추천 공통. 11. 13. 15. 20. 21.
확통 28. 30.
미적 27.
기하. 29.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{8} \times \dfrac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

$2 \cdot 2^{\sqrt{2}-1-\sqrt{2}} = 1$

2. 함수 $f(x)=2x^3-x^2+6$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$6-2=4$

3. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_5=4,\ a_7=4a_6-16$$

을 만족시킬 때, a_8의 값은? [3점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

$ar^4=4$.

$4 \cdot r^2 = 4 \cdot 4 \cdot r - 16$. $r=2$.

$\therefore a_8 = r^3 \cdot a_5 = 32$.

4. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)\,dt = x^3-ax+1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$x=1$. $1-a+1=0$. $a=2$.

$f(x)=3x^2-a=3x^2-2$.

$\therefore f(2)=10$.

5. $\cos(\pi+\theta)=\frac{1}{3}$ 이고 $\sin(\pi+\theta)>0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

① $-2\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ 1
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

$-\cos\theta=\frac{1}{3}$. $\cos\theta=-\frac{1}{3}$. <0.
$-\sin\theta>0$. $\sin\theta<0$. ∴ 제 3사분면. $\tan\theta>0$.
$=2\sqrt{2}$.

6. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-ax+1 & (x<2) \\ -x+1 & (x\ge 2)\end{cases}$$

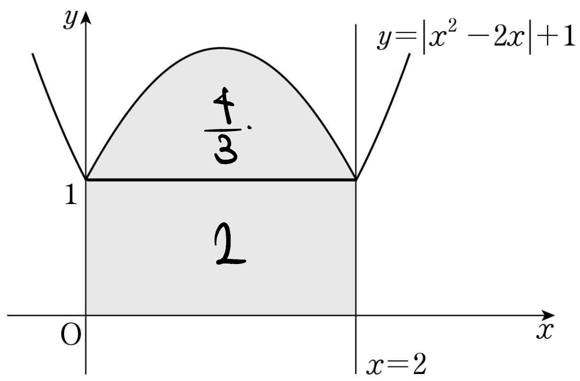
에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$x=2$. $(5-2a)^2=1$. $2\times\frac{5}{2}=5$.

7. 함수 $y=|x^2-2x|+1$ 의 그래프와 x축, y축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4



8. 두 점 $\mathrm{A}(m, m+3)$, $\mathrm{B}(m+3, m-3)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 P 곡선 $y=\log_4(x+8)+m-3$ 위에 있을 때, 상수 m의 값은? [3점]

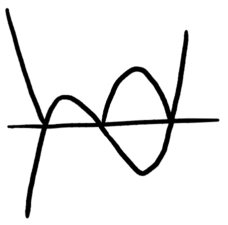
① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

$P(m+2, m-1)$

$\log_4(m+10)+m-3=m-1$. $m=6$.

9. 함수 $f(x)=|x^3-3x^2+p|$는 $x=a$와 $x=b$에서 극대이다. $f(a)=f(b)$일 때, 실수 p의 값은? (단, a, b는 $a\neq b$인 상수이다.) [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$



$p=2$.

10. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10}의 값은? [4점]

(가) $|a_4|+|a_6|=8$

(나) $\sum_{k=1}^{9} a_k=27$

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

$d>0$. $a_5=3$.

$0<d<3$. $a_4 . a_6>0$. $|a_4|+|a_6|=6$. X.

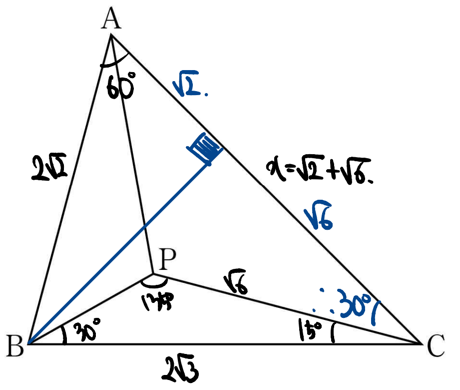
$\therefore d>3$.

$(d-3)+(d+3)=2d=8$.

$d=4$.

$a_{10}=3+20=23$.

11. 그림과 같이 $\angle \mathrm{BAC}=60°$, $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{BC}}=2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 $\angle \mathrm{PBC}=30°$, $\angle \mathrm{PCB}=15°$ 일 때, 삼각형 APC의 넓이는? [4점]



① $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

△BPC. $\frac{2\sqrt{3}}{\sin 135°}=\frac{PC}{\sin 30°}$ $PC=\sqrt{6}$.

$x^2+8-2\cdot x\cdot 2\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}$

$=x^2-2\sqrt{2}x+8=12$. $x^2-2\sqrt{2}x-4=0$.

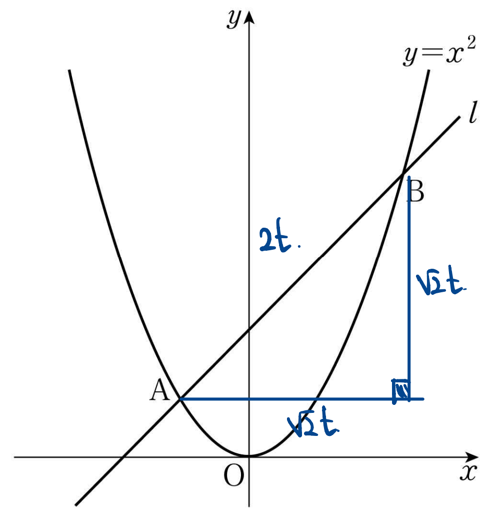
$x=\sqrt{2}\pm\sqrt{6}=\sqrt{2}+\sqrt{6}$.

$S=\frac{1}{2}\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{6})\cdot\sqrt{6}\cdot\sin 30°$

$=\frac{6+2\sqrt{3}}{4}$.

12. 곡선 $y=x^2$과 기울기가 1인 직선 l이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 양의 실수 t에 대하여 선분 AB의 길이가 $2t$가 되도록 하는 직선 l의 y절편을 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{g(t)}{t^2}$ 의 값은? [4점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



l: $y=x+a$ $a=g(t)$.

$x^2=x+a$. $x^2-x-a=0$.

두 근의 차. $\sqrt{1+4a}=\sqrt{2}t$.

$\therefore a=g(t)=\frac{2t^2-1}{4}$.

13. 두 함수

$$f(x)=x^2+ax+b,\ g(x)=\sin x$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?
(단, a, b는 상수이고, $0\le a\le 2$이다.) [4점]

(가) $\{g(a\pi)\}^2=1$
(나) $0\le x\le 2\pi$일 때, 방정식 $f(g(x))=0$의 모든 해의 합은 $\frac{5}{2}\pi$이다.

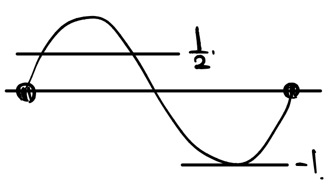
① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

$a\pi=\frac{1}{2}\pi,\ \frac{3}{2}\pi,\ \frac{5}{2}\pi\ \cdots$ $a=\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}$.

$f(x)=0.$ $x=\alpha, \beta$

$\sin x=\alpha, \beta$ $\alpha+\beta=-a.$

i) $a=\frac{1}{2}$.



$-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+(-1).$ ok.

$b=-\frac{1}{2}$.

ii) $a=\frac{3}{2}$.

실근 합 π, 3π, $\frac{7}{2}\pi$, 6π.

$\therefore f(x)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$.
$f(2)=4+1-\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$.

14. 세 양수 a, b, k에 대하여 함수 $f(x)$를

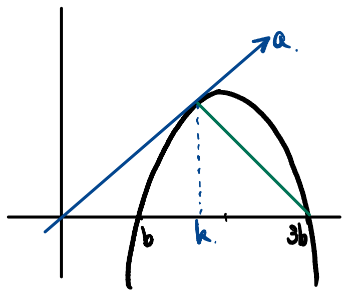
$$f(x)=\begin{cases} ax & (x<k) \\ -x^2+4bx-3b^2 & (x\ge k)\end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a=1$이면 $f'(k)=1$이다.
ㄴ. $k=3$이면 $a=-6+4\sqrt{3}$이다.
ㄷ. $f(k)=f'(k)$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$f(k+)=f(k-)$ $f'(k)=a$.

$x^2+(a-4b)x+3b^2=0$.

$x=k=\sqrt{3}b=-\frac{a}{2}+2b$. $a=(4-2\sqrt{3})b$.

ㄴ. $k=3$. $b=\sqrt{3}$. $a=6-4\sqrt{3}$.

ㄷ. $f(k)=ak$.
$f'(k)=a$. $\therefore k=1$. $b=\frac{1}{\sqrt{3}}$. $a=\frac{4}{\sqrt{3}}-2$.

$S=\frac{1}{2}\cdot 3b\cdot ak+\frac{|-1|}{6}\cdot(3b-k)^3$.

$=\cancel{3}\cdot(2-\sqrt{3})\cancel{b^2}\cdot\cancel{k^2}+\frac{1}{6}\cdot(\sqrt{3}-1)^3$.

$=(2-\sqrt{3})+\left(\frac{-9-1}{6}+\frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{3}}{6}\right)=\frac{1}{3}$.

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}+a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}(a_{n+1}+a_n) & (a_{n+1}+a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1=1$일 때, $a_6=34$가 되도록 하는 모든 a_2의 값의 합은? [4점]

① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

$a_6=34$. $\begin{cases} a_4+a_5=34 \ \text{X}. \\ a_4+a_5=68. \end{cases}$

$a_5=68-a_4$ $\begin{cases} a_3+a_4=68-a_4. \ a_3+2a_4=68. \ a_4 \text{ 홀수. } a_3 \text{ 짝수} \\ a_3+a_4=136-2a_4. \ a_3+3a_4=136. \ \text{홀홀/짝짝} \end{cases}$

$a_3=\begin{cases} a_2+1. \ a_2 \text{ 짝수}. \\ \frac{1}{2}(a_2+1). \ a_2 \text{ 홀수}. \end{cases}$ $a_4=\begin{cases} a_2+a_3. \\ \frac{1}{2}(a_2+a_3). \end{cases}$

i) $a_2=2\alpha$. $a_3=2\alpha+1$. $a_4=4\alpha+1$.

$\therefore a_3+a_4=6\alpha+2=136$. X.

ii) 홀수 α.

$a_2=2\alpha-1$. $a_3=\alpha$. $a_4=\frac{1}{2}(3\alpha-1)$. $\frac{11}{2}\alpha-\frac{3}{2}=136$.

$=49$. $=25$. $=37$. $11\alpha=275$. $\alpha=25$.

$a_2=2^m\alpha-1$ $(m\in\mathbb{N}, m\geq 2)$. $=19$.

$a_3=2^{m-1}\alpha$ 짝수 $=10$.

$a_4=a_2+a_3=3\cdot 2^{m-1}\alpha-1$ 홀수 $=29$

$\therefore a_3+2a_4$

$=7\cdot 2^{m-1}\alpha-2=68$. $\alpha=5$, $m=2$

$\therefore 49+19=68$.

단 답 형

16. $\log_2 96-\dfrac{1}{\log_6 2}$의 값을 구하시오. [3점] 4

17. 직선 $y=4x+5$가 곡선 $y=2x^4-4x+k$에 접할 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점] 11

$y'=8x^3-4=4$. $x=1$.

y: $9=k-2$. $k=11$.

18. n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-5nx+4n^2=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자.

$\sum_{n=1}^{7}(1-\alpha_n)(1-\beta_n)$의 값을 구하시오. [3점] 427

$y=(x-n)(x-4n)\big|_{x=1}$

$=4n^2-5n+1$

$4\cdot\frac{7\cdot8\cdot15}{6}-5\cdot28+7=427$

19. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2-15t+k,\quad v_2(t)=-3t^2+9t$$

이다. 점 P와 점 Q가 출발한 후 한 번만 만날 때, 양수 k의 값을 구하시오. [3점] 18

$V_1-V_2=V$. $x_1-x_2=x$.

$\left.\begin{aligned} V(\alpha)&=6\alpha^2-24\alpha+k=0 \\ x(\alpha)&=2\alpha^3-12\alpha^2+k\alpha=0 \end{aligned}\right\}$ $\alpha=3$. $k=18$.

20. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=1$인 삼차함수 $f(x)$와 양의 실수 p에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(0)=0$

(나) $g(x)=\begin{cases} f(x-p)-f(-p) & (x<0) \\ f(x+p)-f(p) & (x\geq 0) \end{cases}$

$\int_0^p g(x)\,dx=20$일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점] 66

$x=0$. $g(0)=0$. g 연속.

$g'(0)=\begin{cases} f'(-p) \\ f'(p) \end{cases}$

$=0$. $f'(x)=3x^2-3p^2$.

$g'(x)=\begin{cases} 3x(x-2p) & (x<0) \\ 3x(x+2p) & (x\geq 0) \end{cases}$

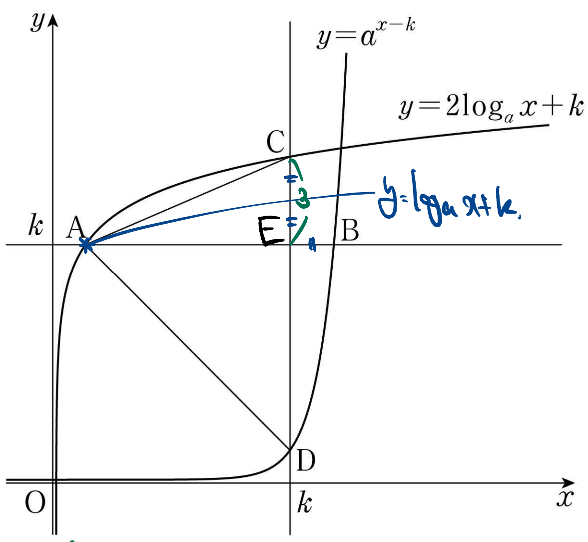
$g(x)=\begin{cases} x^3-3px^2 \\ x^3+3px^2 \end{cases}$

$\int_0^p g(x)dx=\frac{1}{4}p^4+p^4=\frac{5}{4}p^4=20$. $p=2$.

$\therefore f(x)=x^3-12x+1$.

$f(5)=66$.

21. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, k에 대하여 직선 $y=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{CD}}=85$이고 삼각형 CAD의 넓이가 35일 때, $a+k$의 값을 구하시오. [4점] 12.



A(1, k) B(__, k) 직선 AD 기울기 -1

C(k, 11) D(k, 1)

AE×CD=70. BE×CD=15.

AE=k-1. BE: $\frac{3}{14}(k-1)=\frac{3}{2}$.

$AB\cdot CD=(k-1)^2\cdot\left\{\left(1+\frac{3}{14}\right)\cdot\left(1+\frac{k}{7}\right)\right\}$

$=(k-1)^2\cdot\frac{17\cdot5}{7\cdot7}=85$ k=8 ✓

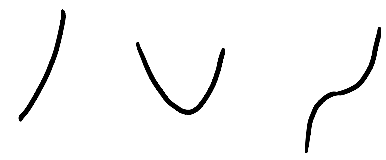
C; $2\log_a 8+8=6\log_a 2+8=11$. a=4

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=|f(x)-t|$라 할 때, $\lim\limits_{x\to k}\frac{g(x)-g(k)}{|x-k|}$의 값이 존재하는 서로 다른 실수 k의 개수를 $h(t)$라 하자.
함수 $h(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

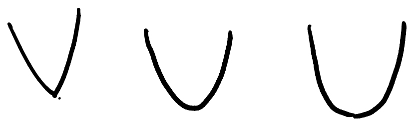
> (가) $\lim\limits_{t\to 4+} h(t)=5$
>
> (나) 함수 $h(t)$는 $t=-60$과 $t=4$에서만 불연속이다. 두번!

$f(2)=4$이고 $f'(2)>0$일 때, $f(4)+h(4)$의 값을 구하시오. 729. [4점]

f.

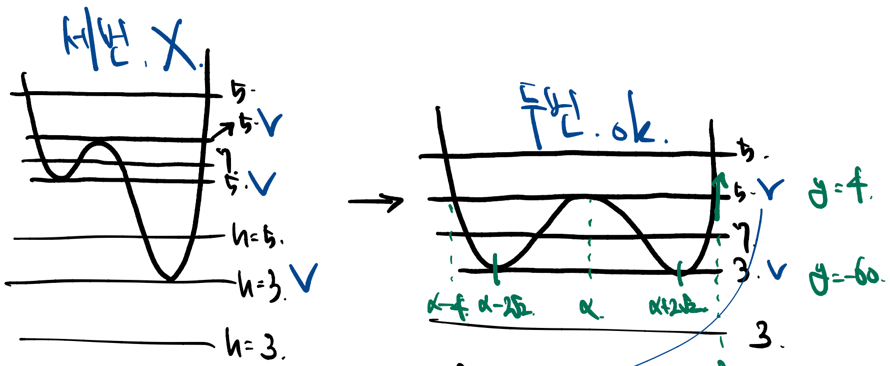


g.

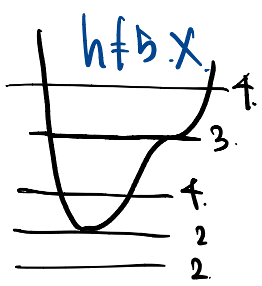


$g(k)=t$. $\lim\limits_{x\to k}\frac{g(x)-g(k)}{|x-k|}$ 존재.

$\neq t$. $f'(k)=0$일 때 존재.



∴ $f(x)=(x+2)^2(x+6)(x-2)+4$.



$f(4)+h(4)$ ✓

$=\{6^2\cdot10\cdot2+4\}+5$

$=729$.

> * 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. ${}_{3}\mathrm{P}_{2} + {}_{3}\Pi_{2}$의 값은? [2점]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

$3 \cdot 2 + 3^2 = 15.$

24. 5명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

$(5-1)! = 24.$

25. 문자 A, A, A, B, B, B, C, C가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드를 모두 일렬로 나열할 때, 양 끝 모두에 B가 적힌 카드가 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

AAABCC. $\frac{6!}{3!2!}=60$.

26. 서로 다른 공 6개를 남김없이 세 주머니 A, B, C에 나누어 넣을 때, 주머니 A에 넣은 공의 개수가 3이 되도록 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 공을 넣지 않는 주머니가 있을 수 있다.) [3점]

① 120 ② 130 ③ 140 ④ 150 ⑤ 160

B. C.

(3,0).(0,3). $2\times\left({}_6C_3\cdot{}_3C_3\cdot\frac{1}{2!}\cdot 2!\right)=40$.

(2,1).(1,2). $2\times\left({}_6C_3\cdot{}_3C_2\cdot{}_1C_1\right)=120$.

160.

27. 방정식 $a+b+c+3d=10$을 만족시키는 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

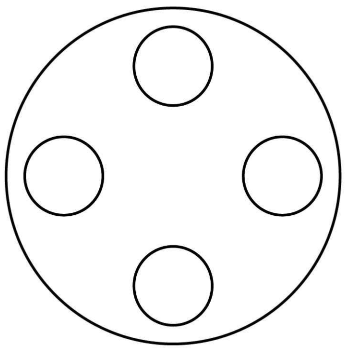
① 15　② 18　③ 21　④ 24　⑤ 27

$d=1$. $a'+b'+c'=4$. ${}_3H_4={}_6C_4=15$.
$d=2$. ${}_3H_1=3$.
18.

28. 원 모양의 식탁에 같은 종류의 비어 있는 4개의 접시가 일정한 간격을 두고 원형으로 놓여 있다. 이 4개의 접시에 서로 다른 종류의 빵 5개와 같은 종류의 사탕 5개를 다음 조건을 만족시키도록 남김없이 나누어 담는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

(가) 각 접시에는 1개 이상의 빵을 담는다. (나) 각 접시에 담는 빵의 개수와 사탕의 개수의 합은 3 이하이다.

① 420　② 450　③ 480　④ 510　⑤ 540



빵. 같은 접시에 담을 빵 2개. ${}_5C_2=10$.

사탕.
빵 2개 접시에 0개.
i (1.2.2). $3\cdot 3!=18$.
빵 2개 접시에 1개.
i (1.1.2). $3\cdot 3!=18$.
(2.0.2) $3\cdot 3!=18$.

$\therefore 540$.

단답형

29. 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 다음 조건을 만족시키도록 여섯 개를 선택한 후, 선택한 숫자 여섯 개를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점] 120.

(가) 숫자 1, 2, 3을 각각 한 개 이상씩 선택한다. (나) 선택한 여섯 개의 수의 합이 4의 배수이다.

합 8. 16. X.

합 12. $1+2+3+\underline{3개 합\ 6}$. $\begin{cases} 2.2.2 ;\ \frac{6!}{4!}=30. \\ 1.2.3 ;\ \frac{6!}{2!2!2!}=90. \end{cases}$

30. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \to X$의 개수를 구하시오. [4점] 45.

(가) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$이다. (나) $f(2) \ne 1$이고 $f(4) \times f(5) < 20$이다.

전체 ${}_5H_5 = {}_9C_5 = 126$.

$\left.\begin{array}{l} f(1)=1.\ f(5)=5.\ {}_2H_3=4. \\ f(1)=1.\ f(5)\ne5.\ {}_3H_4=15. \\ f(1)\ne1.\ f(5)=5.\ {}_2H_4=5. \\ f(1)\ne1.\ f(5)\ne5.\ {}_3H_5=21. \end{array}\right\} 45.$

* 확인 사항
- ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.
- ○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)(3n-1)}{n^2+1}$ 의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$3^n-2^n<a_n<3^n+2^n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{3^{n+1}+2^n}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

25. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{2n}-6n}{a_n+5}=4$$

일 때, a_2-a_1의 값은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$\frac{2d-6}{d}=2-\frac{6}{d}=4.\ \therefore d=-3.$

26. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(n^2+1)a_n=3,\ \lim_{n\to\infty}(4n^2+1)(a_n+b_n)=1$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}(2n^2+1)(a_n+2b_n)$의 값은? [3점]

① -3 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -4 ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ -5

$2\times\left(3-\frac{11}{2}\right)=-5.$

27. $a_1=3$, $a_2=-4$인 수열 $\{a_n\}$과 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k}=\frac{6}{n+1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}a_nb_n$의 값은? [3점]

① -54 　 ② $-\frac{75}{2}$ 　 ③ -24 　 ④ $-\frac{27}{2}$ 　 ⑤ -6

$\frac{a_1}{b_1}=3$. $b_1=1$.

$\frac{a_1}{b_1}+\frac{a_2}{b_2}=3+\frac{a_2}{b_2}=2$. $b_2=4$. $\therefore b_n=3n-2$.

$\frac{a_n}{b_n}=\frac{6}{n+1}-\frac{6}{n}=-\frac{6}{n(n+1)}$

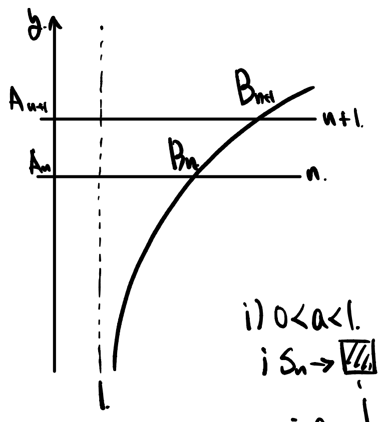
$a_nb_n=\frac{a_n}{b_n}\cdot(b_n)^2=-\frac{6(3n-2)^2}{n(n+1)}\to -54$.

28. $a>0$, $a\neq1$인 실수 a와 자연수 n에 대하여 직선 $y=n$이 y축과 만나는 점을 A_n, 직선 $y=n$이 곡선 $y=\log_a(x-1)$과 만나는 점을 B_n이라 하자. 사각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{B}_{n+1}\mathrm{A}_{n+1}$의 넓이를 S_n이라 할 때,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{B}_{n+1}}}{S_n}=\frac{3}{2a+2}$$

을 만족시키는 모든 a의 값의 합은? [4점]

① 2 　 ② $\frac{9}{4}$ 　 ③ $\frac{5}{2}$ 　 ④ $\frac{11}{4}$ 　 ⑤ 3



$S_n=\frac{1}{2}\cdot\{(a^n+1)+(a^{n+1}+1)\}$

$=\frac{a+1}{2}\cdot a^n+1$.

$\overline{B_nB_{n+1}}=\sqrt{(a-1)^2a^{2n}+1}$.

i) $0<a<1$.

; $S_n\to$ 1. $l_n\to1$.

$\therefore a=\frac{1}{2}$.

ii) $a>1$.

; $\frac{2}{a+1}\cdot(a-1)=\frac{3}{2a+2}$ $a=\frac{7}{4}$.

$\therefore \frac{1}{2}+\frac{7}{4}=\frac{9}{4}$

단답형

29. 자연수 n에 대하여 x에 대한 부등식 $x^2-4nx-n<0$을 만족시키는 정수 x의 개수를 a_n이라 하자. 두 상수 p, q에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{na_n}-pn\right)=q$$

일 때, $100pq$의 값을 구하시오. [4점] 50.

$2n-\sqrt{4n^2+4n} < x < 2n+\sqrt{4n^2+4n}$.

$2n<\sqrt{4n^2+4n}<2n+1$.

$\therefore x=0,1,\cdots,4n$. $a_n=4n+1$

$na_n=4n^2+n\to\left(2n+\frac{1}{4}\right)^2$.

$\therefore p=2,\ q=\frac{1}{4}$. $100pq=50$.

30. 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}-x}{x^{2n}+1}$$

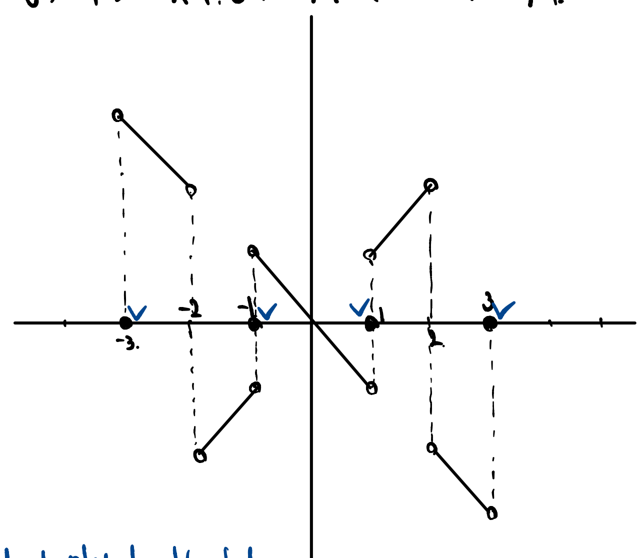
에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $2k-2\le|x|<2k$일 때,
>
> $g(x)=(2k-1)\times f\left(\dfrac{x}{2k-1}\right)$
>
> 이다. (단, k는 자연수이다.)

$0<t<10$인 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 함수 $y=g(x)$의 그래프와 만나지 않도록 하는 모든 t의 값의 합을 구하시오. 25.
[4점]

$$f(x)=\begin{cases} x & (|x|>1)\\ 0 & (|x|=1)\\ -x & (|x|<1)\end{cases}$$

g. f를 x축, y축 각각 (2k-1)배 확대.



|x|. 만나지 않는 t값.

$g=0$. $\frac{|x|}{2k-1}=1$. $|x|=2k-1$.
$=t$. $\therefore 1+3+5+7+9=25$.

* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 타원 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{5}=1$ 의 장축의 길이는? [2점]

① $4\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{14}$ ⑤ 8

24. 포물선 $x^2=8y$ 의 초점과 준선 사이의 거리는? [3점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

25. 한 초점이 $\mathrm{F}(3,\ 0)$이고 주축의 길이가 4인 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$의 점근선 중 기울기가 양수인 것을 l이라 하자. 점 F와 직선 l 사이의 거리는? (단, a, b는 양수이다.) [3점]

① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

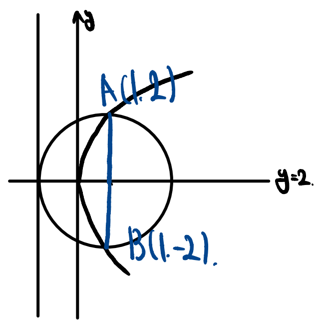
$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{5}=1$. $l: y=\dfrac{\sqrt{5}}{2}x$.

$\sqrt{5}x-2y=0$. $d=\dfrac{3\sqrt{5}}{3}=\sqrt{5}$.

26. 포물선 $y^2=4x+4y+4$의 초점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원이 포물선과 만나는 두 점을 $\mathrm{A}(a,\ b)$, $\mathrm{B}(c,\ d)$라 할 때, $a+b+c+d$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

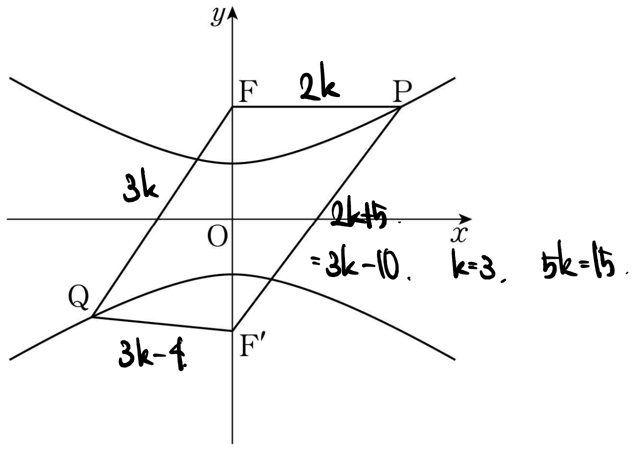
$(y-2)^2=4x$.



27. 그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(0, c)$, $\mathrm{F}'(0, -c)\ (c>0)$인 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{4}=-1$이 있다. 쌍곡선 위의 제1사분면에 있는 점 P와 쌍곡선 위의 제3사분면에 있는 점 Q가

$$\overline{\mathrm{PF}'}-\overline{\mathrm{QF}'}=5,\ \overline{\mathrm{PF}}=\frac{2}{3}\overline{\mathrm{QF}}$$

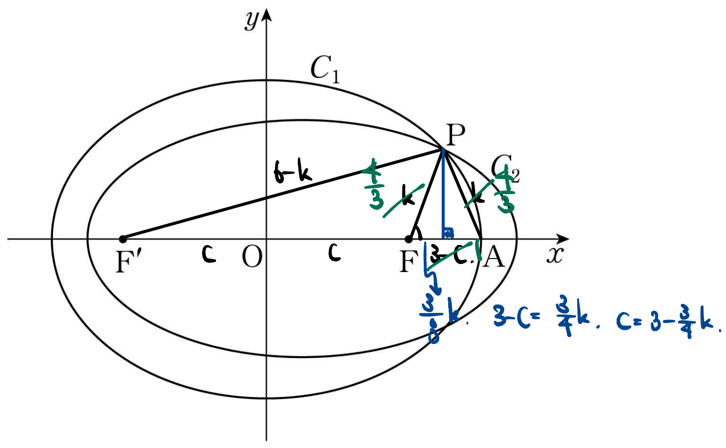
를 만족시킬 때, $\overline{\mathrm{PF}}+\overline{\mathrm{QF}}$의 값은? [3점]



① 10 ② $\dfrac{35}{3}$ ③ $\dfrac{40}{3}$ ④ 15 ⑤ $\dfrac{50}{3}$

28. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)\ (c>0)$인 타원을 C_1이라 하자. 장축의 길이가 6이고 두 초점이 $\mathrm{A}(3, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$인 타원을 C_2라 하자. 두 타원 C_1과 C_2가 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 $\cos(\angle\mathrm{AFP})=\dfrac{3}{8}$일 때, 삼각형 PFA의 둘레의 길이는? [4점]

① $\dfrac{11}{6}$ ② $\dfrac{11}{5}$ ③ $\dfrac{11}{4}$ ④ $\dfrac{11}{3}$ ⑤ $\dfrac{11}{2}$



$(2c+\frac{3}{8}k)^2+\frac{55}{64}k^2=(6-\frac{9}{8}k)^2+\frac{55}{64}k^2$

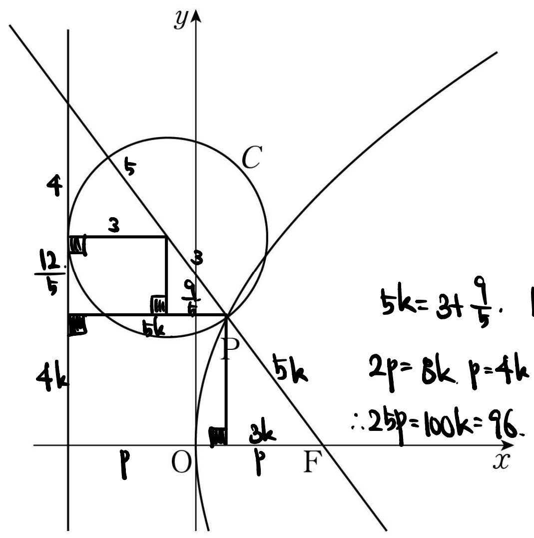
$=\frac{136}{64}k^2-\frac{27}{2}k+36=36-12k+k^2.$

$\frac{9}{8}k^2-\frac{3}{2}k=0.$ $k=\frac{4}{3}.$ $c=2.$

$\therefore \frac{11}{3}.$

단답형

29. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O이고 초점이 F$(p, 0)$ $(p>0)$인 포물선이 있다. 점 F를 지나고 기울기가 $-\frac{4}{3}$인 직선이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. 직선 FP 위의 점을 중심으로 하는 원 C가 점 P를 지나고, 포물선의 준선에 접한다. 원 C의 반지름의 길이가 3일 때, $25p$의 값을 구하시오. (단, 원 C의 중심의 x좌표는 점 P의 x좌표보다 작다.) [4점] 96.



$5k = 3 + \frac{9}{5}$. $k = \frac{24}{25}$.

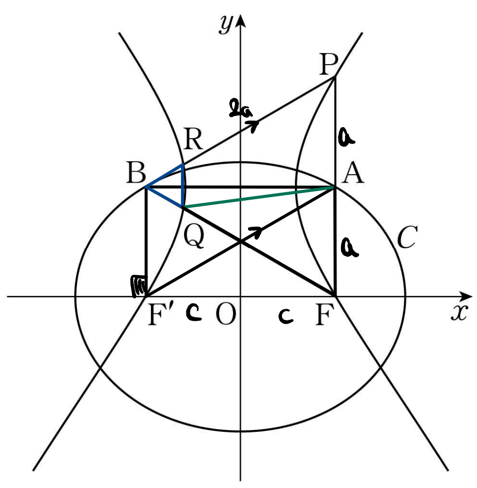
$2p = 8k$ $p = 4k$.

$\therefore 25p = 100k = 96$.

30. 그림과 같이 두 초점이 F$(c, 0)$, F$'(-c, 0)$ $(c>0)$인 타원 C가 있다. 타원 C가 두 직선 $x=c$, $x=-c$와 만나는 점 중 y좌표가 양수인 점을 각각 A, B라 하자.
두 초점이 A, B이고 점 F를 지나는 쌍곡선이 직선 $x=c$와 만나는 점 중 F가 아닌 점을 P라 하고, 이 쌍곡선이 두 직선 BF, BP와 만나는 점 중 x좌표가 음수인 점을 각각 Q, R라 하자.
세 점 P, Q, R가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 BFP는 정삼각형이다.
(나) 타원 C의 장축의 길이와 삼각형 BQR의 둘레의 길이의 차는 3이다.

$60 \times \overline{\mathrm{AF}}$의 값을 구하시오. [4점] 100.



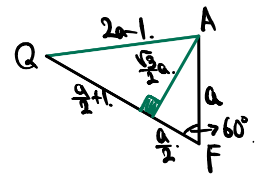
타원. (장축) = $3a$

쌍곡선. (주축) = a.

$BR = BQ = QR$

$= \frac{1}{3}(3a-3) = a-1$. $QF = a+1$. $AQ = 2a-1$.

$\triangle AQF$...



$4a^2 - 4a + 1$
$= \frac{a^2}{4} + a + 1 + \frac{3}{4}a^2$.
$3a^2 - 5a = 0$. $a = \frac{5}{3}$.

$\therefore 60 \times AF = 100$.

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.