

## 등차수열의 일반항 (p. 71)

### 예제

1. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_5 = 0, \quad |a_2| + |a_6| = 12$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값은?

- ① 12    ② 14    ③ 16    ④ 18    ⑤ 20

### 유제

2. 등차수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_3 + a_6 = 3, \quad a_6 + a_9 = 17$$

을 만족시킬 때,  $a_n > 100$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값은?

- ① 41    ② 43    ③ 45    ④ 47    ⑤ 49

3. 다음 조건을 만족시키는 모든 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_{10}$ 의 값의 합을 구하시오.

- (가) 모든 항이 정수이고 공차가  $-3$ 이다.  
 (나)  $a_n < 0$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값은  $20$ 이다.

### 등차수열의 합 (p. 73)

#### 예제

4. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$a_3 = 9, \quad a_6 + S_9 = 174$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값은?

- ① 31    ② 33    ③ 35    ④ 37    ⑤ 39

#### 유제

5. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$a_{10} = 8$ 일 때,  $S_{19}$ 의 값을 구하시오.

6. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = -2, \quad a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 105$$

일 때,  $a_{10} - a_5$ 의 값은?

- ① 10                      ②  $\frac{25}{2}$                       ③ 15  
 ④  $\frac{35}{2}$                       ⑤ 20

## 등비수열의 일반항 (p. 75)

### 예제

7. 모든 항이 실수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 a_3 = 12, \quad a_5 = 18$$

일 때,  $a_9$ 의 값은?

- ① 162                      ② 165                      ③ 168  
 ④ 171                      ⑤ 174

### 유제

8. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\frac{5a_2}{a_3 + a_4} = 16$  일 때,

$\frac{a_3}{a_5}$ 의 값은?

- ① 4                      ② 9                      ③ 16                      ④ 25                      ⑤ 36

9. 첫째항이 3이고 공비가  $\sqrt{3}$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\log_3(a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_{10})$$

의 값은?

- ①  $\frac{61}{2}$                       ② 31                      ③  $\frac{63}{2}$                       ④ 32                      ⑤  $\frac{65}{2}$

### 등비수열의 합 (p. 77)

#### 예제

10. 공비가 음수인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$7S_3 = S_9, S_6 = 6$$

일 때,  $S_{12}$ 의 값은?

- ① 52    ② 54    ③ 56    ④ 58    ⑤ 60

#### 유제

11. 공비가 실수인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$S_5 - S_4 = 12, S_8 - S_4 = 180$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하시오.

12. 첫째항이 1이고 공비가 음수인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하고, 수열  $\{|a_n|\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $T_n$ 이라 하자.

$$S_8 + T_8 = 80$$

일 때,  $S_{10} = p + q\sqrt{3}$ 이다.  $p - q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p, q$ 는 유리수이다.)

## Level 1. 기초연습 (p. 78~80)

1. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 = -2$ ,  $a_6 = 7$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값은?

- ① 16    ② 17    ③ 18    ④ 19    ⑤ 20

2. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 + a_3 = 2, \quad a_5 + a_7 = 34$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값은?

- ① 31    ② 33    ③ 35    ④ 37    ⑤ 39

3. 세 수  $a$ ,  $2a-1$ ,  $a^2-6$ 이 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 양수  $a$ 의 값은?

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

4. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 7, \quad a_7 - a_5 = 4$$

일 때, 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합은?

- ① 100    ② 105    ③ 110    ④ 115    ⑤ 120

5. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$a_1 = 58, S_{10} = S_{20}$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값은?

- ① 22    ② 24    ③ 26    ④ 28    ⑤ 30

6. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$S_n = 3n^2 - 2n + 1$$

일 때,  $a_1 + a_{10}$ 의 값은?

- ① 51    ② 53    ③ 55    ④ 57    ⑤ 59

7. 공비가 실수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 2, 3a_1 - a_2 + 3a_3 = a_4$$

를 만족시킬 때,  $a_2 + a_3$ 의 값은?

- ① 22    ② 24    ③ 26    ④ 28    ⑤ 30

8. 등비수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2 \times 3^{n-1}$$

을 만족시킨다.  $a_5 = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

9. 양수  $a$ 에 대하여 세 수  $a-1$ ,  $a+3$ ,  $4a+6$ 이 순서대로 등비수열을 이룰 때,  $a$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10. 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$\frac{S_{10}}{S_5} = 10$ 일 때,  $\frac{a_{10}}{a_5}$ 의 값은?

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

11. 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$S_6 = 4, S_{12} = 32$$

일 때,  $S_{18}$ 의 값은?

- ① 228      ② 232      ③ 236      ④ 240      ⑤ 244

12.  $a_4 = 6$ ,  $a_{10} = \frac{2}{3}$ 이고 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$b_n = a_{3n-2} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이라 하자. 수열  $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제5항까지의 합은?

- ①  $\frac{241}{9}$       ②  $\frac{242}{9}$       ③ 27      ④  $\frac{244}{9}$       ⑤  $\frac{245}{9}$

### Level 2. 기본연습 (p. 81~83)

1. 공차가 0이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 20, |a_{11}| = |a_{21}|$$

일 때,  $a_m = -16$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 의 값은?

- ① 26    ② 27    ③ 28    ④ 29    ⑤ 30

2. 서로 다른 세 실근을 갖는  $x$ 에 대한 삼차방정식

$$x^3 - (a+1)x^2 + (a-2)x + 2a = 0$$

이 있다. 이 방정식의 세 실근이 크기 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 모든 실수  $a$ 의 값의 합은?

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$

3. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ.  $a_1 + a_2 > a_3$ 이면  $a_4 + a_5 > a_6$ 이다.

ㄴ.  $a_1 \neq a_2$ 이면,  $a_3a_5 + a_4a_6 \neq a_3a_6 + a_4a_5$ 이다.

ㄷ.  $a_2 > a_1$ 이면  $\{a_5\}^2 > a_1a_9$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄴ                ⑤ ㄴ, ㄷ

4. 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = (-1)^n(3n-1)$$

일 때, 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제20항까지의 합을 구하시오.



5. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$S_9 < 0, a_2 + a_{10} > 0$$

일 때,  $a_n > 0$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값은?

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

6.  $a_1 = -1$ 이고 공차가  $d(d > 0)$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$b_n = (a_{n+2})^2 - (a_n)^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

이라 하고, 수열  $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $S_{10} = 1860$ 일 때,  $d$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$S_{n+2} - S_n = 112 - 16n$$

이 성립할 때,  $S_p = S_q$ 를 만족시키는 서로 다른 두 자연수  $p, q$ 의 모든 순서쌍  $(p, q)$ 의 개수는? (단,  $p < q$ )

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

8.  $a_1 = a_2$ 인 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자. 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$S_{2n+1} - S_{2n} = 5n - 1, \quad S_{2n} - S_{2n-1} = -4n + 3$$

이 성립할 때,  $S_k < 0$ 을 만족시키는 모든 자연수  $k$ 의 값의 합은?

- ① 21      ② 22      ③ 23      ④ 24      ⑤ 25

9. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 세 수  $2, a, b$ 는 이 순서대로 등비수열을 이루고, 세 수  $a, b, 12$ 는 이 순서대로 등차수열을 이룰 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.

10. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_4 = 0, \quad a_4 + a_5 = 8$$

이다. 세 수  $a_p, a_{p+2}, a_{p+q}$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루도록 하는 두 자연수  $p, q$ 에 대하여  $p+q$ 의 값은? (단,  $q > 2$ )

- ① 12    ② 14    ③ 16    ④ 18    ⑤ 20

11.  $a_1 > 0$ 이고 공비가 실수  $r$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a_3 a_6 > 0$   
 (나)  $a_2 - a_3 + a_4 - a_5 > 0$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- <보 기>
- ㄱ.  $r > 0$   
 ㄴ.  $a_2 a_6 > a_3 a_4$   
 ㄷ. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+1} < a_n$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 공비가 1보다 큰 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$\frac{a_1}{a_2} + \frac{a_3}{a_2} + \frac{a_3}{a_4} + \frac{a_5}{a_4} + \frac{a_5}{a_6} + \frac{a_7}{a_6} = 10$$

이고  $a_4 = 2$ 일 때,  $S_n > 3^{10}$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값은?

- ① 11    ② 12    ③ 13    ④ 14    ⑤ 15

Level 3. 실력완성 (p. 84)

1. 모든 항이 0이 아니고 공차가 음수인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫번째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하고, 수열  $\{S_n\}$ 의 각 항을 큰 수부터 다시 차례로 나열한 수열을  $\{M_n\}$ 이라 하자.

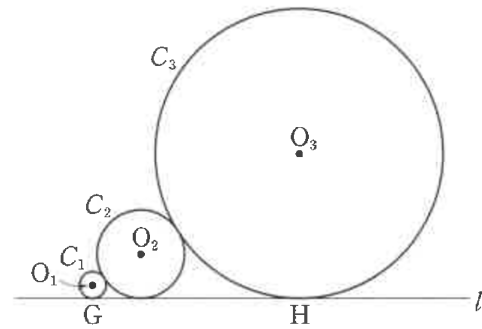
$$M_1 - M_2 = 2, \quad M_2 - M_3 = 1$$

이고,  $S_n < 0$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값이 21일 때,  $a_1$ 의 값을 구하시오.

2. 중심이 각각 점  $O_1$ , 점  $O_2$ , 점  $O_3$ 이고 반지름의 길이가 각각  $r_1, r_2, r_3$ 인 세 원  $C_1, C_2, C_3$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{O_1O_2} = r_1 + r_2, \quad \overline{O_2O_3} = r_2 + r_3, \quad \overline{O_1O_3} = r_1 + 2r_2 + r_3$
- (나) 세 수  $r_1, r_2, r_3$ 은 이 순서대로 등비수열을 이룬다.
- (다) 세 원  $C_1, C_2, C_3$ 에 모두 접하는 직선  $l$ 이 존재한다.

두 원  $C_1, C_3$ 이 직선  $l$ 과 접하는 점을 각각 G, H라 하자.  $r_1 = 1, \overline{GH} = 20$ 일 때, 세 원  $C_1, C_2, C_3$ 의 넓이의 합은?

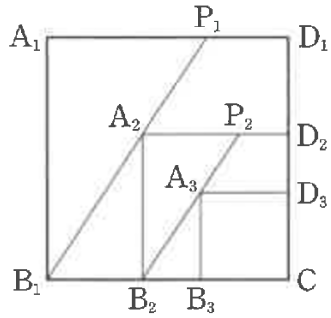


- ①  $271\pi$
- ②  $273\pi$
- ③  $275\pi$
- ④  $277\pi$
- ⑤  $279\pi$

3. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형  $A_1B_1CD_1$ 에 대하여 선분  $A_1D_1$ 을 2:1로 내분하는 점을  $P_1$ 이라 하고, 선분  $P_1B_1$  위의 점  $A_2$ , 선분  $B_1C$  위의 점  $B_2$ , 선분  $CD_1$  위의 점  $D_2$ 를 사각형  $A_2B_2CD_2$ 가 정사각형이 되도록 잡는다. 또 선분  $A_2D_2$ 를 2:1로 내분하는 점을  $P_2$ 라 하고, 선분  $P_2B_2$  위의 점  $A_3$ , 선분  $B_2C$  위의 점  $B_3$ , 선분  $CD_2$  위의 점  $D_3$ 을 사각형  $A_3B_3CD_3$ 이 정사각형이 되도록 잡는다. 이와 같은 과정을 계속할 때, 사각형  $A_nB_nCD_n$ 의 둘레의 길이를  $a_n$ 이라 하자.

$a_5 = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)





## 합의 기호 $\sum$ (p. 87)

### 예제

1.  $a_1 = 3$ 인 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_n - 1) = 5, \quad \sum_{n=1}^9 (a_{n+1} - 2a_n) = 10$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값은?

- ① 11    ② 12    ③ 13    ④ 14    ⑤ 15

### 유제

2. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_n + b_n) = 7, \quad \sum_{n=1}^{10} (b_n + 1) = 4$$

일 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은?

- ① 11    ② 13    ③ 15    ④ 17    ⑤ 19

3. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{10} a_n = 8, \quad \sum_{n=1}^8 (a_n + a_{n+2}) = 10$ 일 때,

$\sum_{n=2}^7 a_{n+1}$ 의 값은?

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

### 자연수의 거듭제곱의 합 (p. 89)

#### 예제

4.  $\sum_{k=1}^8 \frac{k^3+2k}{k+1} - \sum_{k=2}^8 \frac{2k-3}{k} = \frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

#### 유제

5.  $\sum_{k=1}^{10} (k+2)^2 - \sum_{k=1}^{10} k^2$ 의 값은?

- ① 260    ② 270    ③ 280    ④ 290    ⑤ 300

6. 첫째항이 1이고 공차가 3인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{n=1}^7 (a_n)^2$ 의 값을 구하시오.

## 일반항이 분수 꼴인 수열의 합 (p. 91)

### 예제

7. 첫째항이 3인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \left( \frac{a_k}{k} - \frac{a_{k+1}}{k+1} \right) = -n$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^8 \frac{180}{a_n}$ 의 값은?

- ① 112    ② 114    ③ 116    ④ 118    ⑤ 120

### 유제

8.  $\sum_{n=1}^9 \frac{4n^2 + 8n + 10}{4n^2 + 8n + 3}$ 의 값은?

- ① 10    ② 11    ③ 12    ④ 13    ⑤ 14

9.  $\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{\sqrt{4n+1} + \sqrt{4n-3}}$ 의 값은?

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5



### 등차수열과 등비수열의 귀납적 정의 (p. 93)

#### 예제

10. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$2a_{n+1} = a_n + a_{n+2}$$

를 만족시킨다.

$$a_2 + a_4 = 100, \quad a_2 - a_4 = 4$$

일 때,  $a_n < 0$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값은?

- ① 26    ② 27    ③ 28    ④ 29    ⑤ 30

#### 유제

11. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = a_n + 4$$

를 만족시킨다.  $\sum_{n=1}^{11} a_n = 110$ 일 때,  $a_{20}$ 의 값은?

- ① 62    ② 64    ③ 66    ④ 68    ⑤ 70

12. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(a_{n+1})^2 = a_n a_{n+2}$$

를 만족시키고,  $a_3 = 1$ ,  $a_5 + a_7 = 20$ 이다.  $\sum_{n=1}^9 a_n = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

## 귀납적으로 정의된 수열 (p. 95)

### 예제

13.  $a_1 = 1$  인 수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2 & (a_n \geq 1) \\ -a_n + 3 & (a_n < 1) \end{cases}$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^{40} a_n$  의 값은?

- ① 52    ② 54    ③ 56    ④ 58    ⑤ 60

### 유제

14. 수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$(a_{n+1})^2 + a_{n+1} = (a_n)^2 + a_n, \quad a_n \neq a_{n+1}$$

을 만족시킨다.  $a_1 = -5$  일 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$  의 값은?

- ① 32    ② 34    ③ 36    ④ 38    ⑤ 40

수학적 귀납법 (p. 96~97)

예제

15. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{3^{k-1}(4k-4)}{4k^2-1} = \frac{3^n}{2n+1} - 1 \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i)  $n=1$ 일 때, (좌변)  $= \frac{1 \times 0}{3} = 0$ , (우변)  $= \frac{3}{3} - 1 = 0$   
 이므로 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n=m$ 일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m \frac{3^{k-1}(4k-4)}{4k^2-1} = \frac{3^m}{2m+1} - 1$$

이므로

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} \frac{3^{k-1}(4k-4)}{4k^2-1} &= \frac{3^m}{2m+1} - 1 + \boxed{(가)} \\ &= \frac{3^m \times \boxed{(나)}}{4m^2 + 8m + 3} - 1 \\ &= \frac{3^{m+1}}{2m+3} - 1 \end{aligned}$$

즉,  $n=m+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여 (\*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(m)$ ,  $g(m)$ 이라 할 때,  $f(3) \times g(10)$ 의 값은?

- ① 321    ② 324    ③ 327    ④ 330    ⑤ 333

유제

16. 첫째항이 2인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$na_{n+1} = (n+2)a_n$$

을 만족시킨다. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = n(n+1) \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i)  $n=1$ 일 때, (좌변)  $= a_1 = 2$ ,  
 (우변)  $= 1 \times 2 = 2$ 이므로 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n=k$ 일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면

$$a_k = k(k+1)$$

이고,  $a_{k+1} = \boxed{(가)} \times a_k$ 이므로

$$a_{k+1} = \boxed{(나)}$$

즉,  $n=k+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여 (\*)이 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 라 할 때,  $f(6) \times g(10)$ 의 값은?

- ① 172    ② 176    ③ 180    ④ 184    ⑤ 188

## Level 1. 기초연습 (p. 98~99)

1. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_n + 3) - \sum_{n=1}^9 (a_{n+1} - 2) = 50$$

일 때,  $a_1$ 의 값은?

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

2. 첫째항이 5인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_{n+2} - a_n) = 30$$

일 때,  $\sum_{n=1}^5 a_{2n-1}$ 의 값은?

- ① 51    ② 53    ③ 55    ④ 57    ⑤ 59

3. 자연수  $n$ 에 대하여 집합

$$A_n = \{x \mid n^2 + 1 < x \leq 2n^2 + 3n - 3, x \text{는 자연수}\}$$

의 원소의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{10} \frac{a_{2n}}{n+2}$ 의 값은?

- ① 200    ② 210    ③ 220    ④ 230    ⑤ 240

4. 자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 에 대한 이차방정식  $2x^2 - 8x + n = 0$ 의

서로 다른 실근의 개수를  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{100} a_n$ 의 값은?

- ① 11    ② 13    ③ 15    ④ 17    ⑤ 19

5.  $\sum_{n=1}^6 (2n^2 - an) = 168$  일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③ 1    ④  $\frac{4}{3}$     ⑤  $\frac{5}{3}$

6. 첫째항이 1이고 공차가 3인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{n=1}^{16} \frac{1}{\sqrt{a_{n+1}} + \sqrt{a_n}}$ 의 값은?

- ① 1    ②  $\frac{4}{3}$     ③  $\frac{5}{3}$     ④ 2    ⑤  $\frac{7}{3}$

7. 모든 항이 0이 아닌 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(a_{n+1})^2 = a_n a_{n+2}$$

를 만족시킨다.  $a_7 = 3(a_4)^2$ 일 때,  $a_1$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{9}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③ 1    ④ 3    ⑤ 9

8. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 10 & (a_n \geq 0) \\ -a_n + 5 & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_1 = 4$ 일 때,  $a_{10} + a_{20}$ 의 값은?

- ① -5    ② -3    ③ -1    ④ 1    ⑤ 3

## Level 2. 기본연습 (p. 100~101)

1. 자연수  $m$ 에 대하여  $a_m = \sum_{k=1}^m k$ 일 때,  $\sum_{m=1}^n \frac{a_m}{m+1} \geq 100$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값은?  
 ① 16    ② 17    ③ 18    ④ 19    ⑤ 20

2.  $a_1 > 0$ 이고 공차가 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{5}{48}$$

일 때,  $a_1$ 의 값은?

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

3. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $y=x+n$ 이 함수  $y = \frac{1}{x-1} + 2$ 의 그래프와 만나는 서로 다른 두 점의  $x$ 좌표를 각각  $\alpha_n, \beta_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=4}^{11} \frac{1}{\alpha_n^2 \beta_n + \alpha_n \beta_n^2} = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

4.  $a_1 = 3$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{2n+1} - a_{2n-1} = 6, \quad a_{2n-1} + a_{2n} = 5$$

를 만족시킬 때,  $a_{15} + \sum_{n=1}^{15} a_n$ 의 값은?

- ① 105    ② 110    ③ 115    ④ 120    ⑤ 125

5. 첫째항이 1인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 3a_{n-1} & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오.

6. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n + a_{n+3} = 10$$

을 만족시킨다.  $\sum_{n=1}^3 a_n = 5$ 일 때,  $\sum_{n=1}^9 a_n$ 의 값을 구하시오.

7. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_5$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M-m$ 의 값은?

(가)  $a_1 = 4$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $|a_{n+1} - a_n| = 3n - 2$ 이다.

- ① 42    ② 44    ③ 46    ④ 48    ⑤ 50

8. 모든 항이 양수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 \times a_3 \times a_4$ 의 최댓값은?

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n \times a_{n+1} \times a_{n+2} = a_2 \times a_3 \times a_4$$

이다.

(나)  $a_1 = 2$ ,  $\sum_{n=1}^{100} a_n = 233$

- ① 11    ②  $\frac{23}{2}$     ③ 12    ④  $\frac{25}{2}$     ⑤ 13

## Level 3. 실력완성 (p. 102)

1. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1$ 의 값의 합은?

(가)  $a_8 = 2$ 이고, 모든 항이 30 이하의 자연수이다.

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 4 & (a_n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \frac{1}{3}a_n & (a_n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

- ① 68    ② 70    ③ 72    ④ 74    ⑤ 76

2. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n a_{n+1} = \sum_{k=1}^n a_k$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

—<보 기>—

ㄱ.  $a_2 = 1$

ㄴ. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+2} = a_n + 2$ 이다.

ㄷ.  $a_1 = 3$ 이면  $\sum_{n=1}^{10} a_n = 40$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



3. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  
모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(2n-1)a_n + 2S_n = 2$$

가 성립한다.  $\frac{a_1 a_5}{a_{10}} = \frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

# [정답표]

## 5. 등차수열과 등비수열

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	11번	12번
	④	④	84	④	152	③	①	③	⑤	⑤	384	242
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	11번	12번
	④	②	④	⑤	①	④	②	83	③	④	①	②
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	11번	12번
	③	③	⑤	30	③	③	②	①	12	③	③	④
Level 3	1번	2번	3번									
	48	②	449									

## 6. 수열의 합과 수학적 귀납법

예제 및 유제	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번	9번	10번	
	④	②	②	536	①	952	③	①	②	④	
	11번	12번	13번	14번	15번	16번					
	③	515	⑤	⑤	②	②					
Level 1	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번			
	②	③	①	③	②	④	②	①			
Level 2	1번	2번	3번	4번	5번	6번	7번	8번			
	⑤	④	74	⑤	363	35	②	④			
Level 3	1번	2번	3번								
	③	④	365								