = x^3 - 2x^2$ 에 대하여 닫힌구간 $[0, a]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 상수 c 의 값이 3일 때, $f'(a)$ 의 값을 구하시오.

6. 함수 $f(x) = -2x^3 + ax^2 - 5ax + 5$ 가 실수 전체의 집합에서 감소하도록 하는 실수 a 의 최댓값은?

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

7. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + (2a^2 - 10a)x + 5$ 가 극값을 갖도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

8. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + a$ 는 $x = b$ 에서 극댓값 12를 갖는다. $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Level 2. 기본연습 (p. 54~55)

1. 함수 $f(x)=2x^3-ax^2+2x$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 수직이고 곡선 $y=f(x)$ 에 접하는 직선이 존재하도록 하는 자연수 a 의 최솟값은?
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = \frac{1}{3}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)^2} = 2$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선이 점 $(1, a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x)=x^3+ax^2-a^2x$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자.

함수 $g(t)$ 의 극댓값이 $\frac{64}{27}$ 일 때, $f(a)$ 의 값은?

(단, a 는 0이 아닌 실수이다.)

- ① -64 ② -56 ③ -48
④ -40 ⑤ -32

4. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(0)=f'(2)=-24$ 이고 $f(x)$ 의 극댓값이 15일 때, $f(-1)$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 양수 α 에 대하여 함수 $f(x)=x^3+ax^2-9x+b$ 는 $x=-3\alpha$ 와 $x=\alpha$ 에서 극값을 갖고, 함수 $f(x)$ 의 극솟값은 -4 이다. 함수 $f(x)$ 에 대하여 닫힌구간 $[-3\alpha, \alpha]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 실수 c 의 최댓값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{-3+\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{-2+\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{-3+2\sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{-2+2\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{-2+3\sqrt{3}}{3}$

6. 함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^3+ax^2+bx$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 최솟값은? (단, a, b 는 실수이다.)

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극값을 갖는다.
 (나) 함수 $f(x)$ 는 구간 $(0, \infty)$ 에서 증가한다.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x)=-f(x)$ 이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 극댓값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

8. 함수 $f(x)=x^3-ax^2+4x+2$ 는 $x=2$ 에서 극소이다.

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $A(2, f(2))$ 에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$ 가 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 B , 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 B 에서의 접선과 x 축이 만나는 점을 C 라 하자. 사각형 $OABC$ 의 넓이는? (단, O 는 원점이고, a 는 상수이다.)

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

Level 3. 실력완성 (p. 56)

1. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$$f(x)g(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x$$

이고,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = \frac{g(1)}{12}$$

일 때, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1, g(1))$ 에서의 접선의 방정식은 $y=ax+b$ 이다. $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

2. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값을 구하시오.

- (가) 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=9x$ 가 만나는 점의 개수는 2이다.
 (나) 함수 $f(x)$ 는 $x=3$ 에서 극대이고, $f(0)=0$ 이다.

3. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 일차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-1)=0$ 이고 함수 $|f(x)|$ 는 $x=\alpha(\alpha > -1)$ 에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x) \geq 0$ 이고 함수 $f(x)g(x)$ 의 극댓값은 81이다.

집합 $A = \{a \mid \text{함수 } f(x)g(x) \text{는 } x=a \text{에서 극값을 갖는다.}\}$
 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합은? (단, α, a 는 상수이다.)

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

함수의 최댓값과 최솟값 (p. 59)

예제

1. 상수 a 에 대하여 $f(x)=x^3-3x^2-9x+a$ 가 닫힌구간 $[-2, 1]$ 에서 최댓값 13, 최솟값 m 을 갖는다. $a+m$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

유제

2. 함수 $f(x)=-2x^3+9x^2-6$ 이 닫힌구간 $[-1, 4]$ 에서 최댓값 M , 최솟값 m 을 가질 때, $M+m$ 의 값은?

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

3. 상수 a 에 대하여 함수 $f(x)=3x^4-4x^3+a$ 의 극솟값이 2이다. 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 최댓값 M 을 가질 때, aM 의 값을 구하시오.

방정식에의 활용 (p. 61)

예제

4. 방정식 $x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x + k = 0$ 의 서로 다른 양의 실근의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오.

유제

5. 곡선 $y = x^3 + 3x^2 + 5x - 1$ 과 직선 $y = 5x + k$ 가 만나는 점의 개수가 3이 되도록 하는 정수 k 의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. 방정식 $x^3 - 6x^2 + 9x - k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오.

부등식에의 활용 (p. 63)

예제

7. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $\frac{1}{2}x^4 - \frac{4}{3}x^3 - x^2 + 4x + a > 0$ 이

성립하도록 하는 정수 a 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

유제

8. $x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 15 > a$$
가 성립하도록 하는 자연수 a 의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 두 함수 $f(x) = x^3 - x^2 + 3x + 5$, $g(x) = 4x + k$ 가 있다.

$x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $f(x) \geq g(x)$ 가 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오.

속도와 가속도 (p. 65)

예제

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = -2t^3 + kt^2 \quad (k \text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=1$ 에서 점 P가 운동 방향을 바꿀 때,
시각 $t=1$ 에서의 점 P의 가속도는?

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

유제

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 - 5t$$

이다. 점 P의 속도가 16인 순간 점 P의 위치는?

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

12. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치를 각각 x_1, x_2 라 하면

$$x_1 = t^3 - 5t^2, \quad x_2 = -2t^2 + 10t$$

이다. 두 점 P, Q가 만나는 순간 두 점 P, Q의 속도를 각각 p, q 라 할 때, $p - q$ 의 값을 구하시오.

Level 1. 기초연습 (p. 66~67)

1. 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 함수 $f(x) = -2x^3 + 6x^2 + 1$ 의 최댓값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

2. 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $f(x) = x^4 + 2x^2 - 8x + a$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m=16$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 방정식 $-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x + k = 0$ 의 서로 다른 음의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수 $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 10$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은?

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

5. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^4 - 4x^3 - a^2 + 9a + 37 > 0$ 이 성립하도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

6. $x > a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^3 - 5x^2 + 3x + 9 > 0$ 이 성립하도록 하는 정수 a 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 6t$$

이다. 점 P의 가속도가 0인 순간 점 P의 속도는?

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

8. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치를 각각 x_1, x_2 라 하면

$$x_1 = t^3 - 3t^2, \quad x_2 = -\frac{5}{2}t^2 + 10t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리는?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

Level 2. 기본연습 (p. 68~69)

1. 함수 $f(x) = -x^3 + 6x^2$ 은 $x = p$ 에서 극값을 갖는다. 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 할 때, 닫힌구간 $\left[-\frac{p}{2}, \frac{p}{2}\right]$ 에서 함수 $g(t)$ 의 최솟값은?
(단, p 는 양수이다.)
- ① -8 ② -16 ③ -24 ④ -32 ⑤ -40

2. 최고차항의 계수가 2인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은?

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다.
(나) 함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프와 직선 $y = -f(1)$ 은 서로 다른 네 점에서 만난다.

- ① 30 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 54

3. 실수 k 에 대하여 삼차방정식 $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $f(k)$ 라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(2) + g(2)$ 의 값은?
- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{11}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

4. 두 함수

$$f(x) = x^4 + x^3 - 8x, \quad g(x) = x^3 - 2x^2 + k$$

에 대하여 부등식 $f(x) \leq g(x)$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k 의 개수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(x-4)f(x) \geq 0$ 이 성립한다.
 (나) $f(0)=0$

실수 k 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x)-xf'(k)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

6. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = \frac{1}{2}t^4 - 2t^3 + kt$$

이다. 점 P가 원점을 출발한 후 운동 방향을 두 번 바꾸도록 하는 정수 k 의 개수는?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = \frac{1}{4}t^4 - 2t^3 + \frac{9}{2}t^2 + kt$$

이다. 시각 $t=p$ 와 $t=q$ ($0 < p < q$)에서만 점 P의 속도가 2이고 시각 $t=3$ 에서의 속도가 0보다 작을 때, 시각 $t=q$ 에서의 점 P의 가속도는? (단, k, p, q 는 상수이다.)

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

Level 3. 실력완성 (p. 70)

1. 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 16$ 과 실수 t 에 대하여 집합

$$A = \{x \mid f(x)f'(t)(x-t) + f(x)f(t) = 0\}$$

일 때, 집합 A 의 원소의 개수가 1이 되도록 하는 모든 t 의 값의 합은?

- ① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{15}{2}$ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{19}{2}$

2. 1이 아닌 실수 α 와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $|f(x) - f(1)|$ 은 $x = \alpha$ 에서만 미분가능하지 않다.

(나) 함수 $f(x)$ 는 $x = -\frac{1}{2}$ 에서 극솟값 0을 갖는다.

실수 t 에 대하여 방정식 $f(f(x)) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 $t = \beta$ 에서만 불연속이다.

$\alpha + \beta$ 의 값은? (단, β 는 실수이다.)

- ① $-\frac{9}{16}$ ② $-\frac{7}{16}$ ③ $-\frac{5}{16}$
 ④ $-\frac{3}{16}$ ⑤ $-\frac{1}{16}$

3. 함수 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $\{f(x) - f(3)\}^2 + \{f'(2)\}^2 = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

(나) $0 < f(3) < f(2)$

$x \geq k$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $f(x) \geq f(3)$ 이 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값은 p 이다.

$(3p-1)^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

[정답표]

3. 미분계수와 도함수

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	11번
	⑤	④	15	④	①	③	②	29	①	23	27
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번			
	②	①	①	④	③	①	⑤	20			
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번				
	③	⑤	②	⑤	④	①	10				
Level 3	1번	2번	3번								
	①	④	44								

4. 도함수의 활용(1)

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	
	③	①	15	13	28	16	②	④	3	①	
	11번	12번									
	③	①									
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번			
	⑤	①	④	5	55	⑤	②	③			
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번			
	②	③	①	⑤	③	④	61	③			
Level 3	1번	2번	3번								
	③	50	④								

5. 도함수의 활용(2)

	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번
예제 및 유제	③	②	30	6	①	6	④	②	4	①
	11번	12번								
	④	35								
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번		
	④	⑤	②	③	④	③	①	④		
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번			
	⑤	②	③	④	19	②	③			
Level 3	1번	2번	3번							
	②	③	10							