2024학년도 대학수학능력시험 대비

2024학년도 모의평가 정답 및 해설

수학 영역 1회

수학(공통) 정답

1	③	2	③	3	③	4	①	5	③
6	③	7	④	8	②	9	⑤	10	③
11	④	12	④	13	①	14	④	15	④
16	220	17	10	18	5	19	4	20	17
21	111	22	4						

해 설

*본 모의고사의 정답 및 해설은 네이버 밴드 [최석호 2024 수학 모의고사]의 강의 영상을 기본으로 간이 해설지를 첨부하였습니다. 기타 문의 사항은 카카오톡 '최석호 수능 연구소' 1:1 메세지를 통해 문의 바랍니다. 감사합니다.

1. [출제의도] 삼각함수 계산

$\frac{1}{\cos^2\theta}+\frac{\tan\theta}{\cos\theta}$ 통분하면

$=\frac{1+\sin\theta}{\cos^2\theta}=\frac{1+\sin\theta}{1-\sin^2\theta}$

$=\frac{1+\sin\theta}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}$

$=\frac{1}{1-\sin\theta}$에서 $\sin\theta=\frac{1}{3}$이므로

$=\frac{3}{2}$

2. [출제의도] 극한 유리화 계산

$\lim_{x\to1}\sqrt{x+a}-2=0$이므로 $a=3$

$\lim_{x\to1}\frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}$

$\lim_{x\to1}\frac{1}{(\sqrt{x+3}+2)}=\frac{1}{4}=b$

$a=3,\ b=\frac{1}{4}$

$a+b=\frac{13}{4}$

3. [출제의도] 등비 수열 계산

$a_4=ar^3=24$

$\frac{a_5a_7}{a_9}=\frac{ar^4\times ar^6}{ar^8}=ar^2=12$

$a=3,\ r=2$

$a_2=6$

4. [출제의도] 그래프 극한

$\lim_{x\to1-}f(x)f(x-2)=(-1)\times1=-1$

$\lim_{x\to1+}f(x)f(x-2)=1\times(-1)=-1$

$\lim_{x\to1}f(x)f(x-2)=-1$

5. [출제의도] 삼차 그래프 추론

*영상 참조

(가), (나) $f'(2)=0,\ f(-1)=f(2)$에서

$f(x)=(x+1)(x-2)^2+k$

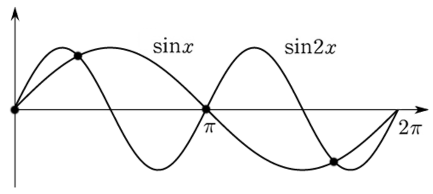
(나) $f(0)=3$이므로 $k=-1$

$f(x)=(x+1)(x-2)^2-1$

$f(4)=19$

6. [출제의도] 삼각함수 그래프의 근

구간 $[0,2\pi)$에서 $\sin x=\sin2x$의 그래프는



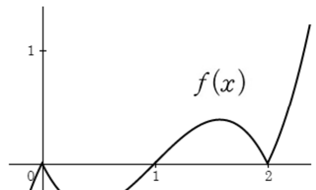
이므로 $x=0$과 $x=\pi$에 대칭인 세 근

네 근의 합은 $0+(\pi\times3)=3\pi$

7. [출제의도] 절댓값 그래프 적분

*영상 참조

$g(x)=x(x-1)(x-2)$라 하면 함수 $f(x)$는 $x=0,\ 2$를 경계로 각각 $g(x),\ -g(x),\ g(x)$의 값을 가지므로



$\int_0^2 f(x)dx=0$이고, $\int_0^3 f(x)dx=\int_2^3 f(x)dx$

$\int_0^3 f(x)dx=-\int_{-1}^0 f(x)dx$

$\int_0^{-1} f(x)dx=\frac{9}{4}$

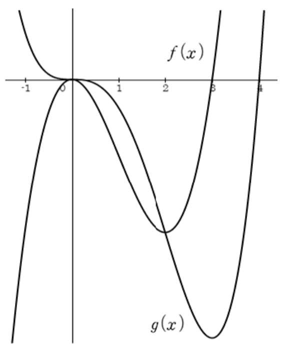
8. [출제의도] 다항함수 관계 추론

*영상 참조

$f(x)=x^2(x-3)$

$g(x)=\frac{1}{4}x^3(x-4)$

$g(3)=-\frac{27}{4},\ |g(3)|=\frac{27}{4}$



9. [출제의도] 극한 근 개수 비교

*영상 참조

$f(x)$의 $(x-2)$ 차수가 n개이면

$f'(x)$의 $(x-2)$ 차수는 $n-1$개이므로

$f(x)=(x-2)^2(x-a)$

$(x-a)$의 값을 k라 놓으면

준 식 $\lim_{x\to2}\frac{2k(x-2)(x-2)^3}{k^2(x-2)^4}=\frac{2}{k}=\frac{2}{3}$

$k=3,\ a=-1$

$f(x)=(x-2)^2(x+1)$

$f(3)=4$

10. [출제의도] 함수 곱 미분 가능 판정

*영상 참조

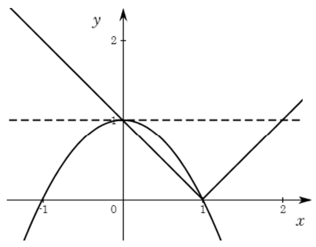
함수 $f(x-a)+\beta$ 즉, $f(x)$의 그래프를 x축으로 a만큼 이동한 그래프는 $f(x)$가 근을 갖는 $x=0,\ \frac{3}{2}$ 또는 $f(x)$가 첨 점인 $x=1$에서 미분 불가능한 점을 가질 수 있으므로 $t=-1,\ \frac{1}{2},\ 0$

t값의 합은 $-1+\frac{1}{2}+0=-\frac{1}{2}$

11. [출제의도] 방정식 선택 함수

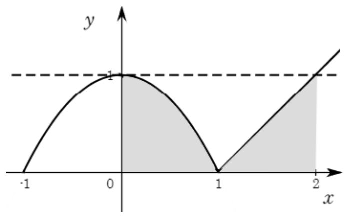
*영상 참조

$f(x)=1-x^2$또는 $f(x)=|x-1|$이므로



와 같다.

구간 $(0,\ 2)$에서 $\{f(x)-1\}^2$의 넓이가 최소인 $f(x)$는 $y=1$ 그래프와 가까운 값의 집합이므로



$\int_0^2 f(x)dx=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$

답 $\frac{7}{6}$

12. [출제의도] 삼각함수 도형

*영상 참조

외접원의 반지름을 R이라 하면

$\frac{2}{\sin C}=2R$에서 $R=\frac{8}{\sqrt{15}}$

sin법칙에서 $\frac{2}{\sin C}=\frac{4}{\sin A}$이므로

$\sin A=\frac{\sqrt{15}}{4},\ \cos A=\frac{1}{4}$

원의 중심을 O라 하면

$\angle BOD=\angle BAC$이므로

삼각형BOD는 $BO=DO=R$이고

$\cos(\angle BOD)=\frac{1}{4}$인 이등변 삼각형이다.

cos법칙에서 $\overline{BD}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$

13. [출제의도] 등차급수 추론 복합

*영상 참조

a_n을 좌표평면 위의 함수 $a_n=an+b$라 하면

$a_3a_4\le0$이므로 a_n은 3과 4사이에서 근을 가지는 직선

공차 a가 양수일 때, $\sum_{k=1}^{3}a_k=-6$, $(2,\ -2)$를 지나는 직선이며 $1\le a_5\le4$,

$a_5=1,\ 2,\ 3,\ 4$

공차 a가 음수일 때, $\sum_{k=4}^{5}a_k=-6$, $(\frac{9}{2},\ 3)$을 지

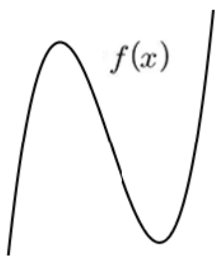
나는 직선이며 $-4 \le a_5 \le -6$,

$a_5 = -4,\ -5,\ -6$

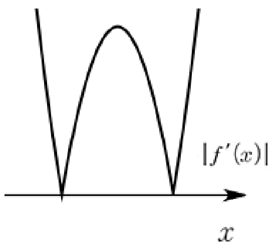
$(1+2+3+4)+(-4-5-6) = -5$

14. [출제의도] 그래프 추론

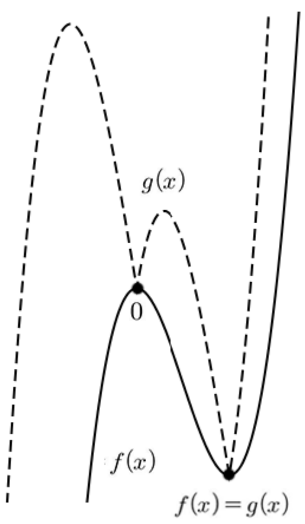
*영상 참조



삼차함수 $f(x)$와



도함수 $|f'(x)|$에 대하여 두 그래프의 합 $g(x) = f(x) + |f'(x)|$는 다음과 같다.

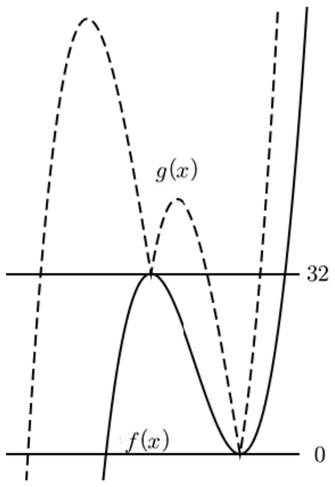


그림에서 $f(x) = g(x)$인 두 교점은 각각

(가) $x = 0$, (나) 양수이므로

두 교점 중 왼쪽이 $x = 0$

(다)에서 $g(x)$의 그래프는 x축과 두 교점을 가지고, 4개 교점을 갖는 최솟값이 $y = 32$이므로



삼차함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 차이가 32

$f(x) = x^2(x-6)+32$

$f'(x) = 3x(x-4)$

$g(1) = f(1) + |f'(1)|$

$= 27 + |-9| = 36$

15. [출제의도] 수열 귀납적 정의

*영상 참조

준 식과 조건 (가)에서

$a_4 = 5$

$a_3 = 2,\ 5+p$

$a_2 = 0,\ 2+p,\ 5+2p$

$a_1 = -1,\ p,\ 2+2p,\ 5+3p$

$p = 31+9+3$

$= 43$ (조건 (나)에서 $a_1 \neq -1$)

16. [출제의도] 수열 급수

$a_{10} = \sum_{k=1}^{10} k(n-k+1)$

$= n\sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^{10} k^2 + \sum_{k=1}^{10} k$

$= 10 \times 55 - 385 + 55$

$= 220$

17. [출제의도] 다항함수 항등식

*영상 참조

$f(x) = x^n \cdots$이라 하면 $f'(x) = nx^n \cdots$이므로

준 식 $2f(x) = (x-1)\{f'(x)+3\}$에서

좌우 계수 비 2는 $f(x)$의 최고차항 차수와 같다. 즉, $f(x)$는 이차함수

$f(x) = (x-1)(..)$에서 $(x-1)$인수를 가지므로

$f(x) = (x-1)(x-a)$

$2f(x) = (x-1)\{f'(x)+3\}$, 양변 $(x-1)$약분

$2(x-a) = 2x-a+2$, $a = -2$

$f(x) = (x-1)(x+2)$

$f(3) = 10$

18. [출제의도] 극한 마지막 그림

*영상 참조

$\lim\limits_{t\to 1}$일 때, 점 P의 좌표는 $(1,\ -1)$..이므로

직선 OP의 기울기는 -1..

$f'(x) = 2x-2 = -1$을 만족하는

점 Q의 좌표는 $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{3}{4}\right)$..

직선 OQ의 기울기는 $\dfrac{\left(-\frac{3}{4}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)} = -\frac{3}{2}$..

답 $p+q = 5$

19. [출제의도] 등차 급수 절댓값 추론

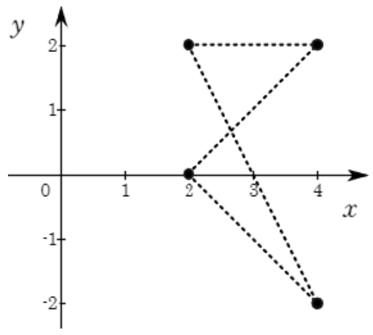
*영상 참조

$S_3 - 3 = \pm 3$

$S_3 = 0,\ 6$이므로 $a_2 = 0,\ 2$

$S_7 = \pm 14$이므로 $a_4 = 2,\ -2$

수열 a_n의 공차, 기울기는



$0,\ -1,\ 1,\ -2$ 중 0을 제외한 나머지 합은

답 $-1+1-2 = -2$

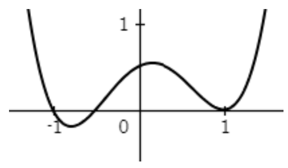
20. [출제의도] 속도 그래프 변화량

*영상 참조

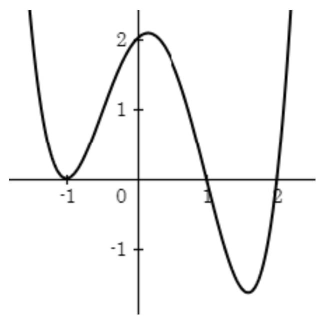
$v(t)$는 t에 대한 사차함수

점 P가 운동 방향을 두 번 바꾸도록 하는 양수 a는 $v(t)$가 서로 다른 두 실근과 중근을 가져야 하므로 $a = -\frac{1}{2}$, $a = 1$

$a = -\frac{1}{2}$일 때,



$a = 1$일 때,



점 P의 위치 변화량 $\int_{-1}^{1} v(t)dt$의 최댓값은

$a = 1$에서 $v(t) = (t^2-1)(t+1)(t-2)$

$\int_{-1}^{1} v(t)dt$은 대칭 구간에 대한 적분으로

기함수 소거, 우함수 $2\int_0^1$하면

$2\int_0^1 t^4 - 3t^2 + 2dt = \frac{12}{5}$

21. [출제의도] 지수 로그 그래프 교점 운동

*영상 참조

22. [출제의도] 그래프 추론 복합

*영상 참조

수학(미적분) 정답

23	①	24	①	25	①	26	④	27	⑤
28	5	29	6	30	18				

23. [출제의도] 초월함수 적분

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sin^2 x + 1} dx$ (*$\sin 2x = 2\sin x \cos x$)

$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2\sin x \cos x}{\sin^2 x + 1} dx$

$= \left[\ln(\sin^2 x + 1)\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= \ln 2$

24. [출제의도] 음함수 미분

$\frac{\ln y + 2}{e^x} = 2y$, 양변 $\times e^x$

$\ln y + 2 = 2ye^x$, 양변 x에 대하여 미분

$\frac{y'}{y} = 2(y'e^x + ye^x)$, $(0,\ 1)$대입하면

$y' = 2(y'+1)$

$y' = -2$

25. [출제의도] 함수의 극한

*영상 참조

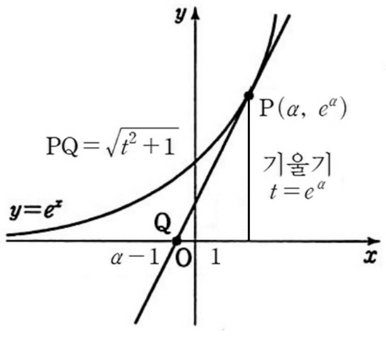
26. [출제의도] 매개 변화율

*영상 참조

점 P의 좌표 $(a,\ e^a)$라 하면 기울기 $t = e^a$

P에서 접선의 방정식은 $y = e^a(x-a) + e^a$

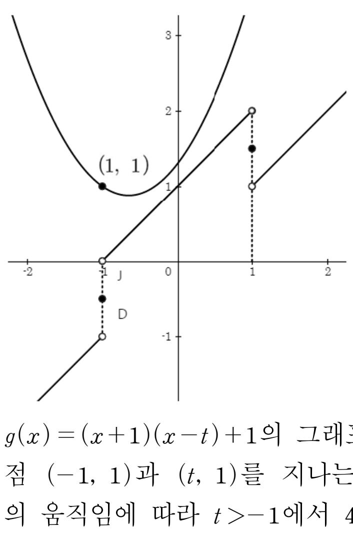
$y=0$대입하면 x절편 Q는 $a-1$
점 P에서 x축에 수선의 발을 내리면
선분 PQ의 기울기 t이므로



직각 삼각형의 각 변 1: t: $\sqrt{t^2+1}$
$f(t)=\sqrt{t^2+1}$
$f'(t)=\dfrac{t}{\sqrt{t^2+1}}$, $f'(e)=\dfrac{e}{\sqrt{e^2+1}}$

27. [출제의도] 함수 곡선 길이
*영상 참조
$1 \le x \le t$에서 곡선 $f(x)$의 길이는
$\int_1^t \sqrt{f'(t)^2+1}\,dt$
$\int_1^t \sqrt{f'(t)^2+1}\,dt = \ln t + f(t) - \dfrac{1}{4}$, 양변 미분하면
$\sqrt{f'(t)^2+1} = \dfrac{1}{t} + f'(t)$, 양변 제곱
$f'(t)^2+1 = \dfrac{1}{t^2} + \dfrac{2}{t}f'(t) + f'(t)^2$, 정리하면
$\dfrac{1}{2}\left(t - \dfrac{1}{t}\right) = f'(t)$, 양변 적분
$f(t) = \dfrac{1}{4}t^2 - \dfrac{1}{2}\ln t + c$, $f(1) = \dfrac{1}{4}$이므로 $c=0$
$f(t) = \dfrac{1}{4}t^2 - \dfrac{1}{2}\ln t$
$f(e) = \dfrac{e^2}{4} - \dfrac{1}{2}$

28. [출제의도] 극한 그래프 복합
*영상 참조
$f(x) = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x^{2n+1}+x+1}{x^{2n}+1}$ 의 그래프와



$g(x)=(x+1)(x-t)+1$의 그래프는
점 $(-1, 1)$과 $(t, 1)$를 지나는 이차식으로 t값의 움직임에 따라 $t>-1$에서 4번, $t<-1$에서 1번의 $h(t)$가 불연속인 점을 갖는다.

29. [출제의도] 삼각함수 합성 판정
*영상 참조
$f(x)$는 $3e^x+ax+b$에 $|\sin x|$를 합성한 함수
속 함수 $|\sin x|$가 $y=0$에서 첨 점이므로
겉 함수 $3e^x+ax+b$는 $x=0$에서 기울기 0을 가져야 전 구간에서 미분가능하며
$x=0$에서 최솟값 1을 갖는다.
$g(x)=3e^x+ax+b$라 하면
$g'(0)=3+a=0$, $a=-3$
$g(0)=1$,
$3+b=1$, $b=-2$
$ab=6$

30. [출제의도] 등비수열 극한
*영상 참조

수학 영역 2회

수학(공통) 정답

1	①	2	③	3	③	4	④	5	③
6	②	7	⑤	8	①	9	③	10	③
11	③	12	④	13	⑤	14	①	15	⑤
16	5	17	8	18	8	19	19	20	4
21	174	22	64						

1. [출제의도] 삼각함수 계산
$\dfrac{1}{\cos^2\theta} + \dfrac{\tan\theta}{\cos\theta}$
$= \dfrac{1+\sin\theta}{\cos^2\theta} = \dfrac{1+\sin\theta}{1-\sin^2\theta} = \dfrac{1+\sin\theta}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}$
$= \dfrac{1}{1-\sin\theta} = \dfrac{3}{2}$
답 $\sin\theta = \dfrac{1}{3}$

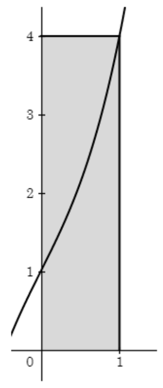
2. [출제의도] 수열 귀납적 정의
$a_{n+1} = a_n + n$에서
$n=3$일 때, $a_4 = a_3 + 3$이고
$a_2 + a_3 = a_4$이므로
$a_2 = 3$
$a_3 = a_2 + 2 = 3 + 2 = 5$

3. [출제의도] 미분 가능성
$x \le 2$일 때, $f'(x) = 2x + a$,
$f'(2) = 4 + a = 2$, $a = -2$
$f(x) = x^2 - 2x + 1 = 1$
$= 4 + b$, $b = -3$
$a + b = -5$

4. [출제의도] 로그 계산
$\log_5 12 = \dfrac{\log 12}{\log 5}$
$= \dfrac{2\log 2 + \log 3}{1 - \log 2}$
$= \dfrac{2p+q}{1-p}$

5. [출제의도] 함수 극한
*영상 참조
$\lim\limits_{n\to\infty}$일 때, 직선 $y=nx$는 점점 y축에 가까워지므로 원은 점 A, B, y축에 접하는 원에 가까워진다. 반지름의 극한은 2..이므로, 원의 중심 좌표 극한값은 $(2, \sqrt{3})$.., 답은 $2+\sqrt{3}$

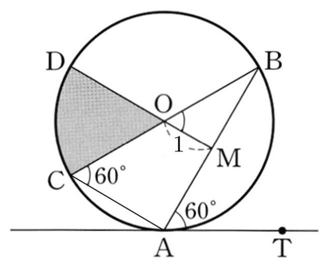
6. [출제의도] 역함수 적분
*영상 참조



$\int_0^1 f(x)dx + \int_1^4 g(x)dx$는 사각형 넓이와 같으므로 답은 4

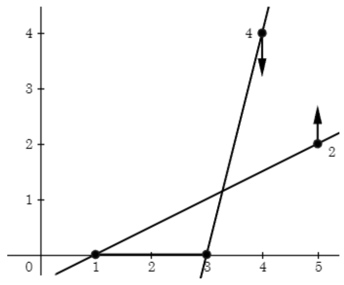
7. [출제의도] 그래프 곱 판정
*영상 참조

8. [출제의도] 삼각함수 도형
*영상 참조



선분 $\overline{AC}$에 대하여 각 $\angle BCA = 60^\circ$
$\angle BOM = 60^\circ$ 이므로 반지름 $\overline{OB} = 2$
원의 넓이 4π
부채꼴 OCD의 넓이 $\dfrac{2}{3}\pi$

9. [출제의도] 등차수열 추론
*영상 참조
등차수열 $a_n = an + b$ 좌표평면 위의 직선으로 표현하면 $a_1 a_3 \le 0$에서 $a_1 a_3$은 0 혹은 부호가 바뀌어야 하고, 즉, $1 \le n \le 3$에서 근을 갖는다.



$a_4 \le 4$, $a_5 \ge 2$를 만족하는 직선 중 공차 a(직선의 기울기)의 최댓값 4, 최솟값 $\dfrac{1}{2}$
$M + m = 4 + \dfrac{1}{2} = \dfrac{9}{2}$

10. [출제의도] 도함수 정의 고찰
*영상 참조

11.~15번
*영상 참조

16. [출제의도] 다변수 적분
$\int_1^x (x-t)f(t)dt = x^3 + ax^2 - 5x + b$ 양변 미분
$\int_1^x f(t)dt = 3x^2 + 2ax - 5$
$x=1$ 대입하면 $a=1$