제 2 교시

2023학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

수학 영역

성명	강재욱	수험 번호						3				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

따스한 강물에 흔들리는 노을

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 선택과목, 답을 정확히 표시하시오.
○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

경기도교육청

수학 영역

5지선다형

1. $\log_6 4 + \dfrac{2}{\log_3 6}$ 의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

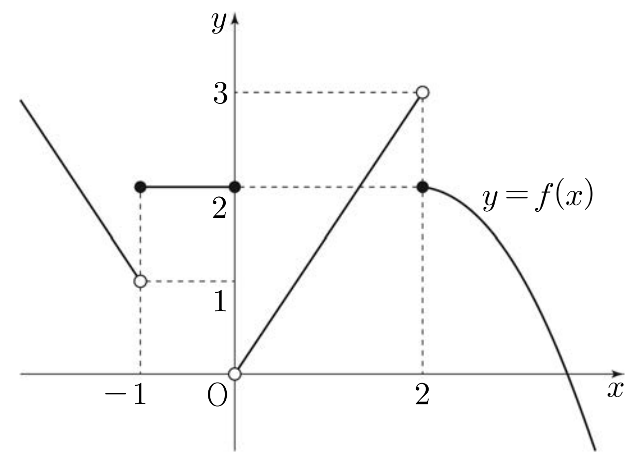
$\log_6 4 + \log_6 9 = 2$

2. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1 = 3$, $\dfrac{a_5}{a_3} = 4$일 때, a_4의 값은? [2점]

① 15　② 18　③ 21　④ 24　⑤ 27

$a_1 = 3$ $r = 2$ $a_4 = a_1 \times r^3 = 3 \times 8 = 24$

3. 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x \to -1+} f(x) + \lim\limits_{x \to 2-} f(x)$의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$2+3=5$

4. 함수 $f(x) = 2x^3 - 6x + a$의 극솟값이 2일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

$f'(x) = 6x^2 - 6$

$f(1) = 2 - 6 + a = 2 \Rightarrow a = 6$

5. 0이 아닌 모든 실수 h에 대하여 다항함수 $f(x)$에서 x의 값이 1에서 $1+h$까지 변할 때의 평균변화율이 h^2+2h+3일 때, $f'(1)$의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

$$\lim_{h\to 0}\left\{\frac{f(1+h)-f(1)}{h} = h^2+2h+3\right\}=3$$

6. 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(x-a)+b$가 닫힌구간 $[2, 5]$에서 최댓값 3, 최솟값 1을 갖는다. $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f(2)=3 \Rightarrow -\log_2(2-a)+b=3$

$f(5)=1 \Rightarrow -\log_2(5-a)+b=1$

$\Rightarrow 3+\log_2(2-a)=1+\log_2(5-a)$

$\Rightarrow 4(2-a)=5-a$

$\Rightarrow a=1 \quad b=3$

7. 다항함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, f(0))$에서의 접선의 방정식이 $y=3x-1$이다. 함수 $g(x)=(x+2)f(x)$에 대하여 $g'(0)$의 값은? [3점]

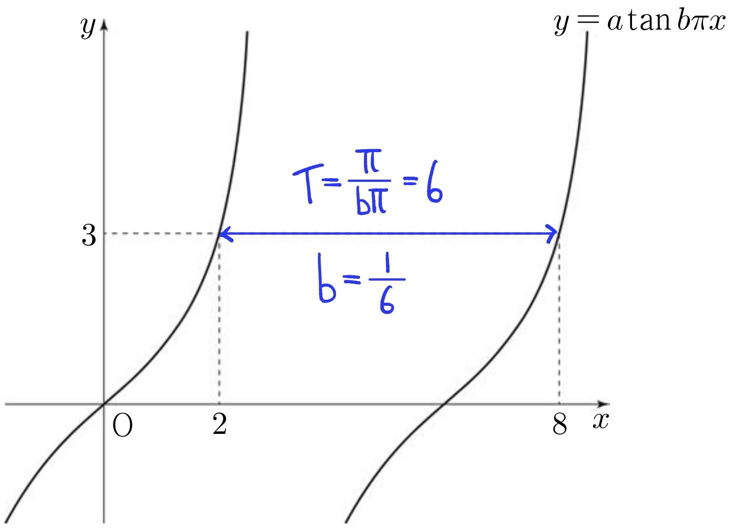
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$f(0)=-1 \quad f'(0)=3$

$g'(x)=f(x)+(x+2)f'(x)$

$g'(0)=f(0)+2f'(0)=-1+6=5$

8. 그림과 같이 함수 $y=a\tan b\pi x$의 그래프가 두 점 $(2,\ 3)$, $(8,\ 3)$을 지날 때, $a^2\times b$의 값은? (단, a, b는 양수이다.) [3점]



① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$y=a\tan\frac{\pi}{6}x \ni (2,3)$

$3=a\tan\frac{\pi}{3}=a\sqrt{3}$

$a=\sqrt{3}$ $a^2b=\frac{1}{2}$

9. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2-4x+1$이고 $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt=1$일 때, $f(2)$의 값은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$f(x)=x^3-2x^2+x+C$

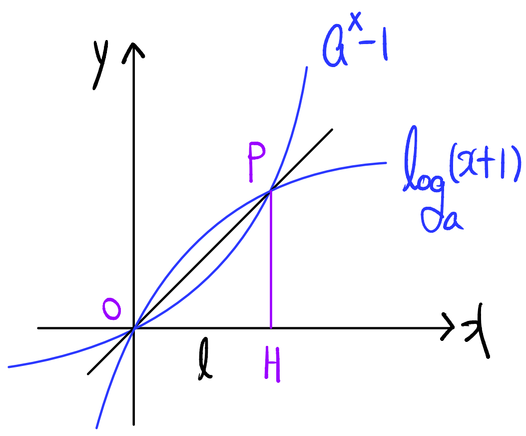
$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt=f(0)=C=1$

$f(x)=x^3-2x^2+x+1$

$f(2)=3$

10. 상수 $a(a>1)$에 대하여 곡선 $y=a^x-1$과 곡선 $y=\log_a(x+1)$이 원점 O를 포함한 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 두 점 중 O가 아닌 점을 P라 하고, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 OHP의 넓이가 2일 때, a의 값은? [4점]

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$



$S_{\triangle OHP}=\frac{1}{2}l^2=2 \Rightarrow l=2$

$\Rightarrow P(2,2)$

$y=a^x-1 \ni (2,2) \Rightarrow 2=a^2-1$

$\Rightarrow a=\sqrt{3}$

11. $0 \le x \le 2\pi$일 때, 방정식 $2\sin^2 x - 3\cos x = k$의 서로 다른 실근의 개수가 3이다. 이 세 실근 중 가장 큰 실근을 α라 할 때, $k \times \alpha$의 값은? (단, k는 상수이다.) [4점]

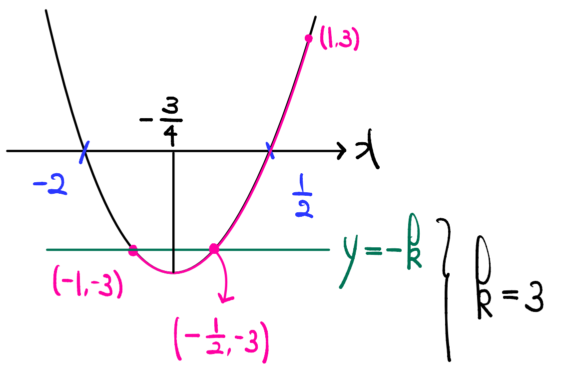
① $\frac{7}{2}\pi$ ② 4π ③ $\frac{9}{2}\pi$ ④ 5π ⑤ $\frac{11}{2}\pi$

$2(1-\cos^2 x) - 3\cos x = k$

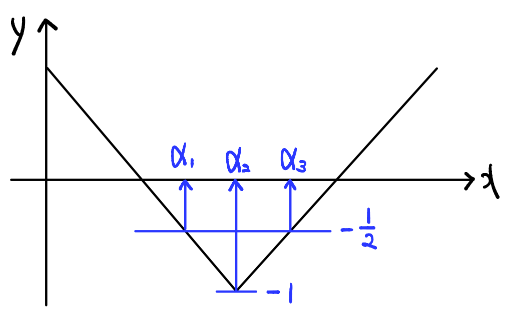
$2 - 2\cos^2 x - 3\cos x = k$

$2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = -k$

$(2\cos x - 1)(\cos x + 2) = -k$



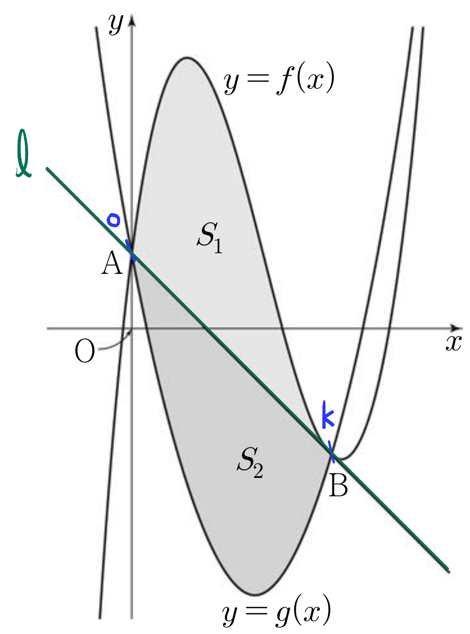
$k=3$



$\alpha = \alpha_3 = \frac{4}{3}\pi$

$k \times \alpha = 3 \times \frac{4}{3}\pi = 4\pi$

12. 그림과 같이 삼차함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x + 1$의 그래프와 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $y = g(x)$의 그래프가 점 A$(0, 1)$, 점 B$(k, f(k))$에서 만나고, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 B에서의 접선이 점 A를 지난다.
곡선 $y = f(x)$와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1,
곡선 $y = g(x)$와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자.
$S_1 = S_2$일 때, $\int_0^k g(x)dx$의 값은? (단, k는 양수이다.) [4점]



① $-\frac{17}{2}$ ② $-\frac{33}{4}$ ③ -8 ④ $-\frac{31}{4}$ ⑤ $-\frac{15}{2}$

$f(x) - l = (x-0)(x-k)^2 = (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$
$= x^3 - 6x^2 + 8x + 1$

$\alpha+\beta+\gamma = 2k \Rightarrow k=3 \Rightarrow B(3,-2)$
$\Rightarrow l = -x+1$

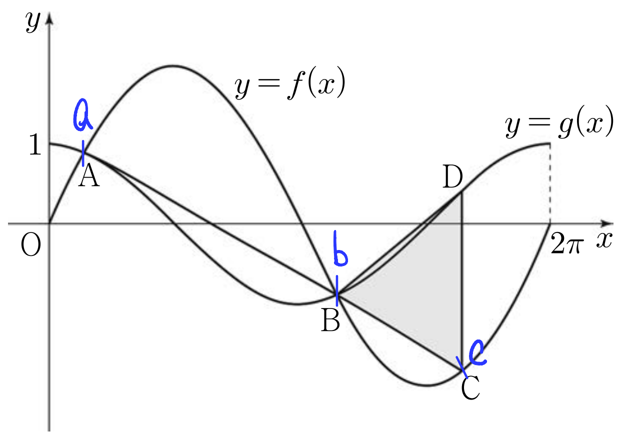
$S_1 = \frac{k^4}{12} = \frac{ak^3}{6} = S_2$
$\Rightarrow a = \frac{3}{2}$

$S_2 = \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} \times 3^3 = \int_0^3 l - g(x)dx$

$\Rightarrow \frac{27}{4} = \int_0^3 -x+1\,dx - \int_0^3 g(x)dx$

$\Rightarrow \int_0^3 g(x)dx = \left[-\frac{1}{2}x^2 + x\right]_0^3 - \frac{27}{4}$
$= -\frac{9}{2} + 3 - \frac{27}{4}$
$= -\frac{33}{4}$

13. 그림과 같이 닫힌구간 $[0, 2\pi]$에서 정의된 두 함수 $f(x)=k\sin x$, $g(x)=\cos x$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 곡선 $y=g(x)$가 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. 선분 AB를 $3:1$로 외분하는 점을 C라 할 때, 점 C는 곡선 $y=f(x)$ 위에 있다. 점 C를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=g(x)$와 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 BCD의 넓이는? (단, k는 양수이고, 점 B의 x좌표는 점 A의 x좌표보다 크다.) [4점]



① $\frac{\sqrt{15}}{8}\pi$ ② $\frac{9\sqrt{5}}{40}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$ ④ $\frac{3\sqrt{10}}{16}\pi$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{10}\pi$

$A(a, k\sin a)$ $C(c, k\sin c)$ $B(b, \cos b)$

ㄱ $a+2c=3b$, $k\sin a+2k\sin c=3\cos b=3k\sin b$

ㄴ $\sin a+2\sin c=3\sin b$

$\left.\begin{array}{l}\cos b=k\sin b\\ \cos a=k\sin a\end{array}\right\}$ $\tan a=\tan b \Rightarrow b=a+\pi$

ㄱ. $a+2c=3a+3\pi$

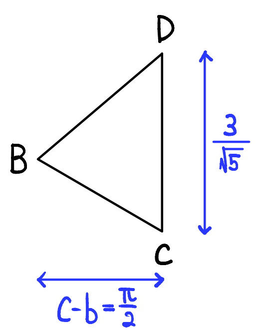
$c=a+\frac{3}{2}\pi$

ㄴ. $\sin a+2\sin\left(\frac{3}{2}\pi+a\right)=3\sin(\pi+a)$

$\sin a-2\cos a=-3\sin a$

$2\sin a=\cos a$

$\left.\begin{array}{l}\tan a=\frac{1}{2}\Rightarrow \cos a=\frac{2}{\sqrt5}\\ \Rightarrow \sin a=\frac{1}{\sqrt5}\end{array}\right\}$ $k=2$



$\cos c=\cos\left(\frac{3}{2}\pi+a\right)=\sin a=\frac{1}{\sqrt5}$

$k\sin c=2\sin\left(\frac{3}{2}\pi+a\right)=-2\cos a=-\frac{4}{\sqrt5}$

$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times\frac{5}{\sqrt5}\times\frac{\pi}{2}=\frac{\sqrt5}{4}\pi$

14. 양의 실수 t에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=x^3-3t^2x = x(x^2-3t^2)$$

라 할 때, 닫힌구간 $[-2, 1]$에서 두 함수 $f(x)$, $|f(x)|$의 최댓값을 각각 $M_1(t)$, $M_2(t)$라 하자. 함수

$$g(t)=M_1(t)+M_2(t)$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

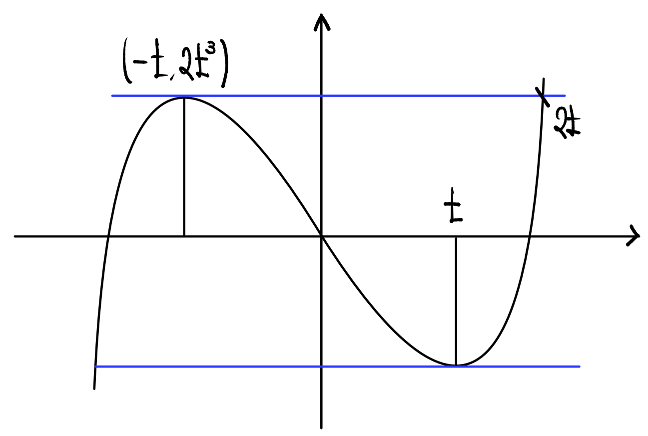
〈보 기〉

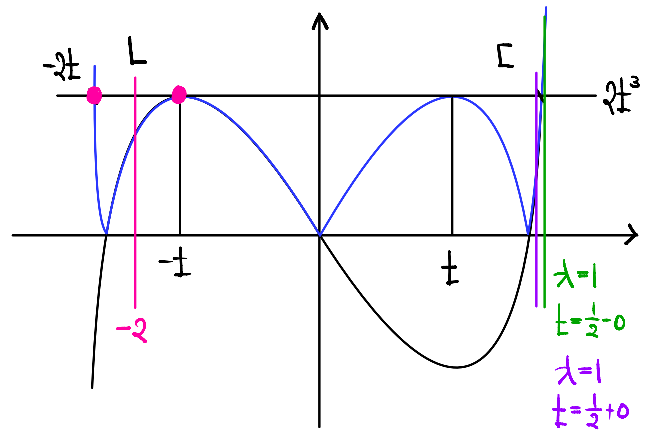
ㄱ. $g(2)=32$

ㄴ. $g(t)=2f(-t)$를 만족시키는 t의 최댓값과 최솟값의 합은 3이다.

ㄷ. $\displaystyle\lim_{h\to0+}\frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right)-g\left(\frac{1}{2}\right)}{h}-\lim_{h\to0-}\frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right)-g\left(\frac{1}{2}\right)}{h}=\cancel{5}\ \frac{9}{2}$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ





ㄴ $g(t)=2f(-t) \Rightarrow M_1=M_2=2t^3$

$\Rightarrow -2t\le -2\le -t$

$\Rightarrow 1\le t\le 2$ $2+1=3$

ㄷ $t=\frac{1}{2}+0$ $M_1(t)=f(-t)$ $M_2(t)=-f(-2)$ $\Big\}$ $g(t)=2t^3-6t^2+8$ $g'(t)=6t^2-12t$

$t=\frac{1}{2}$ $M_1(t)=f(-t)$ $M_2(t)=-f(-2)$

$t=\frac{1}{2}-0$ $M_1(t)=f(1)$ $M_2(t)=-f(-2)$ $g(t)=-9t^2+9$ $g'(t)=-18t$

$\displaystyle\lim_{h\to0+}\frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right)-g\left(\frac{1}{2}\right)}{h}-\lim_{h\to0-}\frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right)-g\left(\frac{1}{2}\right)}{h}=g'\left(\tfrac{1}{2}+0\right)-g'\left(\tfrac{1}{2}-0\right)=-\frac{9}{2}+9=\frac{9}{2}$

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $\log_2 \dfrac{M}{m}$의 값은? [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{n-2} & (0 \le a_n < 1) \\ \log_2 a_n & (a_n \ge 1) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_5 + a_6 = 1$

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

i) $a_5<1$ $a_6=2^3=8 \Rightarrow a_5=-7$ (X)

$a_5 \ge 1$ $a_6=\log_2 a_5 \ge 0 \Rightarrow a_5=1$ $a_6=0$

$a_5=1$ $a_4=2$ $\begin{cases} a_3=k \ (0\le k<1) & a_2=2^k \quad a_1=2^{2^k} \\ a_3=2^2 & a_2=2^4 \quad a_1=2^{16} \end{cases}$

$M=2^{16}$ $m=2^1 (k=0)$

$\log_2 \dfrac{M}{m} = \log_2 2^{15} = 15$

단답형

16. $\displaystyle\lim_{x \to 2} \frac{x^2+x-6}{x-2}$의 값을 구하시오. [3점]

5

$\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{(x+3)(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to2}(x+3)=5$

17. 함수 $y=4^x$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프가 점 $\left(\dfrac{3}{2}, 5\right)$를 지날 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

3

$y=4^{x-1}+a \ni \left(\frac{3}{2},5\right)$

$5=2+a$ $a=3$

18. 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to\infty}\frac{xf(x)-2x^3+1}{x^2}=5,\ f(0)=1$$

을 만족시킬 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점] 8

$f(x)=2x^2+5x+1$

$f(1)=8$

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t>0)$에서의 위치 $x(t)$가

$$x(t)=\frac{3}{2}t^4-8t^3+15t^2-12t$$

이다. 점 P의 운동 방향이 바뀌는 순간 점 P의 가속도를 구하시오. [3점] $t=2$ 6

$v(t)=\frac{dx}{dt}=6t^3-24t^2+30t-12$

$=6(t^3-4t^2+5t-2)$

$=6(t-1)^2(t-2)$

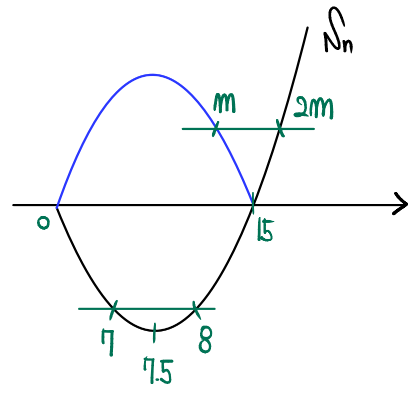
$a(t)=\frac{dv}{dt}=18t^2-48t+30$

$a(2)=72-96+30=6$

20. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. S_n이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{13}의 값을 구하시오. [4점] 30

(가) S_n은 $n=7$, $n=8$에서 최솟값을 갖는다. $d>0$, $a_8=0$

(나) $|S_m|=|S_{2m}|=162$인 자연수 $m(m>8)$이 존재한다.



$S_m=\frac{d}{2}m(m-15)$

$a_n=a_1+(m-1)d$

$a_8=a_1+7d=0$

$S_m=\frac{d}{2}m(m-15)$

$S_{2m}=\frac{d}{2}\times 2m\times(2m-15)$

$\frac{d}{2}m(m-15)+\frac{d}{2}\times 2m\times(2m-15)=0$

$m=9$

$S_{2m}=S_{18}=9d\times 3=162$

$\Rightarrow d=6 \Rightarrow a_1=-42$

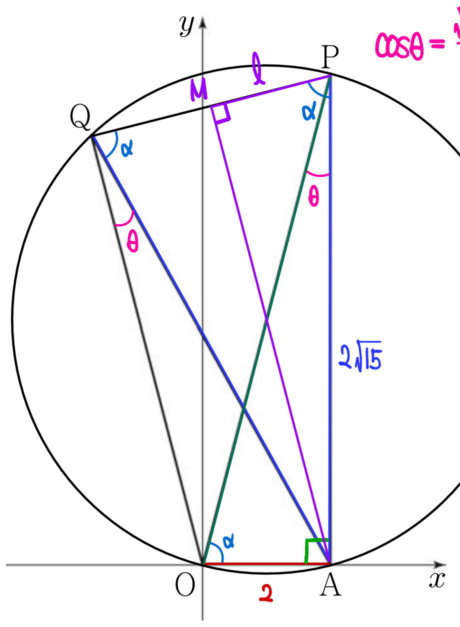
$a_{13}=a_1+12d=30$

21. 좌표평면 위의 두 점 O$(0,\ 0)$, A$(2,\ 0)$과 y좌표가 양수인 서로 다른 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AQ}}=2\sqrt{15}$ 이고 $\overline{\mathrm{OP}}>\overline{\mathrm{OQ}}$이다.
>
> (나) $\cos(\angle\mathrm{OPA})=\cos(\angle\mathrm{OQA})=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

사각형 OAPQ의 넓이가 $\dfrac{q}{p}\sqrt{15}$ 일 때, $p\times q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 22

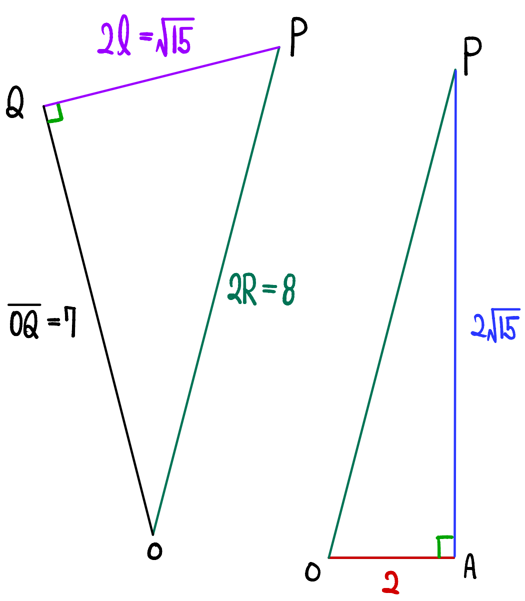
$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$ $\sin\theta=\dfrac{1}{4}$



$$\frac{2}{\sin\theta}=\frac{2\sqrt{15}}{\sin\alpha}\Rightarrow\sin\alpha=\sqrt{15}\times\sin\theta=\frac{\sqrt{15}}{4}\Rightarrow\theta+\alpha=\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow\cos\alpha=\frac{1}{4}$$

$\triangle AMP\Rightarrow l=2\sqrt{15}\times\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$



$$S_{\square OAPQ}=S_{\triangle OPQ}+S_{\triangle OPA}$$

$$=\frac{1}{2}\times\sqrt{15}\times7+\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{15}$$

$$=\frac{11}{2}\sqrt{15}=\frac{q}{p}\sqrt{15}$$

$\therefore p\times q=22$

22. 두 상수 $a,\ b\,(b\neq1)$과 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 도함수 $g'(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
>
> (나) $|x|<2$일 때, $g(x)=\displaystyle\int_0^x(-t+a)dt$이고
>
> $|x|\geq2$일 때, $|g'(x)|=f(x)$이다.
>
> (다) 함수 $g(x)$는 $x=1,\ x=b$에서 극값을 갖는다.

$g(k)=0$을 만족시키는 모든 실수 k의 값의 합이 $p+q\sqrt{3}$ 일 때, $p\times q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [4점] 32

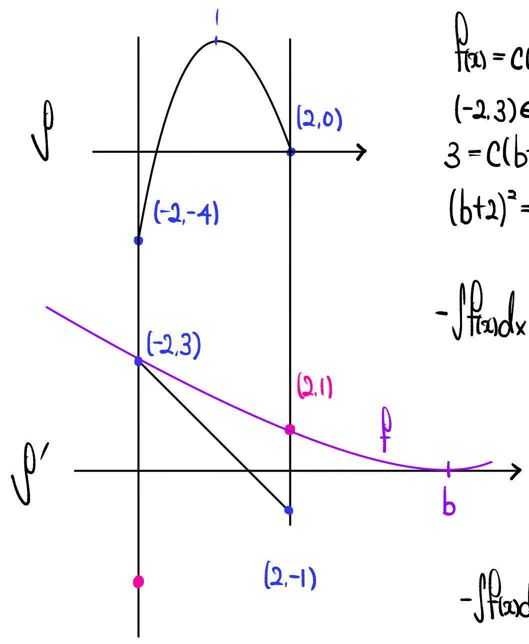
(나) $-2<x<2$ $g(0)=0,\ g'(x)=-x+a,\ g(x)=-\frac{1}{2}x^2+ax$

$x\leq-2$ OR $x\geq2$ $g'(x)=f(x)$ OR $-f(x)$ $(f(x)\geq0)$

(다) $g'(1)=0\Rightarrow-1+a=0\Rightarrow a=1,\ g'(b)=0$ $(|b|>2\ \ f(b)=0)$

$$g(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}x^2+x & (-2<x<2)\quad k_1=2\\ \int f(x)dx \text{ OR } -\int f(x)dx & (x\leq-2 \text{ OR } x\geq2)\end{cases}$$

$$g'(x)=\begin{cases}-x+1 & (-2<x<2)\\ f(x) \text{ OR } -f(x) & (x\leq-2 \text{ OR } x\geq2)\end{cases}$$ $f(2)=1$ OR $\cancel{-1}$, $f(-2)=3$ OR $\cancel{-3}$



$f(x)=c(x-b)^2\ (c>0)$

$(-2,3)\in f$ $(2,1)\in f$

$3=c(b+2)^2$ $1=c(b-2)^2$

$(b+2)^2=3(b-2)^2\Rightarrow b=4+2\sqrt{3}$ $(|b|>2)$

$\Rightarrow c=\dfrac{1}{(2+2\sqrt{3})^2}=\dfrac{1}{8}(\sqrt{3}-1)$

$-\int f(x)dx=-\frac{1}{3}c(x-b)^3-C_1\ni(2,0)$

$0=\frac{1}{3}c(2-b)^3-C_1$

$C_1=\frac{1}{3}c(2-b)^3=-\dfrac{1}{3}\times\dfrac{(2+2\sqrt{3})^3}{(2+2\sqrt{3})^2}$

$=-\dfrac{2+2\sqrt{3}}{3}$

$-\int f(x)dx=0\Rightarrow\frac{1}{3}c(x-b)^3=-C_1$

$\Rightarrow(x-b)^3=\dfrac{-3C_1}{c}=(2+2\sqrt{3})^3$

$\Rightarrow x=6+4\sqrt{3}=k_2$

$k_1+k_2=8+4\sqrt{3}$ $\therefore p=8$ $q=4$ $p\times q=32$

> ※ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. ${}_{3}\Pi_{2}+{}_{2}\mathrm{H}_{3}$의 값은? [2점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

$3^2+{}_4C_3=9+4=13$

24. 전체집합 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여

$$n(A\cup B)=5,\ A\cap B=\varnothing$$

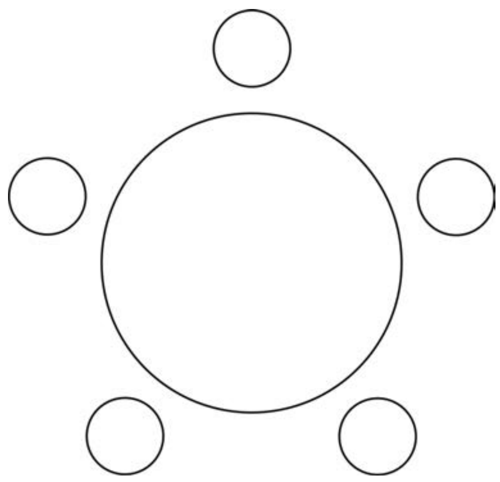
을 만족시키는 집합 A, B의 모든 순서쌍 (A, B)의 개수는? [3점]

① 168 ② 174 ③ 180 ④ 186 ⑤ 192

$6\times 2^5=6\times 32=192$

25. 세 학생 A, B, C를 포함한 7명의 학생이 있다. 이 7명의 학생 중에서 A, B, C를 포함하여 5명을 선택하고, 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 원 모양의 탁자에 둘러앉게 하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 120 ② 132 ③ 144 ④ 156 ⑤ 168



{A,B,C,D,E,F,G}

$_4C_2 \times 4! = 6 \times 24 = 144$

26. 방정식 $3x+y+z+w=11$을 만족시키는 자연수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수는? [3점]

① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

i) $x=1$ $y+z+w=8 \Rightarrow {}_3H_5 = {}_7C_2 = 21$

ii) $x=2$ $y+z+w=5 \Rightarrow {}_3H_2 = {}_4C_2 = 6$

iii) $x=3$ $y+z+w=2$ (X)

27

27. 양수 a에 대하여 $\left(ax-\dfrac{2}{ax}\right)^7$의 전개식에서 각 항의 계수의 총합이 1일 때, $\dfrac{1}{x}$의 계수는? [3점]

① 70 ② 140 ③ 210 ④ 280 ⑤ 350

$$a-\frac{2}{a}=1 \Rightarrow a=2$$

$$\left(2x-\frac{1}{x}\right)^7 \Rightarrow {}_7C_r\times(2x)^r\times\left(-\frac{1}{x}\right)^{7-r}$$

$$\Rightarrow 2^r\times(-1)^{7-r}\times{}_7C_r\times x^{2r-7}$$

$$r=3 \Rightarrow 8\times1\times{}_7C_3=8\times35=280$$

28. 숫자 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 8장의 카드 중에서 7장을 택하여 이 7장의 카드 모두를 일렬로 나열할 때, 서로 이웃한 2장의 카드에 적혀 있는 수의 곱 홀 이웃× 모두가 짝수가 되도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

① 264 ② 268 ③ 272 ④ 276 ⑤ 280

i) 홀수 4개 {1, 1, 3, 3}{2, 2, 2} OR {1, 1, 3, 3}{2, 2, 4}

홀 짝 홀 짝 홀 짝 홀

$$\frac{4!}{2!2!}\times\{1+3\}=24$$

ii) 홀수 3개 {1, 1, 3}{2, 2, 2, 4} OR {1, 3, 3}{2, 2, 2, 4}

a 홀 b 홀 c 홀 d

$a+b+c+d=4$ $(a\ge0, b\ge1, c\ge1, d\ge0)$

${}_4H_2=10$ (짝수 개수 분배)

$$2\times\frac{3!}{2!}\times10\times\frac{4!}{3!}=240$$

$$24+240=264$$

단답형

29. 두 집합

$$X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\},\ Y=\{1, 2, 3, 4, 5\}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X에서 Y로의 함수 f의 개수를 구하시오. [4점]

523

(가) $f(4)=f(1)+f(2)+f(3)$
(나) $2f(4)=f(5)+f(6)+f(7)+f(8)$

$f(4)$가 기준

i) $f(4)=3$

$f(1)+f(2)+f(3)=3$ (1,1,1) 1가지
$f(5)+f(6)+f(7)+f(8)=6$ $_4H_2=10$가지 } 10

ii) $f(4)=4$

$f(1)+f(2)+f(3)=4$ (2,1,1) 3가지
$f(5)+f(6)+f(7)+f(8)=8$ $_4H_4=35$가지 } 105

iii) $f(4)=5$

$f(1)+f(2)+f(3)=5$ (3,1,1)(2,2,1) 6가지
$f(5)+f(6)+f(7)+f(8)=10$ $_4H_6-16$ 68가지 } 408

6 2 1 1
7 1 1 1 } 12+4=16

10+105+408=523

30. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 각각 5개 이하씩 모두 7개를 택해 다음 조건을 만족시키는 7자리의 문자열을 만들려고 한다.

(가) 한 문자가 연달아 3개 이어지고 그 문자는 a뿐이다.
(나) 어느 한 문자도 연달아 4개 이상 이어지지 않는다.

예를 들어, *baaacca*, *ccbbaaa*는 조건을 만족시키는 문자열이고 *aabbcca*, *aaabccc*, *ccbaaaa*는 조건을 만족시키지 않는 문자열이다. 만들 수 있는 모든 문자열의 개수를 구하시오. [4점]

188

i) a : 3개 aaaxxxx
ii) a : 4개 aaaaxxx
iii) a : 5개 aaaaaxx

i) aaaxxxx 2^4-2-4 (bbbb)(cccc)(bccc)(cbbb)(bbbc)(cccb)
xaaaxxx 2^4-4 (bbbb)(bccc)(cbbb)(cccc)
xxaaaxx 2^4
xxxaaax 2^4-4 (bbbb)(bccc)(cbbb)(cccc)
xxxxaaa 2^4-2-4 (bbbb)(cccc)(bccc)(cbbb)(bbbc)(cccb)
} $16\times5-20=60$

x : a자리 후보

ii) aaaxxxx $_3C_1\times2^3-2$ (bbb)(ccc)
xaaaxxx $_2C_1\times2^3$
xxaaaxx $_2C_1\times2^3$
xxxaaax $_2C_1\times2^3$
xxxxaaa $_3C_1\times2^3-2$ (bbb)(ccc)
} $8\times12-4=92$

iii) aaaxxxx $_3C_2\times2^2$
xaaaxxx $_2C_2\times2^2$
xxaaaxx $_2C_2\times2^2$
xxxaaax $_2C_2\times2^2$
xxxxaaa $_3C_2\times2^2$
} $4\times9=36$

60+92+36=188

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^2+3n}-\sqrt{4n^2+1}\right)$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3n+1}{\sqrt{4n^2+3n}+\sqrt{4n^2+1}}=\frac{3}{4}$$

24. 함수 $f(x)=e^x(2\sin x+\cos x)$에 대하여 $f'(0)$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$$f'(x)=e^x(2\sin x+\cos x+2\cos x-\sin x)$$
$$=e^x(\sin x+3\cos x)$$
$$f'(0)=3$$

25. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n - \frac{2^{n+1}}{2^n+1}\right)$이 수렴할 때,

$\lim_{n\to\infty}\frac{2^n \times a_n + 5\times 2^{n+1}}{2^n+3}$ 의 값은? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

$$\lim_{n\to\infty}\left(a_n - \frac{2\times 2^n}{2^n+1}\right)=0 \Rightarrow \lim_{n\to\infty}a_n = 2$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n\times 2^n + 10\times 2^n}{2^n+3} = \lim_{n\to\infty}\frac{12\times 2^n}{2^n+3} = 12$$

26. 두 함수 $f(x)=a^x$, $g(x)=2\log_b x$에 대하여

$$\lim_{x\to e}\frac{f(x)-g(x)}{x-e}=0$$

일 때, $a\times b$의 값은? (단, a와 b는 1보다 큰 상수이다.) [3점]

① $e^{\frac{1}{e}}$ ② $e^{\frac{2}{e}}$ ③ $e^{\frac{3}{e}}$ ④ $e^{\frac{4}{e}}$ ⑤ $e^{\frac{5}{e}}$

i) $f(e)-g(e)=0 \Rightarrow a^e = 2\log_b e$

ii) $f'(e)-g'(e)=0$ $f'(x)=a^x\ln a$ $g'(x)=\frac{2}{x\ln b}$

$$a^e\ln a = \frac{2}{e\ln b} \Rightarrow 2\times\frac{1}{\ln b}\times\ln a = \frac{2}{e\ln b}$$

$$\ln a = \frac{1}{e} \Rightarrow a = e^{\frac{1}{e}}$$

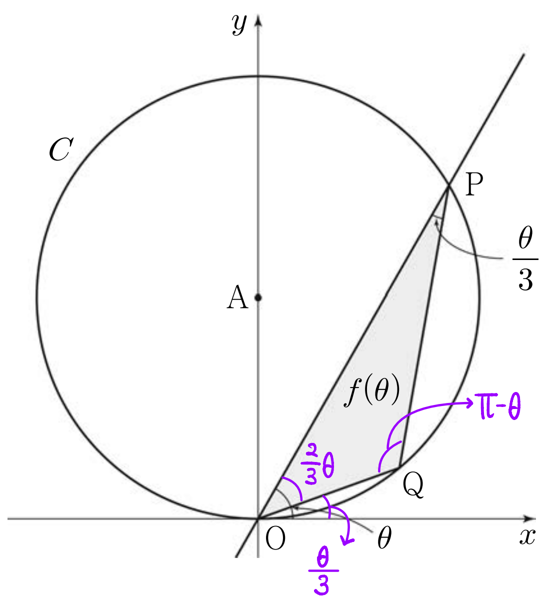
$$a^e = \frac{2}{\ln b} \Rightarrow e = \frac{2}{\ln b}$$

$$\ln b = \frac{2}{e}$$

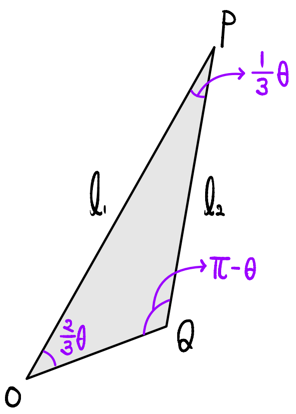
$$\ln a + \ln b = \ln ab = \frac{3}{e}$$

$$ab = e^{\frac{3}{e}}$$

27. 그림과 같이 좌표평면 위에 점 $\mathrm{A}(0, 1)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 C가 있다. 원점 O를 지나고 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 θ인 직선이 원 C와 만나는 점 중 O가 아닌 점을 P라 하고, 호 OP 위에 점 Q를 $\angle \mathrm{OPQ} = \frac{\theta}{3}$가 되도록 잡는다. 삼각형 POQ의 넓이를 $f(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{f(\theta)}{\theta^3}$의 값은? (단, 점 Q는 제1사분면 위의 점이고, $0 < \theta < \pi$이다.) [3점]



① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$



$\frac{l_1}{\sin(\pi-\theta)} = \frac{l_2}{\sin\frac{2}{3}\theta} = 2R = 2$

$l_1 = 2\sin\theta$ $l_2 = 2\sin\frac{2}{3}\theta$

$f(\theta) = S_{\Delta POQ} = \frac{1}{2} \times l_1 \times l_2 \times \sin\frac{1}{3}\theta$

$= \frac{1}{2} \times 2\sin\theta \times 2\sin\frac{2}{3}\theta \times \sin\frac{1}{3}\theta$

$\lim_{\theta\to 0} \frac{f(\theta)}{\theta^3} = \lim_{\theta\to 0} \frac{\frac{1}{2} \times 2\sin\theta \times 2\sin\frac{2}{3}\theta \times \sin\frac{1}{3}\theta}{\theta^3}$

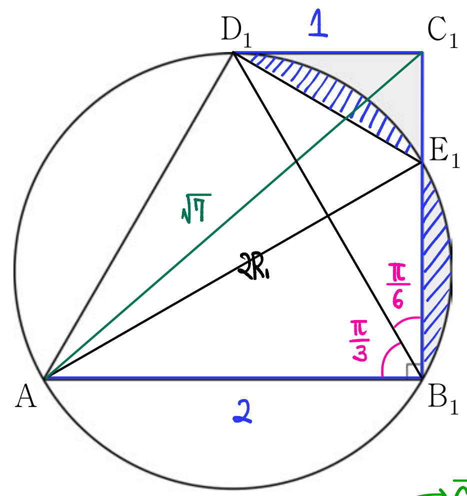
$= \frac{4}{9}$

28. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB_1}} = 2$, $\overline{\mathrm{B_1C_1}} = \sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{C_1D_1}} = 1$이고 $\angle \mathrm{C_1B_1A} = \frac{\pi}{2}$인 사다리꼴 $\mathrm{AB_1C_1D_1}$이 있다. 세 점 A, $\mathrm{B_1}$, $\mathrm{D_1}$을 지나는 원이 선분 $\mathrm{B_1C_1}$과 만나는 점 중 $\mathrm{B_1}$이 아닌 점을 $\mathrm{E_1}$이라 할 때, 두 선분 $\mathrm{C_1D_1}$, $\mathrm{C_1E_1}$과 호 $\mathrm{E_1D_1}$로 둘러싸인 부분과 선분 $\mathrm{B_1E_1}$과 호 $\mathrm{B_1E_1}$로 둘러싸인 부분인 ◹ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 $\mathrm{AB_1}$ 위의 점 $\mathrm{B_2}$, 호 $\mathrm{E_1D_1}$ 위의 점 $\mathrm{C_2}$, 선분 $\mathrm{AD_1}$ 위의 점 $\mathrm{D_2}$와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{\mathrm{B_2C_2}} : \overline{\mathrm{C_2D_2}} = \sqrt{3} : 1$이고 $\angle \mathrm{C_2B_2A} = \frac{\pi}{2}$인 사다리꼴 $\mathrm{AB_2C_2D_2}$를 그린다. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 점 $\mathrm{E_2}$를 잡고, 사다리꼴 $\mathrm{AB_2C_2D_2}$에 ◹ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

R_1

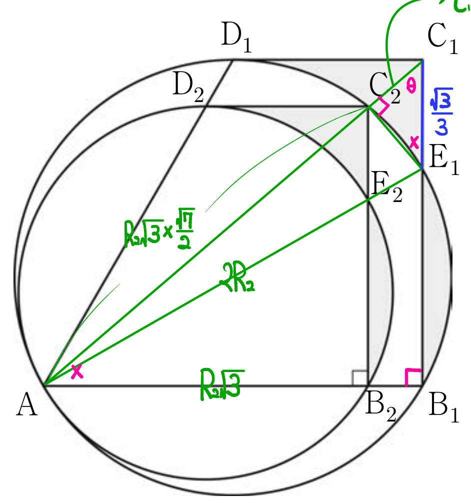


$\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

$S_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$

$2R_1 = \frac{4}{\sqrt{3}}$

R_2



$\overline{CC_2} = \sqrt{7} - R_2 \times \frac{\sqrt{21}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{3} \times \cos\theta = \sqrt{7}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}R_2\right)$

$\frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{7}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}R_2\right)$

$2R_2 = \frac{24}{7\sqrt{3}}$

$R_1 : R_2 = 7 : 6$

닮음비 $= 7 : 6$

넓이비 $= 49 : 36$

공비 $r = \frac{36}{49}$

⋮ ⋮

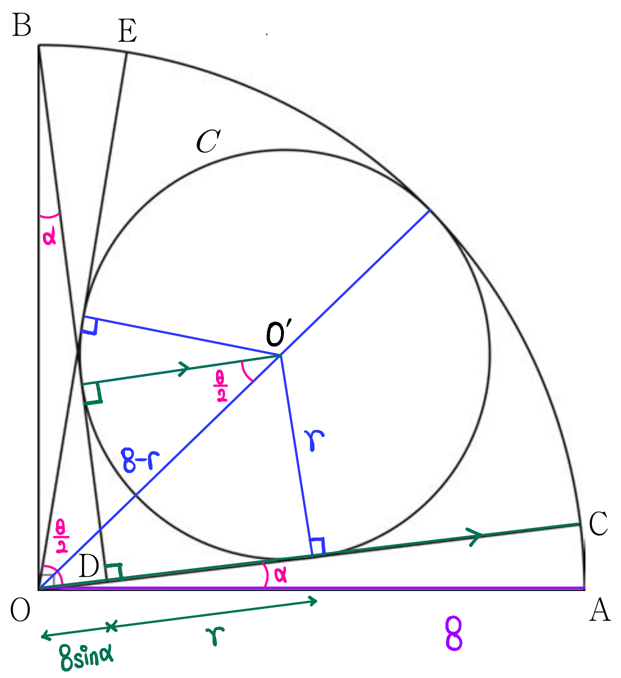
① $\frac{49}{144}\sqrt{3}$ ② $\frac{49}{122}\sqrt{3}$ ③ $\frac{49}{100}\sqrt{3}$ ④ $\frac{49}{78}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{7}{8}\sqrt{3}$

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{S_1}{1-r} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{6}}{\frac{13}{49}} = \frac{49\sqrt{3}}{78}$

단답형

29. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 C에 대하여 점 B에서 선분 OC에 내린 수선의 발을 D라 하고, 두 선분 BD, CD와 호 BC에 동시에 접하는 원을 C라 하자. 점 O에서 원 C에 그은 접선 중 점 C를 지나지 않는 직선이 호 AB와 만나는 점을 E라 할 때, $\cos(\angle\mathrm{COE})=\frac{7}{25}$이다.

$\sin(\angle\mathrm{AOE})=p+q\sqrt{7}$일 때, $200\times(p+q)$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이고, 점 C는 점 B가 아니다.) [4점] 79

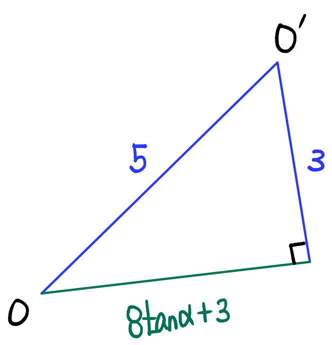


$\cos\theta = 2\cos^2\frac{\theta}{2}-1=\frac{7}{25}$

$\Rightarrow \cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{16}{25} \Rightarrow \cos\frac{\theta}{2}=\frac{4}{5},\ \sin\frac{\theta}{2}=\frac{3}{5}$

$(8-r)\sin\theta = r \Rightarrow (8-r)\times\frac{3}{5}=r$

$\Rightarrow r=3$



$8\sin\alpha+3=4$

$\sin\alpha=\frac{1}{8}\quad \cos\alpha=\frac{3\sqrt{7}}{8}$

$\cos\theta=\frac{7}{25}\quad \sin\theta=\frac{24}{25}$

$\sin(\theta+\alpha)=\sin\theta\cos\alpha+\cos\theta\sin\alpha$

$=\frac{72\sqrt{7}}{200}+\frac{7}{200}$

$200\sin(\theta+\alpha)=7+72\sqrt{7}$

$p+q=79$

30. $x\geq 0$에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=\begin{cases} 2^x-1 & (0\leq x\leq 1) \\ 4\times\left(\frac{1}{2}\right)^x-1 & (1<x\leq 2) \end{cases}$ $2^{2-x}-1$ $x=1$ 선대칭

(나) 모든 양의 실수 x에 대하여 $f(x+2)=-\frac{1}{2}f(x)$이다.

$x>0$에서 정의된 함수 $g(x)$를

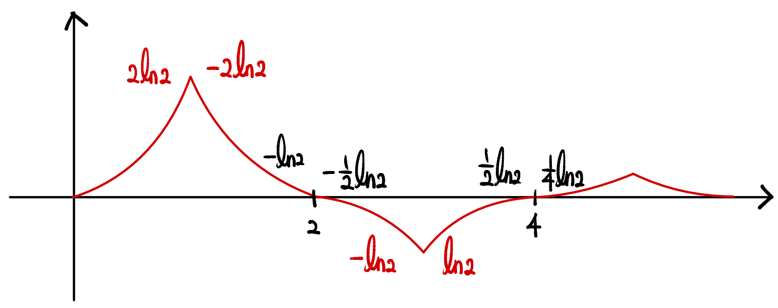
$$g(x)=\lim_{h\to 0+}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{h} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}+\frac{f(x-h)-f(x)}{-h}$$

라 할 때, $= f'(x+0)+f'(x-0)$

$$\lim_{t\to 0+}\{g(n+t)-g(n-t)\}+2g(n)=\frac{\ln 2}{2^{24}}$$

를 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

$g(n+0)-g(n-0)+2g(n)=h(n)$ 107



i) n홀 $h(1)=g(1+0)-g(1-0)+2g(1)=-8\ln 2$

$h(3)=-\frac{1}{2}h(1)=4\ln 2$

$h(5)=-\frac{1}{2}h(3)=-2\ln 2$

$h(2k-1)=-8\ln 2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1}=\frac{\ln 2}{2^{24}} \Rightarrow k=28$

$k=28 \Rightarrow 2k-1=55 \quad n_1=55$

ii) n짝 $h(2)=g(2+0)-g(2-0)+2g(2)$

$=\left(-\frac{1}{2}\ln 2\times 2\right)-\left(-\ln 2\times 2\right)+2\times\left(-\frac{3}{2}\ln 2\right)=-2\ln 2$

$h(4)=g(4+0)-g(4-0)+2g(4)$

$=\left(\frac{1}{4}\ln 2\right)\times 2-\left(\frac{1}{2}\ln 2\right)\times 2+2\times\left(\frac{3}{4}\ln 2\right)=\ln 2$

$h(2k)=-2\ln 2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1}=\frac{\ln 2}{2^{24}} \Rightarrow k=26$

$2k=52 \Rightarrow n_2=52$

$n_1+n_2=55+52=107$

※ 확인 사항

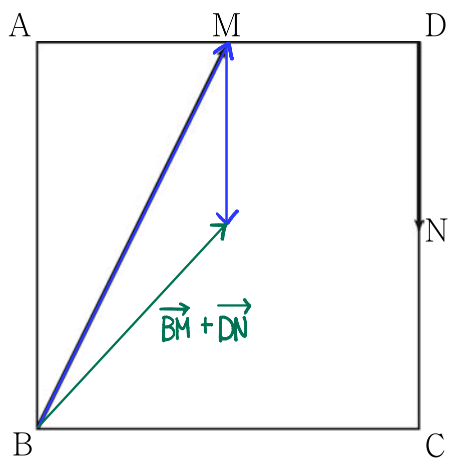
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에서 두 선분 AD, CD의 중점을 각각 M, N이라 할 때, $|\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{DN}|$의 값은? [2점]



① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

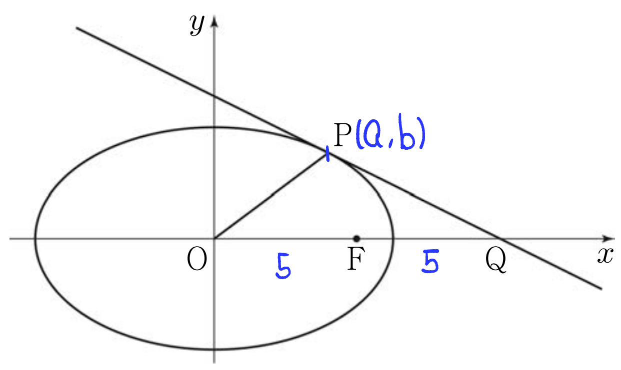
24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{8}=1$의 한 점근선의 방정식이 $y=\sqrt{2}x$일 때, 이 쌍곡선의 두 초점 사이의 거리는? (단, a는 양수이다.) [3점]

① $4\sqrt{2}$ ② 6 ③ $2\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{11}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

$\frac{2\sqrt{2}}{a}=\sqrt{2} \Rightarrow a=2$

$c=2\sqrt{3}$

25. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{15}=1$의 두 초점 중 x좌표가 양수인 점을 F라 하고, 타원 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{\mathrm{OF}}=\overline{\mathrm{FQ}}$일 때, 삼각형 POQ의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [3점]



① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$\frac{a^2}{40}+\frac{b^2}{15}=1 \Rightarrow 3a^2+8b^2=120$

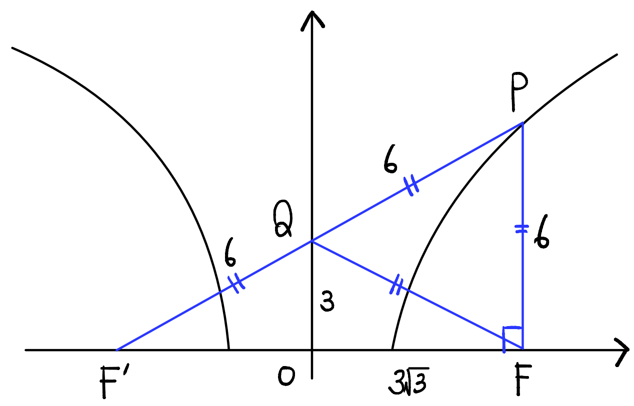
$\frac{a}{40}x+\frac{b}{15}y=1 \ni (10,0)$

$a=4 \quad b=3$

$S_{\triangle POQ}=\frac{1}{2}\times 10\times 3=15$

26. 두 초점이 $\mathrm{F}(3\sqrt{3},\,0)$, $\mathrm{F}'(-3\sqrt{3},\,0)$인 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 직선 PF′이 y축과 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 PQF가 정삼각형일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

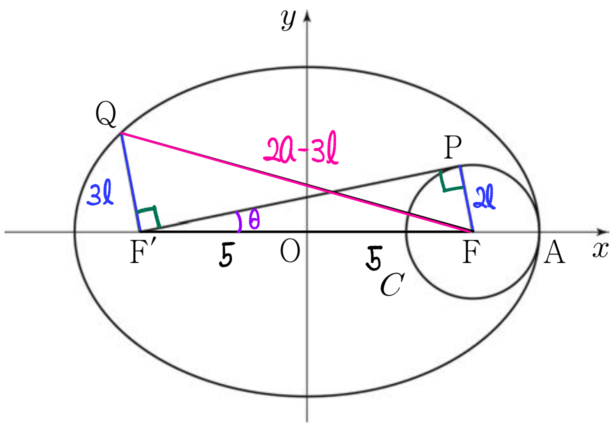


$2a=6$

27. 그림과 같이 두 점 F(5, 0), F′(−5, 0)을 초점으로 하는 타원이 x축과 만나는 점 중 x좌표가 양수인 점을 A라 하자. 점 F를 중심으로 하고 점 A를 지나는 원을 C라 할 때, 원 C 위의 점 중 y좌표가 양수인 점 P와 타원 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 Q가 다음 조건을 만족시킨다.

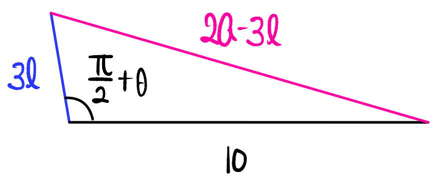
> (가) 직선 PF′은 원 C에 접한다.
> (나) 두 직선 PF′, QF′은 서로 수직이다.

$\overline{\mathrm{QF'}}=\frac{3}{2}\overline{\mathrm{PF}}$일 때, 이 타원의 장축의 길이는? (단, $\overline{\mathrm{AF}}<\overline{\mathrm{FF'}}$) [3점]



① $\frac{25}{2}$ ② 13 ③ $\frac{27}{2}$ ④ 14 ⑤ $\frac{29}{2}$

$2l=a-5$ $\sin\theta=\frac{l}{5}$ $2a=4l+10$



$(2a-3l)^2=9l^2+100-2\times3l\times10\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$

$(l+10)^2=l^2+20l+100=9l^2+100+60\sin\theta$

$\Rightarrow 60\sin\theta=20l-8l^2$

$\Rightarrow 12l=20l-8l^2$

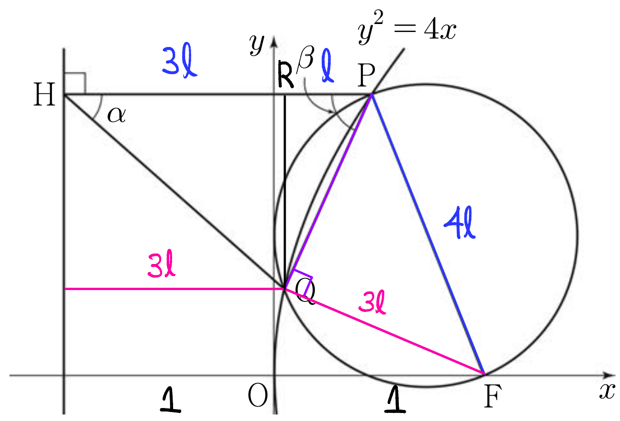
$\Rightarrow l=1$ $a=7$ $2a=14$

28. 초점이 F인 포물선 $C: y^2=4x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P가 있다. 선분 PF를 지름으로 하는 원을 O라 할 때, 원 O는 포물선 C와 서로 다른 두 점에서 만난다. 원 O가 포물선 C와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q, 점 P에서 포물선 C의 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\angle\mathrm{QHP}=\alpha$, $\angle\mathrm{HPQ}=\beta$라 할 때, $\frac{\tan\beta}{\tan\alpha}=3$이다.

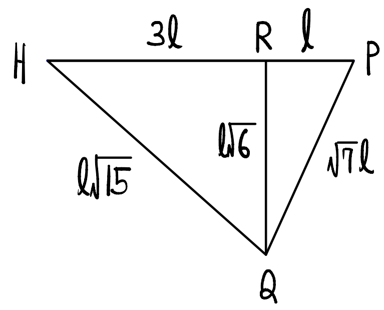
$\frac{\overline{\mathrm{QH}}}{\overline{\mathrm{PQ}}}$의 값은? [4점]

① $\frac{4\sqrt{6}}{7}$ ② $\frac{3\sqrt{11}}{7}$ ③ $\frac{\sqrt{102}}{7}$
④ $\frac{\sqrt{105}}{7}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{7}$



$\tan\beta=3\tan\alpha \Rightarrow \overline{\mathrm{PR}}:\overline{\mathrm{RH}}=1:3$

$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{16l^2-9l^2}=l\sqrt{7}$

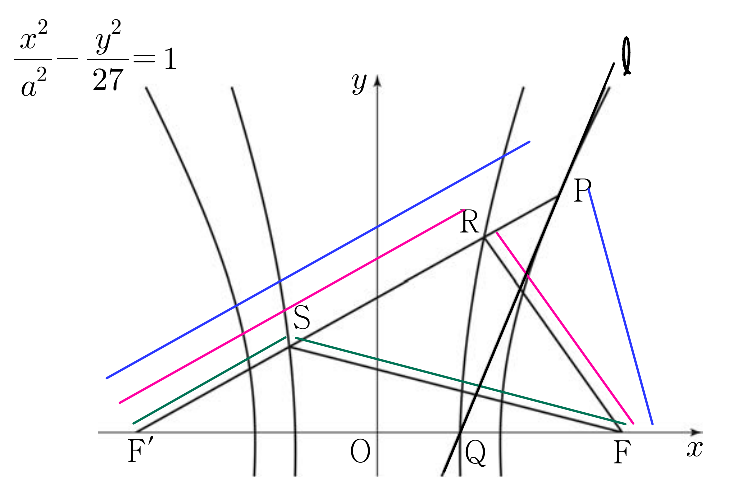


$\frac{\overline{\mathrm{QH}}}{\overline{\mathrm{PQ}}}=\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{105}}{7}$

단답형

29. 그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(c,\,0)$, $\mathrm{F}'(-c,\,0)\,(c>0)$인 쌍곡선 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{27}=1$ 위의 점 $\mathrm{P}\left(\dfrac{9}{2},\,k\right)(k>0)$에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q라 하자. 두 점 F, F′을 초점으로 하고 점 Q를 한 꼭짓점으로 하는 쌍곡선이 선분 PF′과 만나는 두 점을 R, S라 하자. $\overline{\mathrm{RS}}+\overline{\mathrm{SF}}=\overline{\mathrm{RF}}+8$일 때, $4\times\left(a^2+k^2\right)$의 값을 구하시오. (단, a는 양수이고, 점 R의 x좌표는 점 S의 x좌표보다 크다.) [4점]

171



$l : \frac{9}{2a^2}x-\frac{k}{27}y=1$ $y=0 \Rightarrow x=\frac{2}{9}a^2=Q_x$

$PF'-PF=2a$

$RF'-RF=\frac{4}{9}a^2$

$SF-SF'=\frac{4}{9}a^2$ $\Big\}$ $+$ $\underbrace{RF'-SF'}_{RS}+SF-RF=\frac{8}{9}a^2$

$\Downarrow$

$RS+SF=RF+\frac{8}{9}a^2$

$=RF+8$

$\Rightarrow \frac{8}{9}a^2=8 \Rightarrow a=3$

$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{27}=1 \ni \left(\frac{9}{2},k\right) \Rightarrow k^2=\frac{135}{4}$

$4(a^2+k^2)=36+135=171$

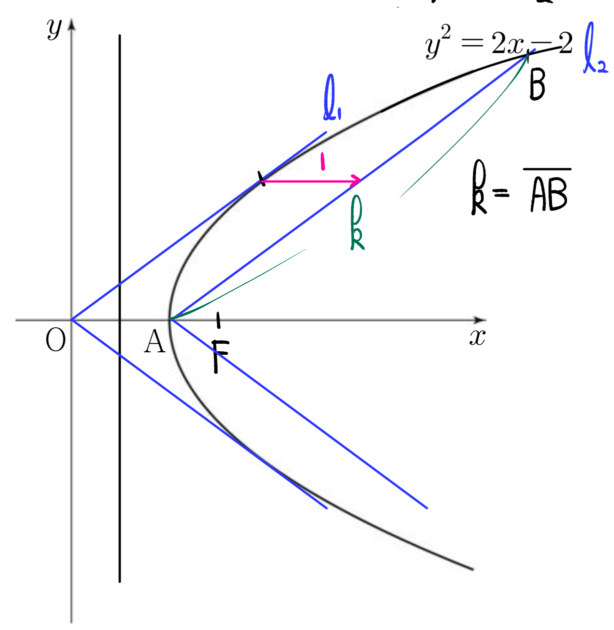
30. 좌표평면에서 포물선 $y^2=2x-2$의 꼭짓점을 A라 하자. 이 포물선 위를 움직이는 점 P와 양의 실수 k에 대하여

$$\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{k}{|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|}\overrightarrow{\mathrm{OP}}$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형을 C라 하자. 도형 C가 포물선 $y^2=2x-2$와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k의 최솟값을 m이라 할 때, m^2의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

24

$y^2=4\times\frac{1}{2}(x-1)$



$l_1 : y=m(x-1)+\frac{1}{2m} \ni (0,0)$

$m=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$l_1 : y=\frac{\sqrt{2}}{2}x$ $l_2 : y=\frac{\sqrt{2}}{2}(x-1)$

$\left.\begin{array}{l} y=\frac{\sqrt{2}}{2}x-\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y^2=2x-2 \end{array}\right\}$ $B(5,2\sqrt{2})$ $A(1,0)$

$k_m=\overline{AB}=2\sqrt{6}=m$

$m^2=24$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.