



ver. 2024

돌아가지 말고 직진으로 | 킬러, 준킬러의 유형은 정해져 있다

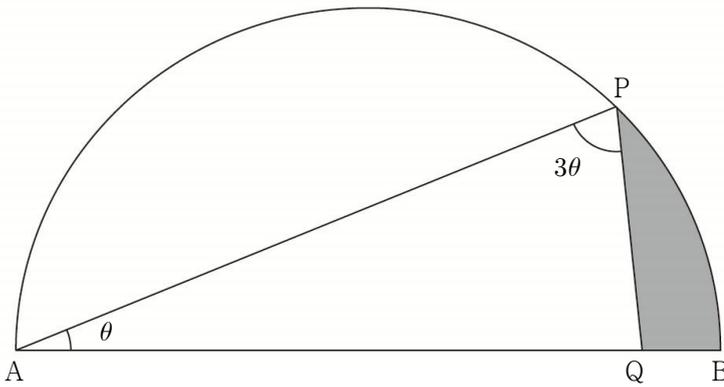
3. 삼도극 직관(2)

2. 차수의 인지

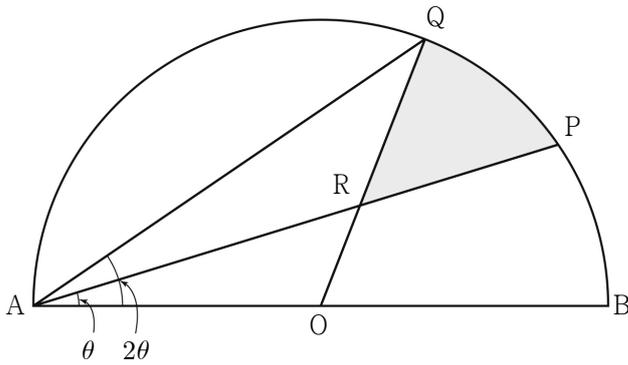
31. 그림과 같이 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의호 AB 위에

$\angle PAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)인 점 P가 있다. $\angle APQ = 3\theta$ 가 되도록 선분 AB 위의 점 Q를 잡을 때, 두 선분 PQ, QB와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점] 2015 7월 연합평가 - 29B

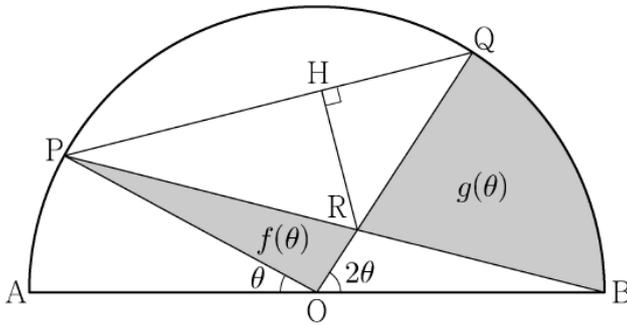


32. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QAB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OQ와 선분 AP가 만나는 점을 R라 하자. 호 PQ와 두 선분 QR, RP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)
- [4점] 2018 4월 연합평가 - 20(가)



- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

33. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB 의 중점을 O 라 할 때, 호 AB 위에 두 점 P, Q 를 $\angle POA = \theta$, $\angle QOB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 PB, OQ 의 교점을 R 라 하고, 점 R 에서 선분 PQ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 삼각형 POR 의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 RQ, RB 와 호 QB 로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{RH} = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2021' 9월 평가원 - 28(가)

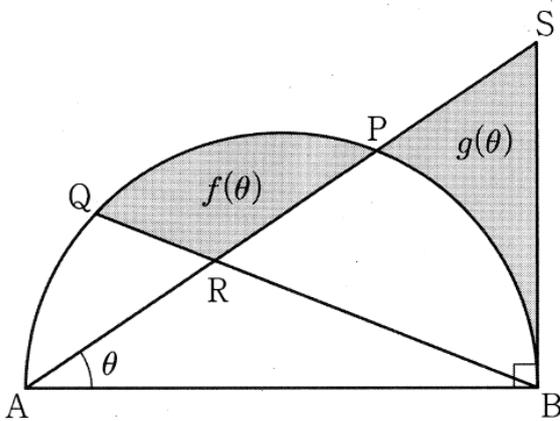


34. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다.

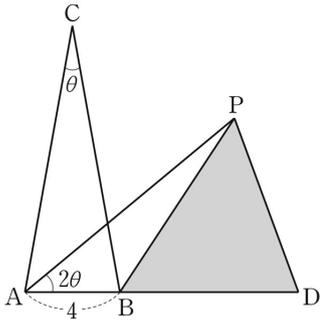
호 AP 위에 점 Q를 호 PB와 호 PQ의 길이가 같도록 잡을 때, 두 선분 AP, BQ가
 만나는 점을 R라 하고 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는
 점을 S라 하자. $\angle BAP = \theta$ 라 할 때, 두 선분 PR, QR와 호 PQ로 둘러싸인 부분의
 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 PS, BS와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점] 2022 7월 연합평가 - 29

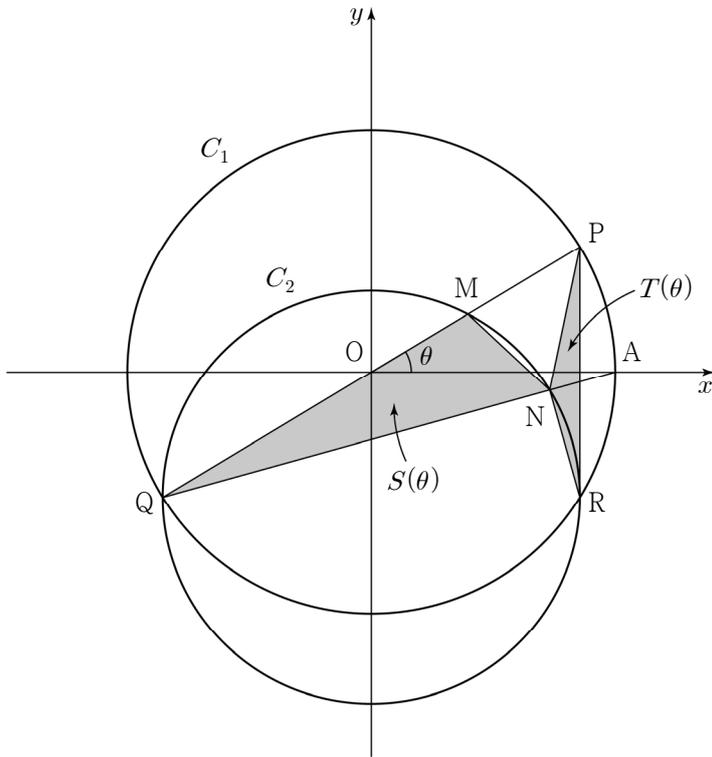


35. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 한 변으로 하고, $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACB = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D를 잡고, $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이고 $\angle PAB = 2\theta$ 인 점 P를 잡는다. 삼각형 BDP의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} (\theta \times S(\theta))$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점] 2014' 수능 - 28B



36. 그림과 같이 좌표평면 위에 중심이 $O(0, 0)$ 이고 점 $A(1, 0)$ 을 지나는 원 C_1 위의 제1사분면 위의 점을 P 라 하자. 점 P 를 원점에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q , x 축에 대하여 대칭이동시킨 점을 R 라 하자. 선분 QR 를 지름으로 하는 원 C_2 와 두 선분 PQ , AQ 와의 교점을 각각 M , N 이라 하자. $\angle POA = \theta$ 라 할 때, 두 삼각형 MQN , PNR 의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times S(\theta)}{T(\theta)}$ 의 값은?

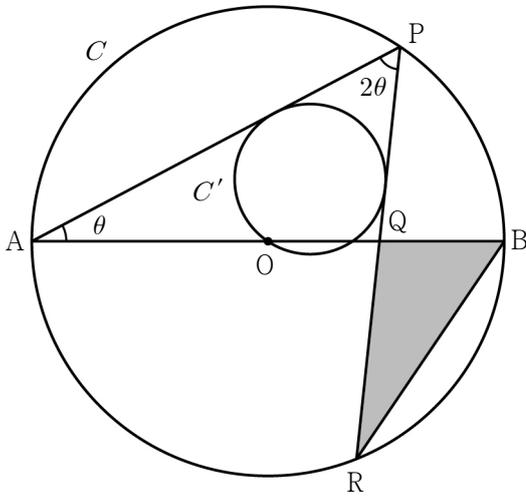
[4점] 2018 7월 연합평가 - 21(가)



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

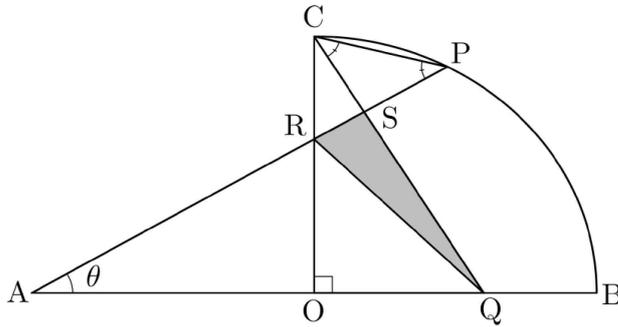
37. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 원 C가 있다. 원 C 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, 선분 AB 위에 $\angle APQ = 2\theta$ 를 만족시키는 점을 Q라 하자. 직선 PQ가 원 C와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 R라 할 때, 중심이 삼각형 AQP의 내부에 있고 두 선분 PA, PR에 동시에 접하는 원을 C' 이라 하자. 원 C' 이 점 O를 지날 때, 원 C' 의 반지름의 길이를 $r(\theta)$, 삼각형 BQR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{r(\theta)} = a$ 일 때, $45a$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점] 2020 7월 연합평가 - 29(가)



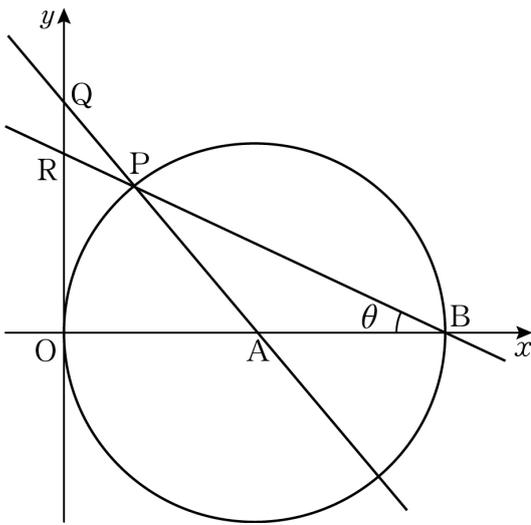
HUN-T Project

38. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OB를 반지름으로 하는 사분원 OBC가 있다. 호 BC위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 OB 위의 점 Q가 $\angle APC = \angle PCQ$ 를 만족시킨다. 선분 AP가 두 선분 CO, CQ와 만나는 점을 각각 R, S라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 RQS의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점] 2022' 사관학교 - 28

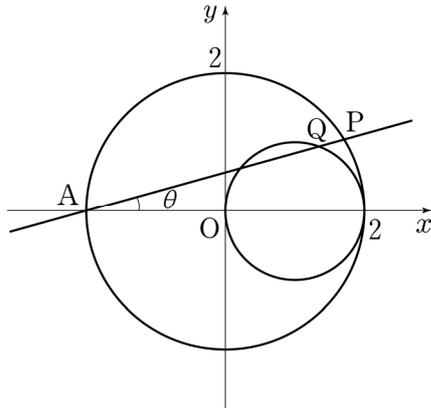


- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

39. 그림과 같이 중심이 $A(3, 0)$ 이고 점 $B(6, 0)$ 을 지나는 원이 있다. 이 원 위의 점 P 를 지나는 두 직선 AP , BP 가 y 축과 만나는 점을 각각 Q , R 라 하자. $\angle PBA = \theta$ 라 하고, 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

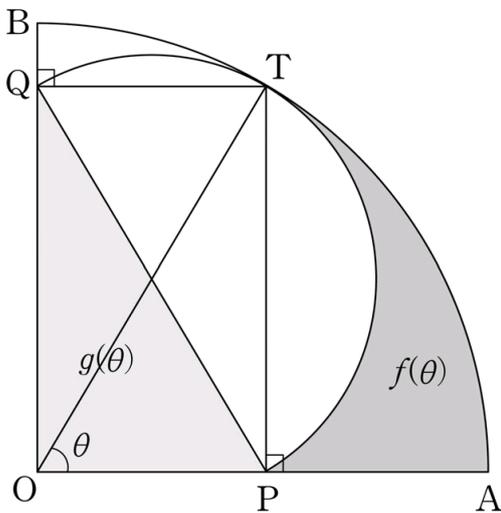


40. 그림과 같이 점 $A(-2, 0)$ 과 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 P 에 대하여 직선 AP 가 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 과 두 점에서 만날 때 두 점 중에서 점 P 에 가까운 점을 Q 라 하자.
 $\angle OAP = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{PQ}}{\theta^2}$ 의 값은? [4점] 2013' 9월 평가원 - 20



- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

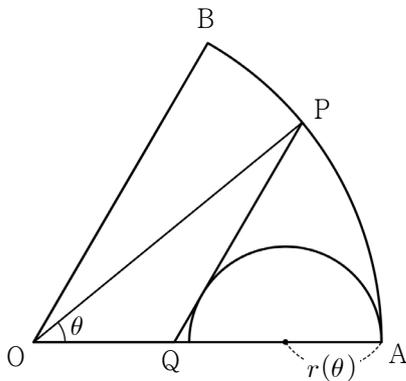
41. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 점 T 에서 선분 OA 와 선분 OB 에 내린 수선의 발을 각각 P , Q 라 하고 $\angle TOP = \theta$ 라 하자. 점 P 와 점 Q 를 지름의 양끝으로 하고 점 T 를 지나는 반원을 C 라 할 때, 반원 C 의 호 TP , 선분 PA , 부채꼴 OAT 의 호 AT 로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 OPQ 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta + f(\theta)}{g(\theta)} = a$ 일 때, $100a$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점] 2011' 9월 평가원 - 30



42. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P를 지나고 선분 OB와 평행한 직선이 선분 OA와 만나는 점을 Q라 하고 $\angle AOP = \theta$ 라 하자. 점 A를 지름의 한 끝점으로 하고 지름이 선분 AQ 위에 있으며 선분 PQ에 접하는 반원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta} = a + b\sqrt{3}$ 이다.

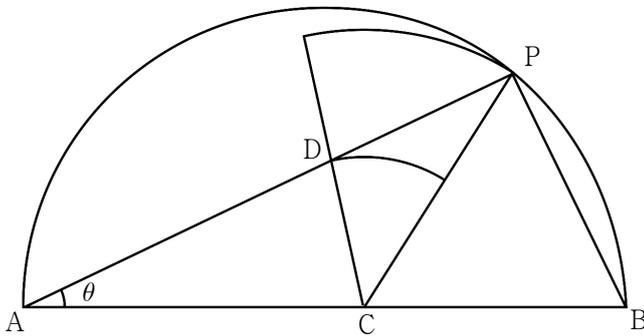
$a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이고, a, b 는 유리수이다.)

[4점] 2017' 사관학교 - 29(가)



43. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{BP} = \overline{BC}$ 가 되도록 선분 AB 위의 점 C를 잡고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 가 되도록 선분 AP 위의 점 D를 잡는다. $\angle PAB = \theta$ 에 대하여 선분 CD를 반지름으로 하고 중심각의 크기가 $\angle PCD$ 인 부채꼴의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 CP를 반지름으로 하고 중심각의 크기가 $\angle PCD$ 인 부채꼴의 넓이를 $T(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{T(\theta) - S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은?

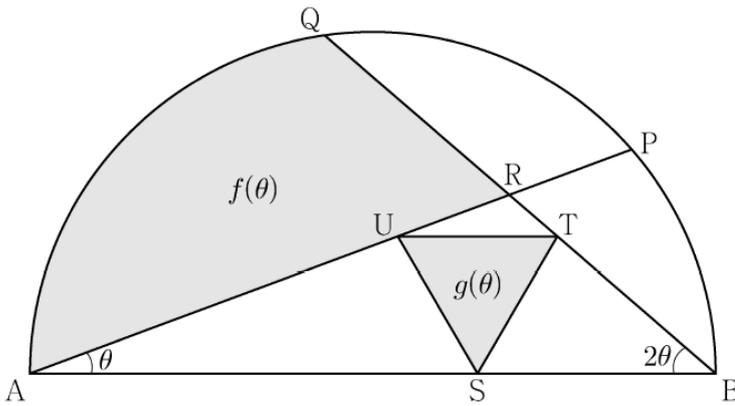
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고 $\angle PCD$ 는 예각이다.) [4점] 2017 4월 연합평가 - 21(가)



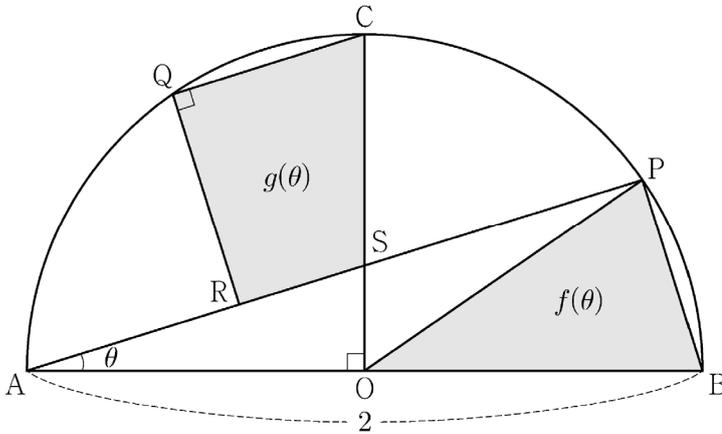
- ① $\frac{\pi}{16}$ ② $\frac{\pi}{8}$ ③ $\frac{3}{16}\pi$ ④ $\frac{\pi}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}\pi$

HUN-T Project

44. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QBA = 2\theta$ 가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R라 하자. 선분 AB 위의 점 S, 선분 BR 위의 점 T, 선분 AR 위의 점 U를 선분 UT가 선분 AB에 평행하고 삼각형 STU가 정삼각형이 되도록 잡는다. 두 선분 AR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STU의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,
 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta \times f(\theta)} = \frac{q}{p} \sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2022' 수능 - 29



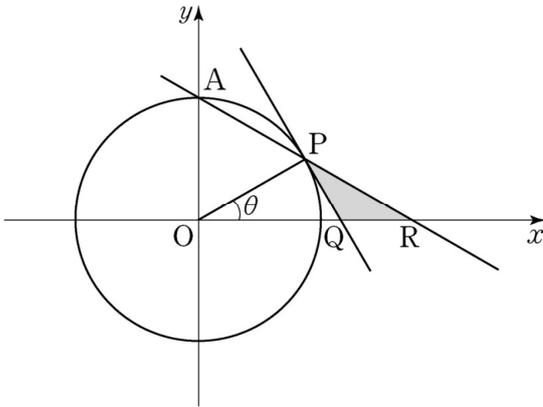
45. 그림과 같이 중심이 O 이고 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 $\angle AOC = \frac{\pi}{2}$ 인 점 C 가 있다. 호 BC 위에 점 P 와 호 CA 위에 점 Q 를 $\overline{PB} = \overline{QC}$ 가 되도록 잡고, 선분 AP 위에 점 R 를 $\angle CQR = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡는다. 선분 AP 와 선분 CO 의 교점을 S 라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 POB 의 넓이를 $f(\theta)$, 사각형 $CQRS$ 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{3f(\theta) - 2g(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)
- [4점] 2023' 수능 - 28



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 거시적 관점

46. 좌표평면에서 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q , 점 $A(0, 1)$ 과 점 P 를 지나는 직선이 x 축과 만나는 점을 R 라 하자. $\angle QOP = \theta$ 라 하고 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\theta)$ 라고 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \alpha$ 일 때, 100α 의 값을 구하시오. (단, 점 P 는 제1사분면 위의 점이다.)
 [4점] 2011' 6월 평가원 - 30

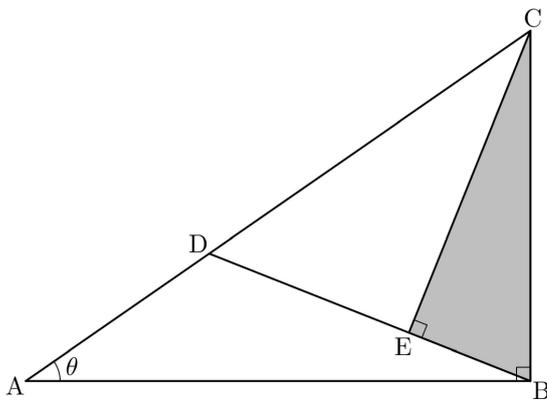


47. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$ 이고 $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle CAB=\theta$ 라 하자.

선분 AC를 4:7로 내분하는 점을 D라 하고 점 C에서 선분 BD에 내린 수선의 발을 E라 할 때, 삼각형 CEB의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을

구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점] 2020' 사관학교 - 28(가)

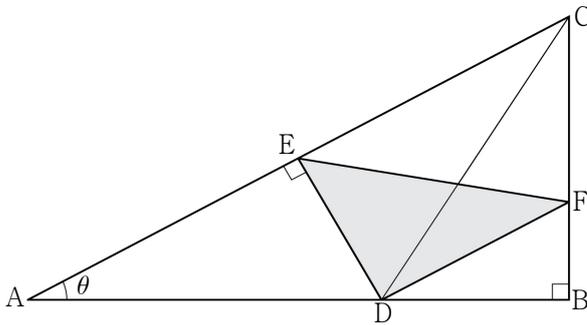


HUN-T Project

48. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 선분 AB 위에 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 가

되도록 점 D를 잡는다. 점 D에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 E, 점 D를 지나고 직선 AC에 평행한 직선이 선분 BC와 만나는 점을 F라 하자. $\angle BAC = \theta$ 일 때, 삼각형 DEF의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

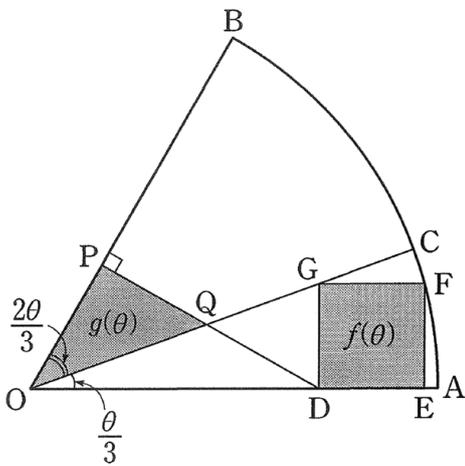
[4점] 2019 4월 연합평가 - 19(가)



- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{3}{32}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{5}{32}$

49. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 θ 인 부채꼴 OAB 에서 호 AB 의 삼등분점 중 점 A 에 가까운 점을 C 라 하자. 변 DE 가 선분 OA 위에 있고, 꼭지점 G, F 가 각각 선분 OC , 호 AC 위에 있는 정사각형 $DEFG$ 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. 점 D 에서 선분 OB 에 내린 수선의 발을 P , 선분 DP 와 선분 OC 가 만나는 점을 Q 라 할 때, 삼각형 OQP 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)} = k$ 일 때, $60k$ 의 값을 구하시오.

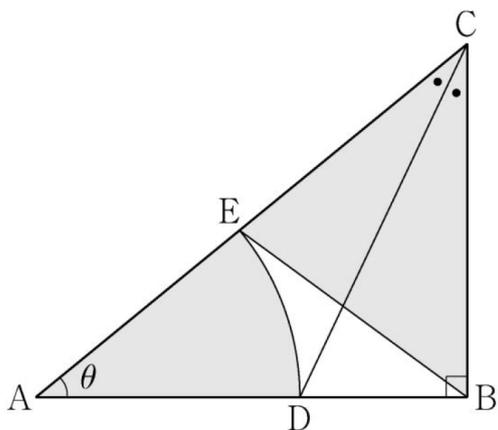
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고, $\overline{OD} < \overline{OE}$ 이다.) [4점] 2018' 6월 평가원 - 28(가)



50. 그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle C$ 를 이등분하는 직선과 선분

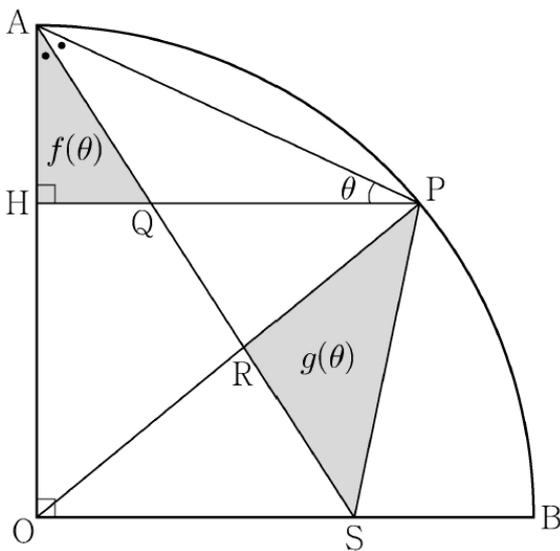
AB의 교점을 D, 중심이 A이고 반지름의 길이가 \overline{AD} 인 원과 선분 AC의 교점을 E라 하자. $\angle A = \theta$ 일 때, 부채꼴 ADE의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 BCE의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)}$ 의 값은? [4점] 2019' 수능 - 18(가)

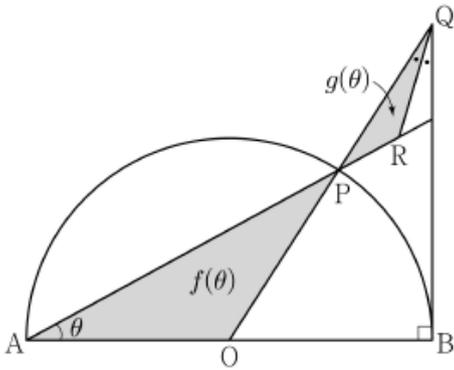


- Ⓐ $\frac{1}{4}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{3}{4}$ Ⓓ 1 Ⓔ $\frac{5}{4}$

51. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 점 P 에서 선분 OA 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\angle OAP$ 를 이등분하는 직선과 세 선분 HP , OP , OB 의 교점을 각각 Q , R , S 라 하자. $\angle APH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$ 일 때, $100k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점] 2023' 6월 평가원 - 29



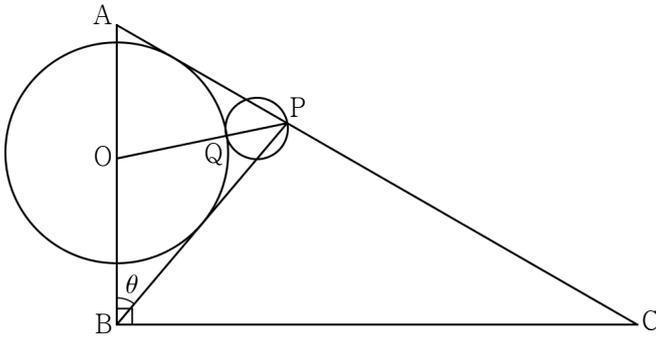
52. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하고, $\angle OQB$ 의 이등분선이 직선 AP와 만나는 점을 R라 하자. $\angle OAP = \theta$ 일 때, 삼각형 OAP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.
- $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점] 2022' 6월 평가원 - 28



- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

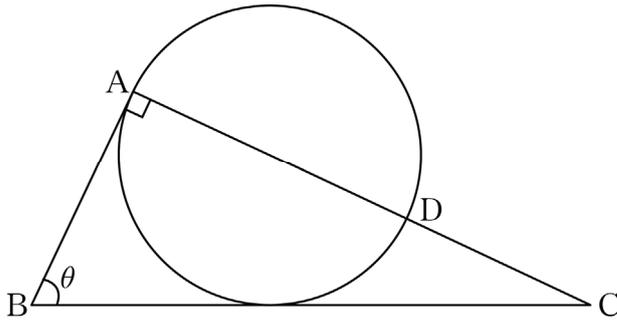
53. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=2\sqrt{3}$, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 CA 위의 점 P에 대하여 $\angle ABP = \theta$ 라 할 때, 선분 AB 위의 점 O를 중심으로 하고 두 선분 AP, BP에 동시에 접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. 이 원과 선분 PO가 만나는 점을 Q라 할 때, 선분 PQ를 지름으로 하는 원의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? [4점] 2018' 사관학교 - 20(가)



- ① $\frac{17-5\sqrt{3}}{3}\pi$ ② $\frac{18-5\sqrt{3}}{3}\pi$ ③ $\frac{19-5\sqrt{3}}{3}\pi$
 ④ $\frac{18-4\sqrt{3}}{3}\pi$ ⑤ $\frac{19-4\sqrt{3}}{3}\pi$

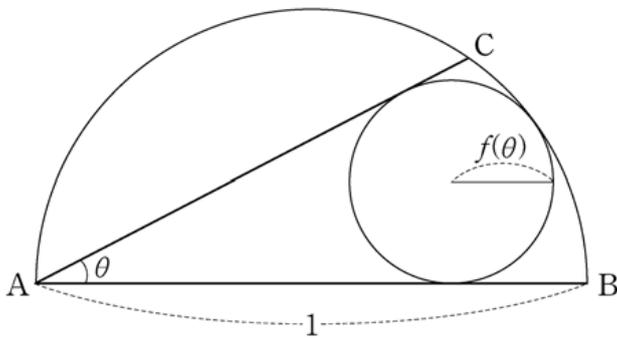
54. 그림과 같이 $\overline{BC}=1$, $\angle A = \frac{\pi}{2}$, $\angle B = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D에 대하여 선분 AD를 지름으로 하는 원이 선분 BC와 접할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{CD}}{\theta^3} = k$ 라 하자. $100k$ 의 값을 구하시오. [4점] 2016 10월 연합평가 - 28(가)



55. 그림과 같이 길이가 1 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 점 C 를 잡고 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 BC 와 두 선분 AB, AC 에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\tan \frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$$

이다. 100α 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점] 2016' 6월 평가원 - 29B



3. 삼도극 마스터 직관적 해석(2)

31) 18

32) ⑤

33) 23

34) 4

35) 16

36) ②

37) 120

38) ④

39) 18

40) ④

41) 50

42) 5

43) ②

44) 11

45) ②

46) 50

47) 9

48) ④

49) 20

50) ②

51) 50

52) ①

53) ⑤

54) 25

55) 25

