

제 2 교시

2024학년도 Promotion N1 모의평가 문제지

# 수학 영역

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
  - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 어느 별의 새벽길을 걷기 위하여
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
  - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
  - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
  - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- **공통과목** ..... 1~8 쪽
  - **선택과목**
    - 학률과 통계 ..... ×
    - 미적분 ..... 9~12 쪽
    - 기하 ..... ×

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

## 팀 프로모션



제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1.  $4^{\frac{1}{\sqrt{3}-1}} \times \frac{1}{\sqrt{3}+1}$  의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

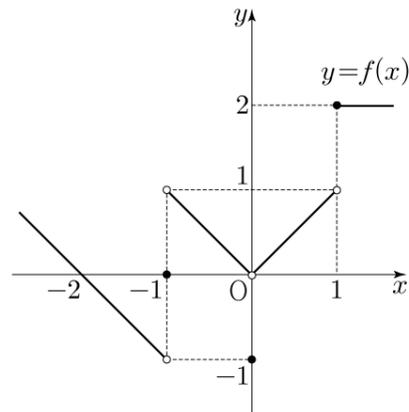
2. 함수  $f(x) = nx^{n+1} + x + 1$  에 대하여  $f'(1) = 13$  이 되도록 하는 자연수  $n$  의 값은? [2점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

3.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  인  $\theta$  에 대하여  $\frac{1}{1-\tan\theta} + \frac{1}{1+\tan\theta} = 8$  일 때,  $\sin\theta \cos\theta$  의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{2\sqrt{5}}{7}$       ②  $-\frac{3\sqrt{2}}{7}$       ③  $-\frac{4}{7}$   
 ④  $-\frac{\sqrt{14}}{7}$       ⑤  $-\frac{2\sqrt{3}}{7}$

4. 함수  $y = f(x)$  의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + f(0)$  의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

5. 실수  $k$ 에 대하여 직선  $y=k$ 와 곡선  $y=x^2(x-6)^2-8$ 이 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는  $k$ 의 값의 범위가  $a < k < b$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 61      ② 63      ③ 65      ④ 67      ⑤ 69

6. 수열  $\{a_n\}$ 가 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 6 & (a_n < 15) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \geq 15) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_1 = 2$ 일 때,  $a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 7      ②  $\frac{15}{2}$       ③ 8      ④  $\frac{17}{2}$       ⑤ 9

7. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\log_k(x^2 - 2kx + 25)$ 의 값이 존재하도록 하는 모든 정수  $k$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 9      ② 11      ③ 13      ④ 15      ⑤ 17

8. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - bx & (x \leq 3) \\ \frac{x^2 - 2x + a}{x - 3} & (x > 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① -5    ② -3    ③ 1    ④ 3    ⑤ 5

9. 일차함수  $f(x)$ 에 대하여 부등식

$$\log_2 f(x) \leq x$$

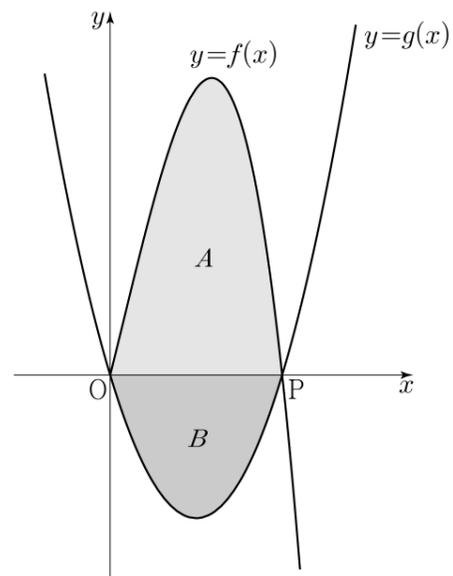
를 만족시키는 모든 실수  $x$ 의 값의 범위가  $1 \leq x < 2$ 일 때,  $f(0)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{10}{3}$     ②  $\frac{7}{2}$     ③  $\frac{11}{3}$     ④  $\frac{23}{6}$     ⑤ 4

10. 함수  $f(x) = -x^3 + x^2 + 12x (x \geq 0)$ 가 있다. 곡선  $y = f(x)$ 와 최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $y = g(x)$ 의 그래프가 원점  $O$ 와  $x$ 축 위의 점  $P$ 에서 만난다.

곡선  $y = f(x)$ 와 선분  $OP$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $A$ , 곡선  $y = g(x)$ 와 선분  $OP$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $B$ 라 하자.  $A = 2B$ 일 때,  $g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -6    ②  $-\frac{13}{2}$     ③ -7    ④  $-\frac{15}{2}$     ⑤ -8



11. 모든 항이 0이 아닌 실수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^4 |a_k + a_{k+1}| = \sum_{k=1}^4 |a_k| = a_5 - 5$$

를 만족시킬 때,  $a_3$ 의 값은? [4점]

- ① 18      ② 19      ③ 20      ④ 21      ⑤ 22

12. 다음 조건을 만족시키고 극값을 가지며 최고차항의 계수가 1인 모든 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(2)$ 의 최댓값은? [4점]

(가)  $f(-1) = -4$

(나)  $x_1 < 0 < x_2$ 를 만족시키는 모든 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  
 $f(x_1) \times f(x_2) \leq 0, f'(x_2) > 0$   
 이다.

- ① 34      ② 38      ③ 42      ④ 46      ⑤ 50

13. 함수

$$f(x) = 4\sin\frac{\pi x}{a} + b$$

에 대하여 정의역이 실수 전체의 집합이고 치역이  $\{1, 3\}$ 이며 다음 조건을 만족시키는 함수  $g(x)$ 가 존재하도록 하는 두 상수  $a(a > 0)$ ,  $b$ 의 곱  $ab$ 의 최댓값은? [4점]

(가)  $f(7) \leq g(7)$

(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $|f(x) - 2g(x)| \leq g(x)$ 이다.

- ① 30      ② 35      ③ 40      ④ 45      ⑤ 50

14.  $f(0) = f(2)$ 인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^x \{2 - f(t)\} dt & (x < 0) \\ \int_0^x f(t) dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 함수  $g(x)$ 가  $x=0$ 에서 미분가능하면  $f(2) = 1$ 이다.
- ㄴ.  $g'(1) = 0$ 이면 함수  $g(x)$ 는 오직 하나의 극값을 갖는다.
- ㄷ. 함수  $g(x)$ 가  $x=a$ 에서 극솟값 0을 갖는 실수  $a$ 가 오직 하나 존재하고 그 값이 양수가 되도록 하는 모든 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(3) < 10$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{2n-1} \times a_{n+1} = n \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$$

을 만족시킨다. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{b_n\}$ 에 대하여  $b_5 + b_6$ 의 값의 합은? [4점]

$$(가) \left| \sum_{k=1}^7 \{(-1)^{k-1} \times b_k\} \right| = 2$$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -a_n + 1 & (a_n \leq 0) \\ a_n & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

- ① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

단답형

16. 함수  $f(x) = \int_0^x (3t^2 + a) dt$ 에 대하여  $f(a) = a^2 + 8$ 일 때,  $f(a)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

17. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (a_k + 6)^2 = 300, \quad \sum_{k=1}^5 (2a_k - 3)^2 = 85$$

일 때,  $\sum_{k=1}^5 (a_k)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 반지름의 길이가 4인 원에 내접하는 삼각형 ABC가

$$\overline{AB} = 6, \quad \sin(\angle A) \times \sin(\angle B) = \frac{1}{8}$$

을 만족시킬 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 위치  $x(t)$ 를

$$x(t) = t^3 - 3kt^2 + 3t + 2$$

라 할 때, 시각  $t = 2k$ 에서 점 P의 가속도가 4이다.  
시각  $t = 2$ 에서 점 P의 속도를  $v_0$ 라 할 때,  $x(2) + v_0$ 의 값을 구하시오. (단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]

20. 최고차항의 계수가  $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가 있다.

곡선  $y = f(x)$  위의 원점 O에서의 접선이 곡선과 만나는 점 중 제2사분면에 있는 점을 A라 하고,

곡선  $y = f(x)$  위의 점 A에서의 접선이 곡선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 B라 하자.

$\overline{OA} = \overline{AB}$ ,  $\angle OAB = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 선분 OA의 길이를 구하시오.

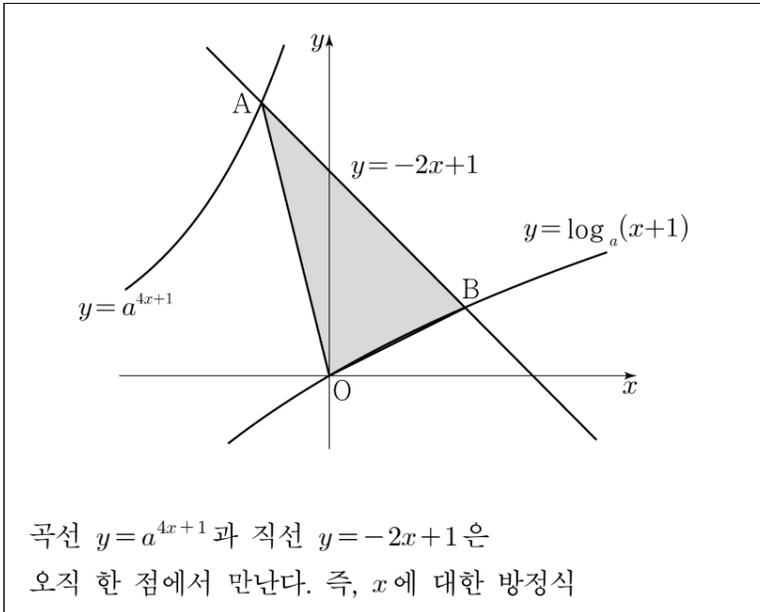
[4점]

21.  $a > 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 직선  $y = -2x + 1$ 이 두 곡선

$$y = a^{4x+1}, \quad y = \log_a(x+1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

다음은 삼각형 OAB의 넓이가  $\frac{1}{4}$ 이 되도록 하는  $a$ 의 값을 구하는 과정이다.



곡선  $y = a^{4x+1}$ 과 직선  $y = -2x + 1$ 은 오직 한 점에서 만난다. 즉,  $x$ 에 대한 방정식  $a^{4x+1} = -2x + 1$ 은 오직 하나의 실근  $\alpha$ 를 갖고,  $a^{4\alpha+1} = -2\alpha + 1$ 이다.

곡선  $y = \log_a(x+1)$ 과 직선  $y = -2x + 1$ 은 오직 한 점에서 만난다. 즉,  $x$ 에 대한 방정식  $\log_a(x+1) = -2x + 1$ 은 오직 하나의 실근  $\beta$ 를 갖고,  $a^{-2\beta+1} = \beta + 1$ 이므로  $\frac{\beta}{\alpha} = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.

직선  $y = -2x + 1$ 과  $y$ 축이 만나는 점을 C라 할 때 삼각형 OAB의 넓이는 두 삼각형 OCA, OCB의 넓이의 합이므로  $\alpha = \boxed{\text{(나)}}$ ,  $\beta = \boxed{\text{(가)}} \times \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

$\alpha, \beta$ 는 각각 두 점 A, B의  $x$ 좌표이므로 실수  $a$ 의 값은  $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 이라 할 때,

$$\frac{r}{p \times q^3}$$

의 값을 구하시오. [4점]

22. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = (x+1)^2(x^2 + ax + b)$$

라 할 때, 방정식  $f(x) = 0$ 의 서로 다른 모든 실근의 곱은 양수이다. 양의 실수  $t$ 에 대하여 극한

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(k+h) \times f(k+t+h)}{h^n}$$

가 수렴하고 그 값이 0이 아닌 4 이하의 자연수  $n$ 이 존재하도록 하는 실수  $k$ 의 개수를  $g(t)$ 라 할 때, 함수  $g(t)$ 가  $t = \alpha$ 에서 불연속인  $\alpha$ 의 값은  $\alpha_1, \alpha_2$  ( $\alpha_1 < \alpha_2$ ) 뿐이다.

$$\sum_{m=1}^2 \{\alpha_m + g(\alpha_m)\} = 15$$

일 때,  $f(4) + g(\alpha_2)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

- \* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
  - 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

## 제 2 교시

## 수학 영역(미적분)

## 5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2(x+\pi)}{1-\cos 2x}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{8}$     ②  $\frac{1}{4}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④ 1    ⑤ 2

24.  $\int_1^e x \ln x dx$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{e^2}{8} + \frac{1}{4}$     ②  $\frac{e^2}{8} + \frac{1}{2}$     ③  $\frac{e^2}{8} + \frac{3}{4}$   
 ④  $\frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{e^2}{8} + 1$

# 2

## 수학 영역(미적분)

25. 첫째항이 1이고 모든 항이 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n \times a_{n+1}} = 2$$

일 때,  $a_9$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

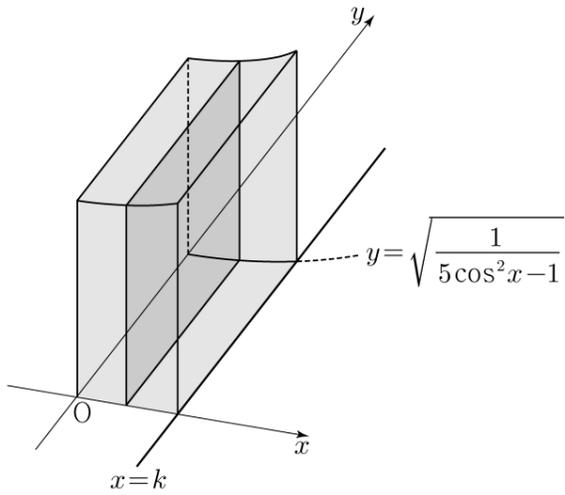
26.  $t > -4$ 인 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y = (\ln x)^2 - 4 \ln x$ 과

직선  $y = t$ 가 만나는 점 중에서  $x$ 좌표가 큰 점의  $x$ 좌표를

$f(t)$ 라 하면  $f(t)$ 는 미분가능한 함수이다.  $f'(32)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{e^8}{24}$       ②  $\frac{e^8}{12}$       ③  $\frac{e^8}{8}$       ④  $\frac{e^8}{6}$       ⑤  $\frac{5e^8}{24}$

27. 그림과 같이 양수  $k$ 에 대하여 직선  $x=k$ 와  $x$ 축,  $y$ 축 및 곡선  $y = \sqrt{\frac{1}{5\cos^2 x - 1}}$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ )로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피가  $\frac{1}{4} \ln \frac{7}{5}$ 일 때,  $\tan k$ 의 값은?  
(단,  $k < \frac{\pi}{3}$ ) [3점]



- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{5}{12}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

28. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^x f(t) dt & (x < 0) \\ 3x^2 e^{-x} & (x \geq 0) \end{cases}$$

이고 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

함수  $h(x) = g(k \times f(x))$ 가 극대 또는 극소가 되는  $x$ 의 개수가 5가 되도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 범위가

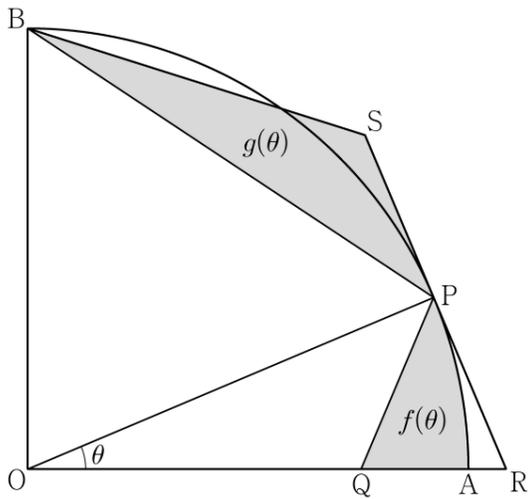
$$-\frac{2e}{9} \leq k < 0 \text{ 또는 } 0 < k \leq \frac{2}{9}$$

일 때,  $g(1) \times g\left(-\frac{2}{e}\right)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{20}{e^3}$     ②  $\frac{24}{e^3}$     ③  $\frac{28}{e^3}$     ④  $\frac{32}{e^3}$     ⑤  $\frac{36}{e^3}$

단답형

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$  인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 접하는 직선이 직선 OA와 만나는 점을 R이라 하고, 선분 OA 위에 점 Q를  $\overline{PR} = \overline{PQ}$ 가 되도록 잡는다. 직선 PR 위에 점 S를 선분 PS의 길이가 호 AOP의 길이와 같도록 잡는다.  $\angle AOP = \theta$ 일 때, 두 선분 PQ, AQ와 호 PA로 둘러싸인 부분의 넓이를  $f(\theta)$ , 삼각형 BSP의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\{2g(\theta) - \theta\}^2}{\theta \times f(\theta)} = k$ 일 때,  $60k$ 의 값을 구하시오.  
(단, 점 R은 선분 PS 위에 있지 않고,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]



30. 함수  $f(x)$ 는 양의 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = x^2 f(x^2) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) - 1$ 이다.  
(나)  $f\left(\frac{1}{2}\right) = f(2) = 1, \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{3}{2}$

$\int_{\frac{1}{4}}^4 x f'(x) dx = p + q \ln 2$ 일 때,  $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p, q$ 는 유리수이고,  $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

\* 확인 사항  
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

# 『2024학년도 Promotion 모의평가』

## 이 시험은?

‘2024학년도 Promotion 모의평가’는 양질의 무료배포 수학 모의고사가 점점 줄어드는 상황에서 수험생 여러분들의 공부에 조금이나마 도움이 되고자 포만한 및 오르비 내의 수학 문항 출제자 9인이 모여 제작한 무료배포 모의평가입니다. 이름인 ‘프로모션’은 체스 규칙에서 따온 것으로, 후진을 할 수 없는 가장 약한 말인 ‘폰’이 끝까지 살아남아 체스판의 끝에 다다르면 자신이 원하는 말로 바뀔 수 있는 규칙을 의미합니다. 이 모의평가를 푸신 여러분들도 얼마 남지 않은 수능을 향해 끝까지 포기하지 마시고 노력하셔서 원하는 꿈을 이루시기 위한 첫 발걸음을 떤다면 좋겠습니다.

## 출제위원

Pabloff	포만한, 오르비
최소영	가천대학교 물리치료학과
Schematic	포만한
TOSHINARI	포만한
소우주수학	오르비
하나비	포만한
이 ㅎㅎ	포만한
지누리	오르비
난말야짤짤	포만한

## 검토위원

김현웅	카이스트 수리과학과
권성민	
안현준	
류준	
2468	

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.