

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

너는 내가 읽은 가장 아름다운 구절이다

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $(2^{1-\sqrt{2}})^{1+\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = 3x^2 - x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

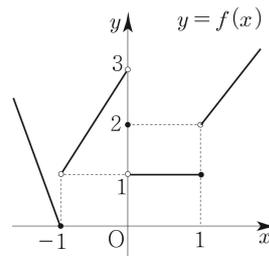
3. 모든 항이 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_3 - a_1 = 2, \quad a_6 - a_4 = 16$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 10 ② $\frac{32}{3}$ ③ $\frac{34}{3}$ ④ 12 ⑤ $\frac{38}{3}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^-} f(f(x))$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. $\sin\theta < 0$ 이고 $\sin\left(-\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{1}{5}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-3\sqrt{6}$ ② $-2\sqrt{6}$ ③ 0
 ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{6}$

6. 1이 아닌 세 양수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) \sqrt{a} 는 b 의 세제곱근이다.
 (나) c 는 a^3 의 네제곱근이다.

$\log_{bc} ab$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{10}{9}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{20}{9}$ ④ $\frac{25}{9}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

7. 상수 $a (a > 0)$, b 에 대하여 $f(x) = ax^4 + 4ax^3 - b$ 가 닫힌구간 $[-4, 1]$ 에서 최댓값 2, 최솟값 -30 을 가질 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 41 ② 42 ③ 43 ④ 44 ⑤ 45

8. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = 2|x-1| + 3x^2$$

이고, $f(0) = 1$ 일 때, $f(-1) + f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 함수 $f(x) = \tan(ax-b)$ ($a > 0, 0 < b < \frac{\pi}{2}$)가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 의 주기는 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

(나) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $x = k$ 가 만나지 않도록 하는 음의 실수 k 의 최댓값은 $-\frac{\pi}{24}$ 이다.

$f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

10. 함수 $f(x) = x^3 - (a+1)x^2 + b$ 는 $x = a$ 에서 극솟값 1을 갖는다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $A(a, f(a))$ 에서의 접선이 점 A가 아닌 점 B에서 곡선과 만나고, 점 B에서의 접선이 점 B가 아닌 점 C에서 곡선과 만날 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① 78 ② 81 ③ 84 ④ 87 ⑤ 90

11. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$ 일 때 각각 점 A(2)와 점 B(k)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - 4, \quad v_2(t) = 8$$

이다. 두 점 P, Q가 동시에 출발한 후 $t=a$ ($a > 0$)에서 한 번만 만나도록 하는 모든 실수 k 에 대하여 시각 $t=0$ 에서 $t=a$ 까지 점 P가 움직인 거리의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{26\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{28\sqrt{3}}{9}$
- ④ $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{32\sqrt{3}}{9}$

12. 실수 a 에 대하여 정의역이 $\{x \mid x \geq 1\}$ 인

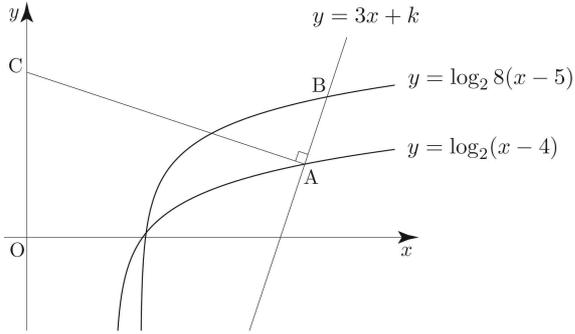
함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 3ax$ 의 역함수가 존재할 때,

$f(2)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자.

$M-m$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

13. 그림과 같이 직선 $y = 3x + k$ 가 두 함수 $y = \log_2(x - 4)$, $y = \log_2 8(x - 5)$ 의 그래프와 제1사분면에서 각각 한 점에서 만나며 그 두 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 직선 $y = 3x + k$ 에 수직인 직선이 y 축과 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이가 20이다. 상수 k 의 값은?
(단, $k < -21$) [4점]



- ① -30 ② -31 ③ -32 ④ -33 ⑤ -34

14. 정수 k 와 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_6 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_3 = 7$

(나) $|k| \leq a_1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - n & (a_n > n) \\ a_n + k & (a_n \leq n) \end{cases}$$

이다.

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

15. 최고차항의 계수가 1인 두 사차함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \{ |x| \mid f(x) = g(x), x \text{는 실수} \} = \{0, 1\}$$

$$(나) \int_{-1}^1 f(x)dx = \int_{-1}^1 g(x)dx$$

$$(다) \int_0^2 f(x)dx = 1, \int_0^2 g(x)dx = -7$$

$$\int_{-3}^3 |f(x) - g(x)| dx \text{의 값은? [4점]}$$

- ① 126 ② 128 ③ 130 ④ 132 ⑤ 134

단답형

16. 부등식 $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x - 3) \geq \log_{\frac{1}{3}}(2x + 2)$ 를 만족시키는 모든 정수 x 의 개수를 구하십시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = (x^3 + 2x - 1)(x^2 + ax)$ 에 대하여 $f'(-1) = -32$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하십시오. [3점]

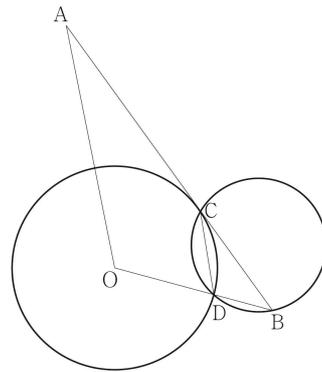
18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_n + 1)^2 = 100, \quad \sum_{n=1}^{10} a_n(a_n + 1) = 60$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} (a_n - 1)(a_n + 5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 방정식 $2x^3 - 12x + 5 = 3x^2 + k$ 가 한 개의 양의 실근과 서로 다른 두 개의 음의 실근을 갖도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 3인 원이 삼각형 OAB의 변 AB에 접한다. 이때의 접점을 C라 할 때, $\overline{AC} = 2\overline{BC}$ 이다. 원과 선분 OB가 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를 S_1 , 삼각형 BCD의 넓이를 S_2 라 할 때, $2S_1 = 15S_2$ 이다.



다음은 삼각형 BCD의 외접원의 넓이를 구하는 과정이다.

$$\overline{AC} = 2\overline{BC} \text{ 이므로 } \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{BC} = 3\overline{BC} \text{ 이고,}$$

$$\overline{OB} = \overline{OD} + \overline{BD} = 3 + \overline{BD} \text{ 이다.}$$

$\angle DBC = \theta$ 라 하면

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 3\overline{BC} \times (3 + \overline{BD}) \times \sin \theta$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{BD} \times \sin \theta$$

이고, $2S_1 = 15S_2$ 이므로 $\overline{BD} = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

$$\angle BCO = \frac{\pi}{2} \text{ 이므로 } \cos \theta = \frac{\overline{BC}}{\overline{BO}} \text{ 이고,}$$

삼각형 BCD에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos \theta = \frac{\overline{BD}^2 + \overline{BC}^2 - \boxed{\text{(나)}}}{2 \times \overline{BD} \times \overline{BC}}$$

이다. 삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여 삼각형 BCD의 외접원의 넓이는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때,

$p \times q \times \frac{r}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $b_n = a_n + a_3$ 이라 하고, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. S_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) S_2 = S_3$$

$$(나) S_4 = 4$$

$\sum_{n=4}^{17} \frac{60}{b_n a_{n+1}}$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 함수 $f(x) = x^3 + x$ 와 자연수 n 에 대하여 두 함수 $y = f(x)$, $y = f(x) + n$ 의 그래프와 모두 접하는 직선 $y = g(x)$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $4 \leq g'(x) \leq 28$ 이 되도록 하는 모든 n 의 개수를 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{e^{4x}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $\frac{7}{2}$
- ⑤ $\frac{9}{2}$

24. 매개변수 $t(t > 0)$ 로 나타내어진 곡선

$$x = t + \ln \sqrt{t}, \quad y = t\sqrt{t}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2k}{(k-3n)^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2} - 2\ln \frac{2}{3}$ ② $\frac{1}{2} + 2\ln \frac{2}{3}$ ③ $1 + 2\ln \frac{2}{3}$
 ④ $1 + 2\ln 2$ ⑤ $2 + 2\ln 3$

26. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 역함수가 존재하는 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-1}{x} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x^2-1} = 3$$

함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(g(x))}{x-2}$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

27. 양의 실수 t 에 대하여 곡선 $y = (2\ln x)^2$ 와 직선 $y = t$ 가
 만나는 두 점의 x 좌표를 각각 x_1, x_2 라 할 때, 함수 $f(t)$ 를
 $f(t) = |x_1 - x_2|$ 라 하자. 미분가능한 함수 $f(t)$ 에 대하여
 양수 a 가 $f(a) = \frac{e^2 - 1}{e}$ 을 만족시킨다. $f'(a)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}\left(e + \frac{1}{e}\right)$ ② $\frac{1}{6}\left(e + \frac{1}{e}\right)$ ③ $\frac{1}{4}\left(e + \frac{1}{e}\right)$
 ④ $\frac{1}{2}\left(e + \frac{1}{e}\right)$ ⑤ $e + \frac{1}{e}$

28. 자연수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3|x-a|^{n+1}}{|x-a|^n + 1}$$

라 하자. $\sum_{k=11}^{15} f(k) \leq 12$ 가 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은?
 [4점]

- ① 63 ② 64 ③ 65 ④ 66 ⑤ 67

단답형

29. $0 < x < 2\pi$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{\sin x}{e^{3x}}$ 는 $x = a$ 에서

극댓값을 갖고, $x = b$ 에서 극솟값을 갖는다.

$-30 \times \cos(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)

[4점]

30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

함수 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 는

$$\int_0^2 \{f(x)\}^2 dx + \int_0^2 F(x)f'(x)dx = 12$$

을 만족시킨다. $\int_0^2 x f'(x)dx = 5$ 일 때,

$\int_0^2 \{F(x)\}^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. (단, $F(2) > 0$) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.