

제 2 교시

# 수학 영역

5지선다형

8. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - f(x)}{x^2} = 3, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 2$$

일 때,  $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

9. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 두 그래프

$$y = f(x) \text{와 } y = xf(x) + \frac{3}{4} \text{가 } y\text{-좌표가 } 1 \text{인 점 A에서 만나고,}$$

이 점에서의 두 곡선의 접선은 서로 수직이다.  $f(2)$ 의 값은?

[4점]

- ①  $\frac{1}{16}$       ②  $\frac{3}{16}$       ③  $\frac{5}{16}$       ④  $\frac{7}{16}$       ⑤  $\frac{9}{16}$

10. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n^2 - a_n & (a_n \leq -1) \\ a_n - 7 & (a_n > -1) \end{cases}$$

이다.  $a_4 - a_2 = 1$ ,  $a_5 > 0$ 일 때,  $a_1 + a_3 + a_6$ 의 값은? [4점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

11. 최고차항의 계수가 1이고  $f(3)=1$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(5)$ 의 값은? [4점]

$x_1 < 2 < x_2$ 인 모든 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  
 $f(x_1)f(x_2)+1 \leq f(x_1)+f(x_2)$ 이다.

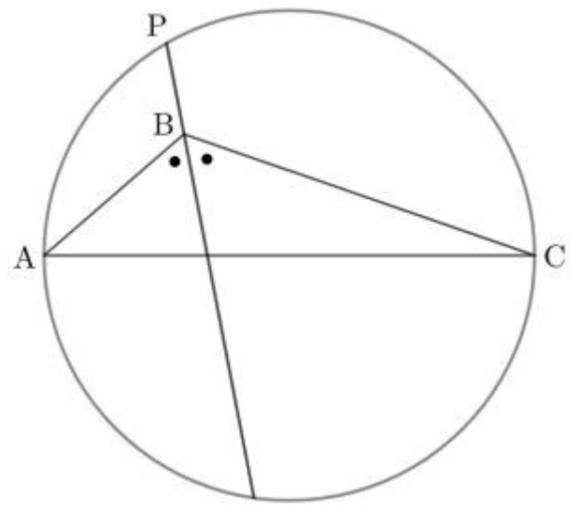
- ① 11      ② 13      ③ 15      ④ 17      ⑤ 19

12. 그림과 같이

$$\overline{AB}=3, \overline{BC}=6, \angle B = \frac{2}{3}\pi$$

인 삼각형 ABC에 대하여, 선분 AC를 지름으로 하는 원과  $\angle B$ 의 이등분선이 만나는 두 점 중 점 B와 가까운 점을 P라 하자. 선분 BP의 길이는? [4점]

- ①  $\frac{9}{8}$       ②  $\frac{5}{4}$       ③  $\frac{11}{8}$       ④  $\frac{3}{2}$       ⑤  $\frac{13}{8}$



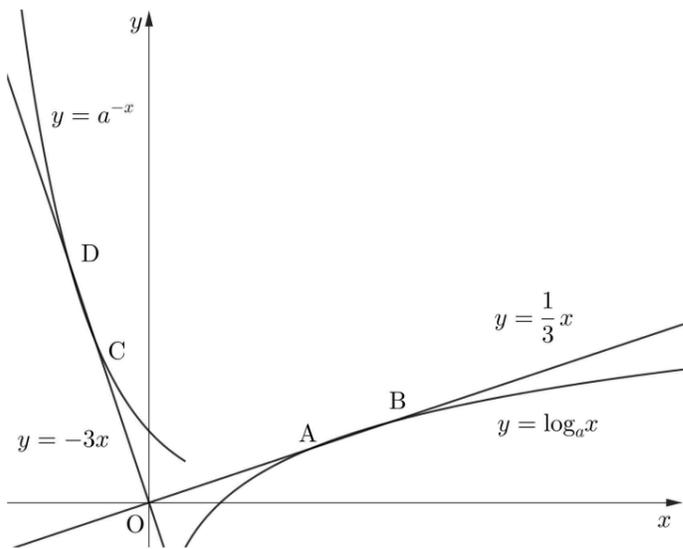
13. 상수  $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선  $y = \log_a x$ 와 직선  $y = \frac{1}{3}x$ 가

만나는 두 점을 A, B( $\overline{OA} < \overline{OB}$ )라 하고, 곡선  $y = a^{-x}$ 와  $y = -3x$ 가 만나는 두 점을 C, D( $\overline{OC} < \overline{OD}$ )라 하자.

(삼각형 OAC의 넓이) : (사각형 ABDC의 넓이) = 4 : 5

일 때,  $a$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ①  $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$     ②  $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{5}{3}}$     ③  $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{8}{3}}$     ④  $\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{5}{3}}$     ⑤  $\left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{8}{3}}$



14. 실수  $t$ 와 삼차함수  $f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^2(x-t)+1$ 에 대하여

방정식  $f(f(x))=0$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $g(t)$ 라 하자.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $t < 2$ 이면  $g(t) = 1$ 이다.

ㄴ.  $\lim_{t \rightarrow 2^+} g(t) - \lim_{t \rightarrow 2^-} g(t) = g(2) + 1$

ㄷ.  $g(t) = 3t$ 이도록 하는 실수  $t$ 의 개수는 2이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 집합  $A = \{x \mid x \leq 0\} \cup \{3\}$ 와 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + n & (a_n \in A) \\ a_n - n & (a_n \notin A) \end{cases}$$

이다.  $a_{m+2} < a_{m+1} < a_m$ 을 만족시키는 자연수  $m$ 의 최솟값은 5일 때,  $a_{21} - a_1$ 의 값은? [4점]

- ① 20      ② 22      ③ 24      ④ 26      ⑤ 28

단답형

20. 양수  $k$ 에 대하여 삼차함수  $f(x) = \frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{8}x + k$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자.  $x$ 에 대한 방정식

$$2f(x) = g\left(\frac{x}{2}\right)$$

의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때,  $80k$ 의 값을 구하시오.

[4점]

21. 상수  $a(a > 1)$ 와 함수  $f(x) = \log_a\left(x + 3|x| + \frac{1}{a}\right)$ 에 대하여

방정식  $f\left(\frac{f(x)}{3}\right) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이고

가장 큰 실근은  $\frac{\sqrt{m}-1}{12}$ 이다.  $m$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수  $f(x)$ 에 대하여

$$f'(k-1) \times f'(k) \times f'(k+1) < 0$$

을 만족시키는 정수  $k$ 는 존재하지 않는다.

$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$ ,  $f(2) = 2$ ,  $f'\left(\frac{7}{2}\right) < 0$ 일 때,  $f(7) = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의

값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.