6. [문항코드]

$3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}}$의 값은?

[2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

$3^{2\sqrt{2}} \times 3^{2-2\sqrt{2}} = 3^{2\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}}$

$= 3^{2}$

$= 9.$ ⑤

4. [문항코드]

함수 $f(x)=2x^2+5$에 대하여 $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$의 값은?

[2점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$f'(x)=4x$ ①

6. [문항코드]
등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_2 = 4,\ \frac{(a_3)^2}{a_1 \times a_7} = 2$$

일 때, a_4의 값은?

[3점]

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

$$\frac{(a_1)^2 \cdot r^4}{(a_1)^2 \cdot r^6} = 2 \longrightarrow r^2 = \frac{1}{2}.$$

$$a_4 = a_2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$= 2.$$

4

3. [문항코드]

등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2 = 1$, $a_5 = 2(a_3)^2$일 때, a_6의 값은?

[3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$$\begin{cases} ar = 1. \\ a_1 r^4 = 2(a_1)^2 r^4 \longrightarrow a_1 = \frac{1}{2},\ r = 2. \end{cases}$$

$a_6 = a_2 \cdot r^4$

$= 16.$ 5

4. [문항코드]
모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=\frac{1}{4},\quad a_2+a_3=\frac{3}{2}$$

일 때, a_6+a_7의 값은?

[3점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

$\frac{1}{4}(r+r^2)=\frac{3}{2} \longrightarrow \frac{1}{4}(r+3)(r-2)=0.$

$\longrightarrow r=2$

$a_6+a_7=(a_2+a_3)\cdot 2^4$

$=24.$ ③

1. [문항코드]

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$일 때, $(2\sin\theta+\cos\theta)(\sin\theta+2\cos\theta)$의 값은?

[3점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

$\frac{1}{4}=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$=1+2\sin\theta\cos\theta \longrightarrow \sin\theta\cos\theta=-\frac{3}{8}.$

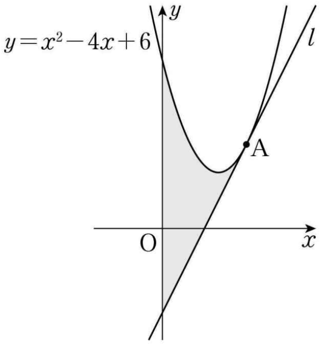
$2\sin^2\theta+5\sin\theta\cos\theta+2\cos^2\theta=2(\sin^2\theta+\cos^2\theta)+5\sin\theta\cos\theta$

$=2-\frac{15}{8}$

$=\frac{1}{8}.$ ①

6. [문항코드]

그림과 같이 곡선 $y=x^2-4x+6$ 위의 점 A$(3, 3)$에서의 접선을 l이라 할 때, 곡선 $y=x^2-4x+6$과 직선 l및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?



[3점]

① $\frac{26}{3}$ ② 9 ③ $\frac{28}{3}$ ④ $\frac{29}{3}$ ⑤ 10

$l : y = 2(x-3)+3$
$= 2x-3$

$S = \int_0^3 \{x^2-4x+6-(2x-3)\}dx$
$= \int_0^3 (x^2-6x+9)dx$
$= \int_0^3 (x-3)^2 dx$
$= 9$ ②

3. [문항코드]

공비가 $\sqrt{3}$인 등비수열 $\{a_n\}$과 공비가 $-\sqrt{3}$인 등비수열 $\{b_n\}$에 대하여

$$a_1 = b_1, \quad \sum_{n=1}^{8} a_n + \sum_{n=1}^{8} b_n = 160$$

일 때, $a_3 + b_3$의 값은?

[3점]

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

$$\sum_{k=1}^{8} a_k + \sum_{k=1}^{8} b_k = \sum_{k=1}^{8} \left(q \cdot (\sqrt{3})^{k-1} + q \cdot (-\sqrt{3})^{k-1} \right) \quad (a_1 = b_1 = q)$$

$$= (q+q) + (3q+3q) + (9q+9q) + (27q+27q)$$

$$= 80q$$

$$= 160 \longrightarrow q = 2.$$

$$a_3 + b_3 = 6q$$

$$= 12$$

②

16. [문항코드]

두 함수

$$f(x)=x^3-x+6, \quad g(x)=x^2+a$$

가 있다. $x \geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$f(x) \geq g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a의 최댓값은?

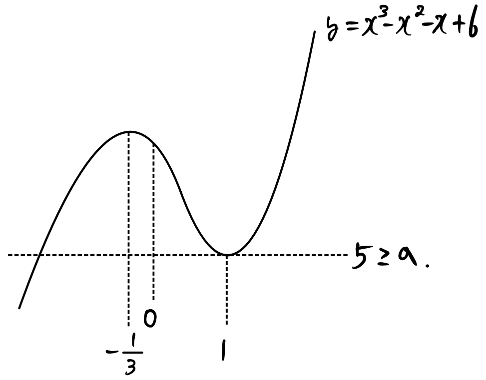
[4점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$f(x) \geq g(x) \longrightarrow x^3-x^2-x+6 \geq a$.

$y=x^3-x^2-x+6$, $y'=3x^2-2x-1$

$=(3x+1)(x-1)$

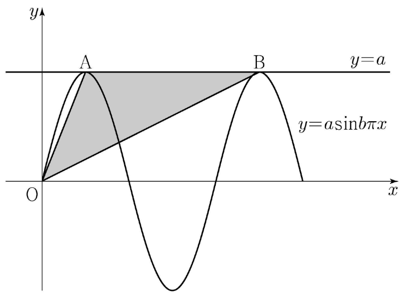


$5 \geq a$.

⑤

16. [문항코드]

두 양수 a, b에 대하여 곡선 $y=a\sin b\pi x\left(0\leq x\leq \frac{3}{b}\right)$이 직선 $y=a$와 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자.
삼각형 OAB의 넓이가 5이고 직선 OA의 기울기와 직선 OB의 기울기의 곱이 $\frac{5}{4}$일 때, $a+b$의 값은?
(단, O는 원점이다.)



[4점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$f(x)$ 주기 $=\frac{2}{b}=\overline{AB}$, $A\left(\frac{1}{2b}, a\right)$, $B\left(\frac{5}{2b}, a\right)$

$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{b}\times a$
$=\frac{a}{b}$
$=5$

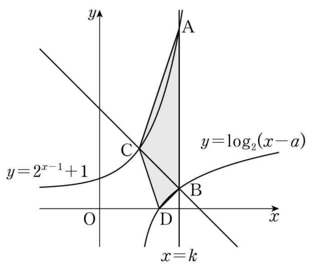
$\frac{5}{4}=\frac{a}{\frac{1}{2b}}\times\frac{a}{\frac{5}{2b}}$
$=\frac{4a^2b^2}{5} \longrightarrow ab=\frac{5}{4}$.

$a=\frac{5}{2}$, $b=\frac{1}{2}$.　3

6. [문항코드]

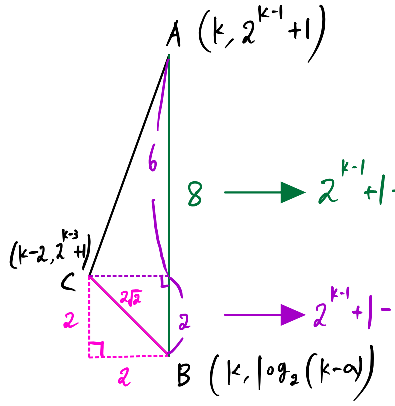
그림과 같이 두 상수 a, k에 대하여 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2^{x-1}+1$, $y=\log_2(x-a)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=2^{x-1}+1$과 만나는 점을 C라 하자.

$\overline{\mathrm{AB}}=8$, $\overline{\mathrm{BC}}=2\sqrt{2}$일 때, 곡선 $y=\log_2(x-a)$가 x축과 만나는 점 D에 대하여 사각형 ACDB의 넓이는? (단, $0<a<k$)



[4점]

① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10



$8 \to 2^{k-1}+1-\log_2(k-a)=8.$

$2^{k-1}+1-(2^{k-3}+1)=6 \to k=4.$

$2^{4-1}+1-\log_2(4-a)=8 \to a=2.$

$S_{\square ACDB} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BCD}$

$= 8+2$

$= 10.$ ⑤

10. [문항코드]

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & (x \le 2) \\ ax+b & (x > 2) \end{cases}$$

에 대하여 $f(\alpha)+\lim_{x\to\alpha+} f(x)=4$를 만족시키는 실수 α의 개수가 4이고, 이 네 수의 합이 8이다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

[4점]

① $-\frac{7}{4}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

$\alpha<2 \longrightarrow f(\alpha)+\lim_{x\to\alpha+} f(x)=(\alpha^2+1)+(\alpha^2+1)$

$=2\alpha^2+2$

$=8 \longrightarrow \alpha=\pm\sqrt{3}$. 2개.

$\alpha>2 \longrightarrow f(\alpha)+\lim_{x\to\alpha+} f(x)=(a\alpha+b)+(a\alpha+b)$

$=2(a\alpha+b)$

$=4 \longrightarrow a\alpha+b=2$.

최대 1개.

$\alpha=2 \longrightarrow f(2)+\lim_{x\to 2+} f(x)=5+2a+b$

$=4$

$-\sqrt{3}+\sqrt{3}+\alpha+2=8 \longrightarrow \alpha=6$

$\begin{cases} 6a+b=2 \\ 2a+b=-1 \end{cases} \longrightarrow a=\frac{3}{4},\ b=-\frac{5}{2}.$ ①

11. [문항코드]

다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to 2} \frac{1}{x-2} \int_1^x (x-t)f(t)dt = 3$$

을 만족시킬 때, $\int_1^2 (4x+1)f(x)dx$의 값은?

[4점]

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

$g(x) = x\int_1^x f(t)dt - \int_1^x tf(t)dt.$

$\lim_{x \to 2} \frac{g(x)-g(2)}{x-2} = g'(2)$

$= 3 \longrightarrow \int_1^2 f(t)dt = 3.$

$g(2) = 2\int_1^2 f(t)dt - \int_1^2 tf(t)dt$

$= 0 \longrightarrow \int_1^2 tf(t)dt = 6.$

$\int_1^2 4xf(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = 27.$ 5

10. [문항코드]

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases} -\int_0^x f(t)dt & (x<0) \\ \int_0^x f(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $f(0)=0$

ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $2<f(1)<4$일 때, 방정식 $f(x)=x$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ $g'(x)=\begin{cases} -f(x) & (x<0) \\ f(x) & (x\geq 0) \end{cases}$

$\lim_{x\to0-} g'(x) = \lim_{x\to0+} g'(x) \longrightarrow f(0)=0$.

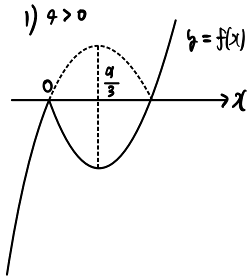
ㄴ $g(0)=g'(0)=0 \longrightarrow g(x)=x^2(x-a)$

$\longrightarrow g'(x)=3x^2-2ax=\begin{cases} -f(x) & (x<0) \\ f(x) & (x\geq 0) \end{cases}$

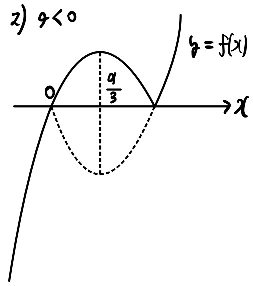
$\longrightarrow f(x)=\begin{cases} -3x^2+2ax & (x<0) \\ 3x^2-2ax & (x\geq 0) \end{cases}$

$f'(x)=\begin{cases} -6x+2a & (x<0) \\ 6x-2a & (x>0) \end{cases}$

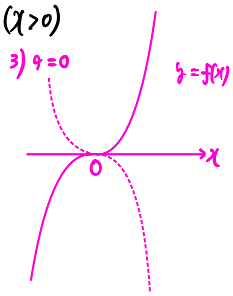
1) $a>0$



2) $a<0$



3) $a=0$



반례

ㄷ

1) $a>0$

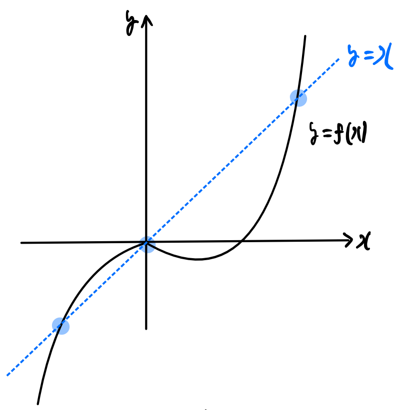
$2<f(1)=3-2a<4 \longrightarrow 0<a<\frac{1}{2}$

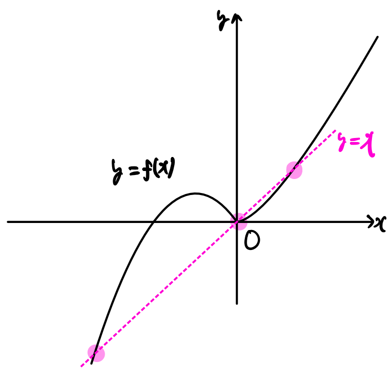
$\lim_{x\to0-} f'(x)=2a \longrightarrow 0<\lim_{x\to0-} f'(x)<1$

2) $a<0$

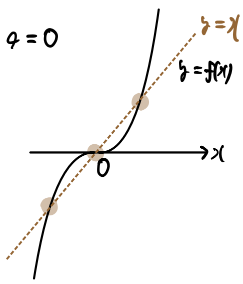
$2<f(1)=3-2a<4 \longrightarrow -\frac{1}{2}<a<0$

$\lim_{x\to0-} f'(x)=-2a \longrightarrow 0<\lim_{x\to0-} f'(x)<1$





3) $a=0$



④

24. [문항코드]

최고차항의 계수가 4이고 $f(0)=f'(0)=0$을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt+5 & (x<c)\\ \left|\displaystyle\int_0^x f(t)\,dt-\frac{13}{3}\right| & (x\ge c)\end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 c의 개수가 1일 때, $g(1)$의 최댓값은?

[4점]

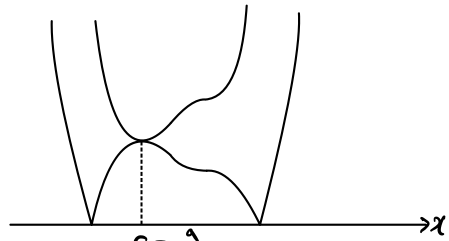
① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

$f(x)=4x^3+ax^2$, $\int_0^x f(t)dt=x^4+\frac{a}{3}x^3$

$\rightarrow g(x)=\begin{cases}x^4+\frac{a}{3}x^3+5 & (x<c)\\ \left|x^4+\frac{a}{3}x^3-\frac{13}{3}\right| & (x\ge c)\end{cases}$

$\rightarrow$ $y=x^4+\frac{a}{3}x^3+5$의 극솟값과

$y=-\left(x^4+\frac{a}{3}x^3-\frac{13}{3}\right)$의 극댓값이 서로 같아야 c가 1개.



$c=-\frac{a}{4}$.

$\rightarrow \begin{cases}a=4\\ c=-1\end{cases}$, $\begin{cases}a=-4\\ c=1\end{cases}$

$g(1)$ 2 $\frac{14}{3}$

⑤

12. [문항코드]

$\dfrac{\log_5 72}{\log_5 2} - 4\log_2 \dfrac{\sqrt{6}}{2}$의 값을 구하시오.

[3점]

$\log_2 72 - \log_2 \frac{36}{16} = \log_2 32$

$= \log_2 2^5$

$= 5.$

5

2. [문항코드]

곡선 $y=-x^2+4x-4$와 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $12S$의 값을 구하시오.

[3점]

$S = \int_{-2}^{0} (x+2)^2 dx$

$= \frac{8}{3}$,

32

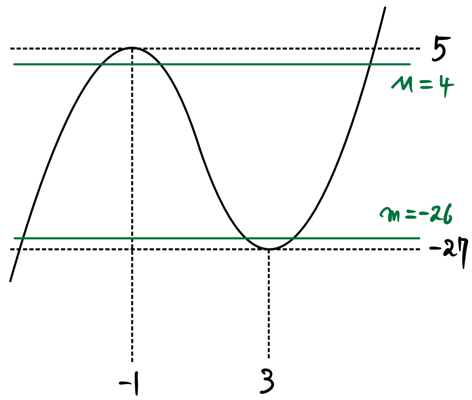
10. [문항코드]

곡선 $y=x^3-3x^2-9x$와 직선 $y=k$가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 정수 k의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은?

[3점]

$y' = 3x^2-6x-9$

$= 3(x-3)(x+1)$



30

2. [문항코드]

함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$는 $x=1$에서 극소이다.
함수 $f(x)$의 극댓값이 4일 때, $a+b$의 값을 구하시오.
(단, a와 b는 상수이다.)

[3점]

$f(x)=(x+\sqrt{2a})\cdot x^2\cdot(x-\sqrt{2a})+4 \quad (a>0)$

$a=1 \longrightarrow f(x)=(x+\sqrt{2})x^2(x-\sqrt{2})+4$

$=x^4-2x^2+4$

2

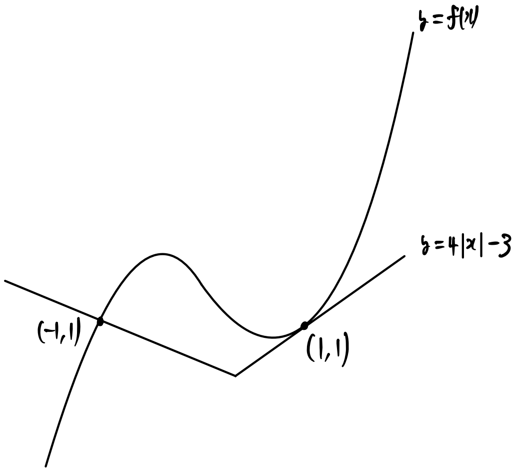
5. [문항코드]

상수 $k(k<0)$에 대하여 두 함수

$$f(x)=x^3+x^2-x,\quad g(x)=4|x|+k$$

의 그래프가 만나는 점의 개수가 2일 때, 두 함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 하자. $30\times S$의 값을 구하시오.

[4점]



$$S=\int_{-1}^{0}\{x^3+x^2-x-(-4x-3)\}dx+\int_{0}^{1}\{x^3+x^2-x-(4x-3)\}dx$$

$$=\frac{19}{12}+\frac{13}{12}$$

$$=\frac{8}{3}.$$

80

16. [문항코드]

자연수 n에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n의 값의 합을 구하시오.

[4점]

$$4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right) = \frac{2}{3}\log_2\left(\frac{3}{4n+16}\right)$$

$$= \log_2\left(\frac{3}{4n+16}\right)^{\frac{2}{3}}$$

정수 $\longrightarrow \left(\frac{3}{4n+16}\right)^{\frac{2}{3}} = 2^m$

(m은 정수)

$$\frac{3}{4n+16} = 2^{\frac{3}{2}m} \longrightarrow 4n+16 = 3\cdot 2^{-\frac{3}{2}m}$$

$$\longrightarrow 4n = 3\cdot 2^{-\frac{3}{2}m} - 16$$

$$\longrightarrow n = 3\cdot 2^{-\frac{3}{2}m-2} - 4$$

자연수 $\longrightarrow m = -2k$

(k는 자연수)

1) $k=1,\ m=-2$

$n = 3\cdot 2^{-\frac{3}{2}\cdot(-2)-2} - 4 = 3\cdot 2^1 - 4 = 2.$

2) $k=2,\ m=-4$

$n = 3\cdot 2^{-\frac{3}{2}\cdot(-4)-2} - 4 = 3\cdot 2^4 - 4 = 44.$

3) $k=3,\ m=-6$

$n = 3\cdot 2^{-\frac{3}{2}\cdot(-6)-2} - 4 = 3\cdot 2^7 - 4 = 380.$

4) $k\geq 4,\ m\leq -8$

$n \geq 3\cdot 2^{-\frac{3}{2}(-8)-2} - 4 = 3\cdot 2^{10} - 4 = 3068.$

426

18. [문항코드]

양수 a와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x \{f'(t+a)\times f'(t-a)\}dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$는 $x=\frac{1}{2}$과 $x=\frac{13}{2}$에서만 극값을 갖는다

$f(0)=-\frac{1}{2}$일 때, $a\times f(1)$의 값을 구하시오.

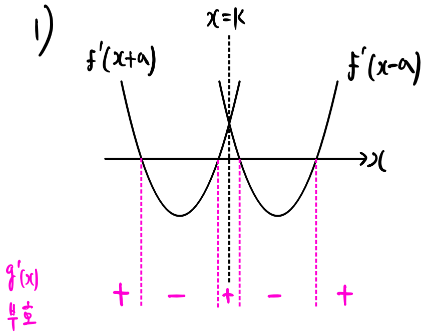
[4점]

$g'(x)=f'(x+a)\cdot f'(x-a)$, $g(0)=0$.

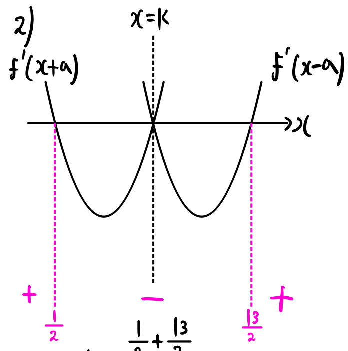
$f'(x)$의 그래프를 x축의 방향으로, 서로 반대방향으로 $|a|$만큼 평행이동.

→ $f'(x)$의 그래프의 대칭축을 $x=k$라 하면, $f'(x+a)$, $f'(x-a)$의 그래프의 교점의 x좌표는 k뿐.

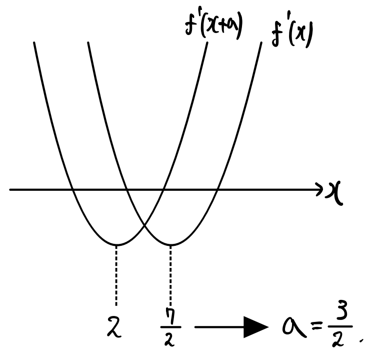
1)



2)



→ $k=\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{13}{2}}{2}=\frac{7}{2}$.



→ $a=\frac{3}{2}$.

$f'(x+\frac{3}{2})=3(x-\frac{1}{2})(x-\frac{7}{2})$

↓

$f'(x)=3(x-2)(x-5)$

↓

$\int_0^1 f'(x)dx=f(1)-(-\frac{1}{2})$

$=\int_0^1(3x^2-21x+30)dx$

$=\frac{41}{2}$.

30

3. [문항코드]
좌표공간의 두 점 A$(a,\ 1,\ -1)$, B$(-5,\ b,\ 3)$에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가 $(8,\ 3,\ 1)$일 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

$\begin{cases} a=21 \\ b=5. \end{cases}$

4

3. [문항코드]

타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1$에 접하고 기울기가 2인 두 직선이 y축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는?

[3점]

① $8\sqrt{2}$ ② 12 ③ $10\sqrt{2}$ ④ 15 ⑤ $12\sqrt{2}$

$y=2x\pm\sqrt{64+8} \longrightarrow \begin{cases} A(0,-6\sqrt{2}) \\ B(0,6\sqrt{2}) \end{cases}$

5

4. [문항코드]

평면 위의 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{\mathrm{AD}}|$의 값은?

(가) $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=2$, $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\vec{0}$
(나) $|\overrightarrow{\mathrm{BD}}|=|\overrightarrow{\mathrm{BA}}-\overrightarrow{\mathrm{BC}}|=6$

[3점]

① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 6

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, $|\overrightarrow{CA}|=6$ $\longrightarrow$ ABCD는 AC, BD가 대각선인 직사각형

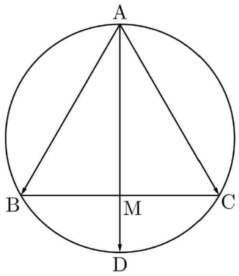
$\longrightarrow$ $|\overrightarrow{AD}|=\sqrt{\overline{BD}^2-\overline{AB}^2}$

$=4\sqrt{2}$. ④

2. [문항코드]
그림과 같이 정삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 M이라 하고, 직선 AM이 정삼각형 ABC의 외접원과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 D라 하자.

$$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=m\overrightarrow{\mathrm{AB}}+n\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

일 때, $m+n$의 값은? (단, m, n은 상수이다.) [3점]



① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{17}{12}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$

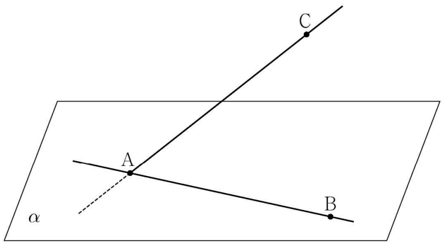
$\longrightarrow m=n=\frac{2}{3}$.

3

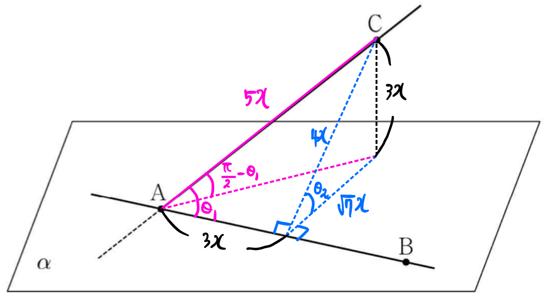
5. [문항코드]

좌표공간에 직선 AB를 포함하는 평면 α가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 C에 대하여 직선 AB와 직선 AC가 이루는 예각의 크기를 θ_1이라 할 때 $\sin\theta_1 = \frac{4}{5}$이고, 직선 AC와 평면 α가 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{2} - \theta_1$이다. 평면 ABC와 평면 α가 이루는 예각의 크기를 θ_2라 할 때, $\cos\theta_2$의 값은?

[3점]



① $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{6}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{7}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{8}$



①

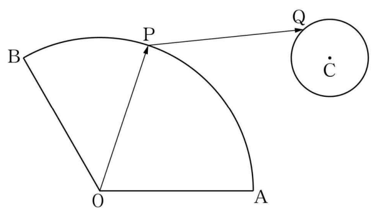
9. [문항코드]

그림과 같이 한 평면 위에 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 120°인 부채꼴 OAB와 중심이 C이고 반지름의 길이가 1인 원 C가 있고, 세 벡터 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$가

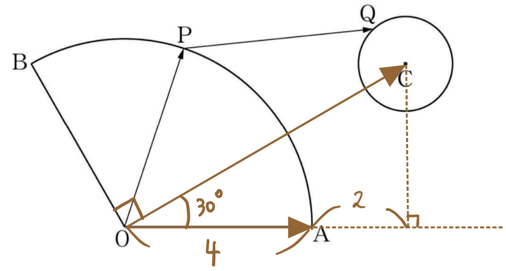
$$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=24,\ \overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=0$$

을 만족시킨다. 호 AB 위를 움직이는 점 P와 원 C 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PQ}$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은?

[4점]



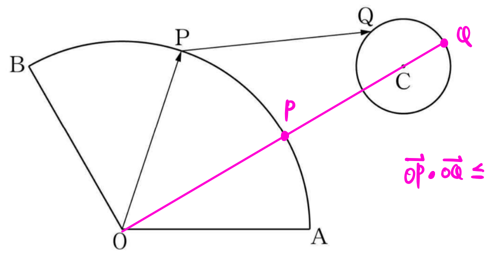
① $12\sqrt{3}-34$ ② $12\sqrt{3}-32$ ③ $16\sqrt{3}-36$ ④ $16\sqrt{3}-34$ ⑤ $16\sqrt{3}-32$



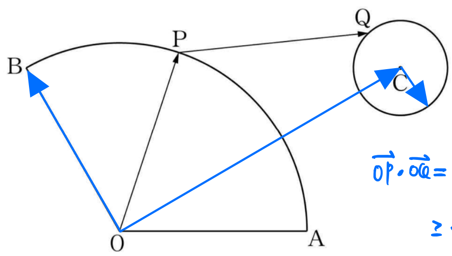
$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OP}\cdot(\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP})$

$= \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ} - |\overrightarrow{OP}|^2$

$= \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ} - 16.$



$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ} \le 4(4\sqrt{3}+1)$



$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OP}\cdot(\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CQ})$

≥ -4

$\begin{cases} M = 16\sqrt{3}-12. \\ m = -20. \end{cases}$

5

45. [문항코드]

좌표평면 위에 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 원이 있다. 원 위의 서로 다른 두 점 C, D가

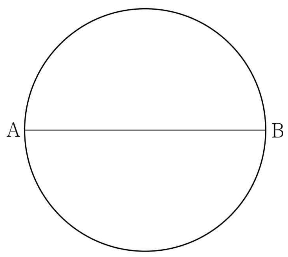
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 27,\ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 9,\ \overline{CD} > 3$$

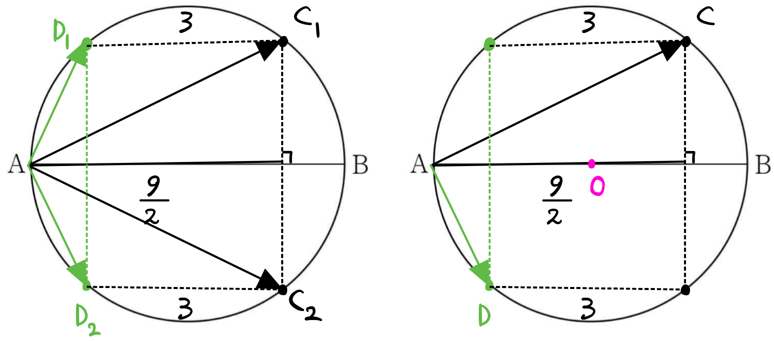
을 만족시킨다. 선분 AC 위의 서로 다른 두 점 P, Q와 상수 k가 다음 조건을 만족시킨다.

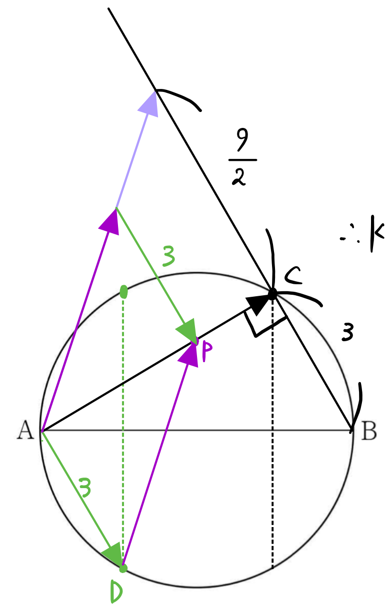
> (가) $\frac{3}{2}\overrightarrow{DP} - \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$
>
> (나) $\overrightarrow{QB} \cdot \overrightarrow{QD} = 3$

$k \times (\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{DP})$의 값을 구하시오.

[4점]







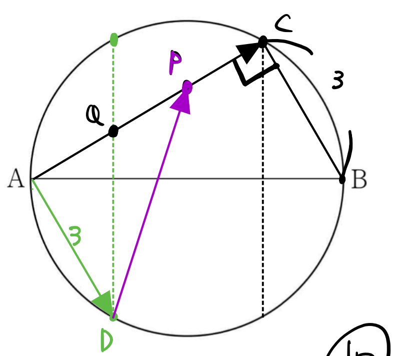
$\therefore k = \frac{5}{2}.$

$\frac{3}{2}\overrightarrow{DP} = \overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{QB} \cdot \overrightarrow{QD} = (\overrightarrow{QC} + \overrightarrow{CB}) \cdot (\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{AD})$

$= \overrightarrow{QC} \cdot \overrightarrow{QA} + 9$

$= 3 \longrightarrow \overrightarrow{QC} \cdot \overrightarrow{QA} = -6$



$\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{DP} = 6.$

15

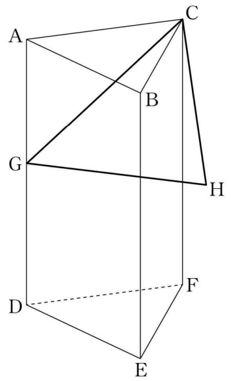
6. [문항코드]

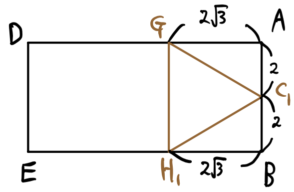
그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형을 밑면으로 하고 높이가 $4+2\sqrt{3}$인 정삼각기둥 ABC−DEF와 $\overline{\text{DG}}=4$인 선분 AD 위의 점 G가 있다. 점 H가 다음 조건을 만족시킨다.

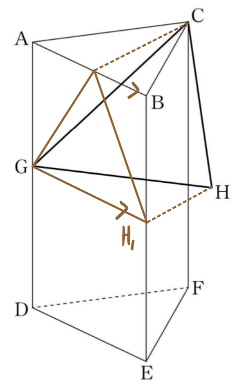
> (가) 삼각형 CGH의 평면 ADEB위로의 정사영은 정삼각형이다.
>
> (나) 삼각형 CGH의 평면 DEF위로의 정사영의 내부와 삼각형 DEF의 내부의 공통부분의 넓이는 $2\sqrt{3}$이다.

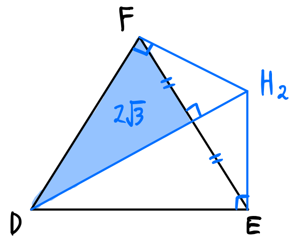
삼각형 CGH의 평면 ADFC위로의 정사영의 넓이를 S라 할 때, S^2의 값을 구하시오.

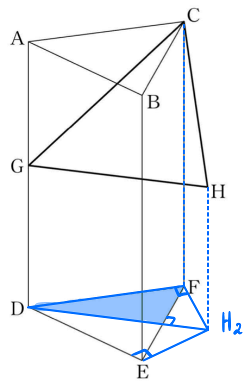
[4점]

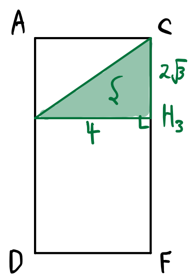


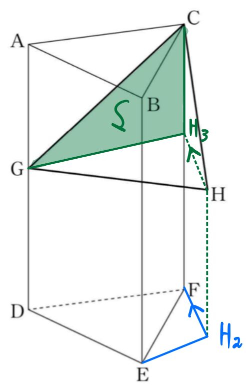












$S=4\sqrt{3}$.

48