제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\sqrt[3]{8} \times \dfrac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 함수 $f(x)=2x^3-x^2+6$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_5=4,\ a_7=4a_6-16$$

을 만족시킬 때, a_8의 값은? [3점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

4. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)\,dt = x^3-ax+1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

5. $\cos(\pi+\theta)=\frac{1}{3}$ 이고 $\sin(\pi+\theta)>0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

① $-2\sqrt{2}$　　② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$　　③ 1
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　⑤ $2\sqrt{2}$

6. 함수

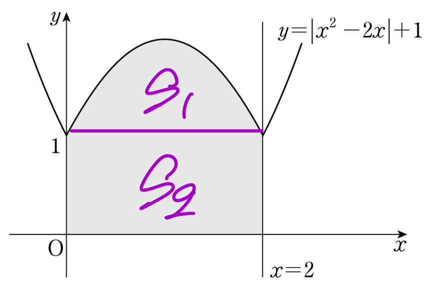
$$f(x)=\begin{cases} x^2-ax+1 & (x<2) \\ -x+1 & (x\ge 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

7. 함수 $y=|x^2-2x|+1$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{8}{3}$　　② 3　　③ $\frac{10}{3}$　　④ $\frac{11}{3}$　　⑤ 4



Note1.
넓이는 구하기 편한 영역의 넓이의 합·차 이용가능

$S_1 = \frac{1\cdot(2-0)^3}{6}$, $S_2 = 2$

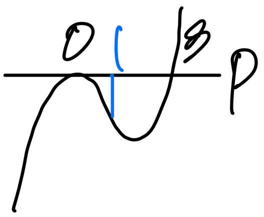
Note2.
이차, 직선 영역 넓이
⇒ 넓이공식 이용

8. 두 점 A$(m, m+3)$, B$(m+3, m-3)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 곡선 $y=\log_4(x+8)+m-3$ 위에 있을 때, 상수 m의 값은? [3점]

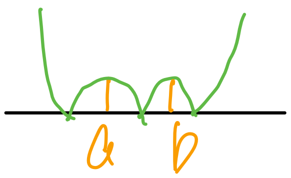
① 4　② $\frac{9}{2}$　③ 5　④ $\frac{11}{2}$　⑤ 6

9. 함수 $f(x)=|x^3-3x^2+p|$는 $x=a$와 $x=b$에서 극대이다. $f(a)=f(b)$일 때, 실수 p의 값은? (단, a, b는 $a \neq b$인 상수이다.) [4점]

① $\frac{3}{2}$　② 2　③ $\frac{5}{2}$　④ 3　⑤ $\frac{7}{2}$



Note1.
3차, 접선 교점
⇒ 비율관계



⇒ $f(1)=0$;
$p-2=0$

10. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10}의 값은? [4점]

(가) $|a_4|+|a_6|=8$

(나) $\sum_{k=1}^{9} a_k = 27$

① 21　② 23　③ 25　④ 27　⑤ 29

Note1.
등차 등비 일반항 구하기
⇒ 관계식 2개 구하기

$\frac{9(a_1+a_9)}{2}=27$; $a_1+a_9=6$

$a_4+a_6=8$; $d=4$

Note2. 　∵ $a_1+a_9 \neq a_4+a_6$

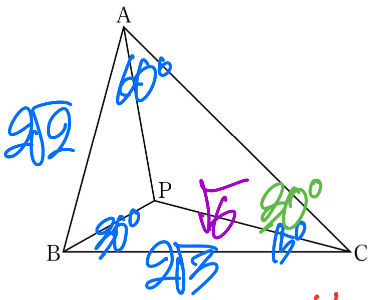
등차: $p+q=s+t \Rightarrow a_p+a_q=a_s+a_t$

$2a_1+8d=6$;

$2a_1=-26$; $a_1=-13$

$a_{10}=-13+36=23$

11. 그림과 같이 $\angle BAC = 60°$, $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 $\angle PBC = 30°$, $\angle PCB = 15°$일 때, 삼각형 APC의 넓이는? [4점]



① $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$　② $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$　③ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$　⑤ $2+\sqrt{3}$

Note1.
두 변 + 한 각 ⇒ cos법칙
Note2.
두 각 + 한 변 ⇒ sin법칙

$12 = x^2 + 8 - 2\cdot 2\sqrt{2}\cdot x \cdot \frac{1}{2}$;

$x^2 - 2\sqrt{2}x - 4 = 0$; $AC = \sqrt{2}+\sqrt{6}$

$\frac{2\sqrt{2}}{\sin C} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$; $\sin C = \frac{\sqrt{2}}{2}$

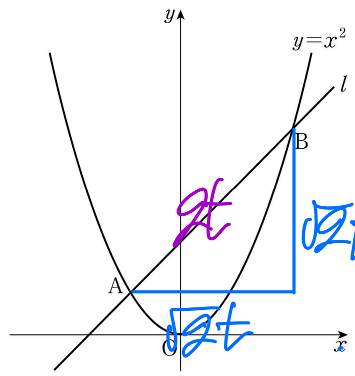
$\frac{2\sqrt{3}}{\sin 135} = \frac{PC}{\sin 30}$; $PC = \sqrt{6}$

$X = \frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times(\sqrt{2}+\sqrt{6})\times\frac{1}{2}$

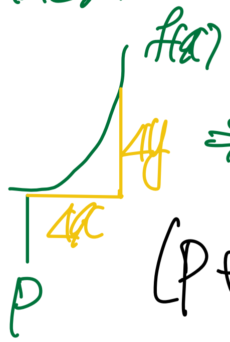
$= \frac{\sqrt{3}+3}{2}$

12. 곡선 $y=x^2$과 기울기가 1인 직선 l이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 양의 실수 t에 대하여 선분 AB의 길이가 $2t$가 되도록 하는 직선 l의 y절편을 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{g(t)}{t^2}$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{16}$　② $\frac{1}{8}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 1



Note1.
직선의 기울기, 두 점 거리 ⇒ Δx, Δy 구하기
Note2.



⇒ $f(p+\Delta x) = f(p) + \Delta y$

$(p+\sqrt{2}t)^2 = p^2 + \sqrt{2}t$;

$2\sqrt{2}pt + 2t^2 = \sqrt{2}t$;

$p = -\frac{t}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}$

$g(t) = \left(-\frac{t}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{t}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}$

$\approx \frac{t^2}{2}$

단순계산

13. 두 함수

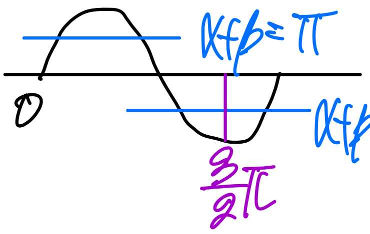
$$f(x)=x^2+ax+b,\ g(x)=\sin x$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?
(단, a, b는 상수이고, $0 \le a \le 2$이다.) [4점]

> (가) $\{g(a\pi)\}^2=1$
>
> (나) $0 \le x \le 2\pi$일 때, 방정식 $f(g(x))=0$의 모든 해의 합은 $\frac{5}{2}\pi$이다.

$a=\frac{3}{2}$

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

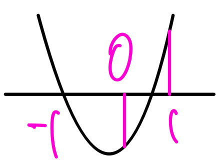


$\frac{5}{2}\pi = \pi + \frac{3}{2}\pi \Rightarrow f(-1)=0$

$\Rightarrow 0 < x_1 < 1,\ x_2=-1$

Note1.
미지수 구하기 ⇒ 미지수 개수 = 식 개수

$1-a+b=0 \quad a=\frac{1}{2}, \frac{3}{2}$



Note2.
이차방정식 실근 개수 & 구간
⇒ 근의 분리

$b<0,\ 1+a+b>0$

$a=\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}$

$b=-\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}$

$f(2)=4+1-\frac{1}{2}$

$=\frac{9}{2}$

✗

Note3.
조건 만족시키는 경우 2가지 이상
⇒ 귀류법(부등식, 자연수 조건)

14. 세 양수 a, b, k에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} ax & (x<k) \\ -x^2+4bx-3b^2 & (x \ge k) \end{cases}$$

$-(x-3b)(x-b)$

라 하자. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

> < 보 기 >
>
> ㄱ. $a=1$이면 $f'(k)=1$이다.
>
> ㄴ. $k=3$이면 $a=-6+4\sqrt{3}$이다.
>
> ㄷ. $f(k)=f'(k)$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄴ.

$3a=-9+12b-3b^2 \cdots (*)$

$a=-6+4b \cdots (**)$

$-18+12b=-9+12b-3b^2$

$3b^2=9\ ;\ b=\sqrt{3}$

ㄷ.

$ak=-k^2+4bk-3b^2 \cdots (*)$ $\quad a=-1+4b-3b^2$

$a=-2k+4b \cdots (**)$ $\quad a=4b-2$

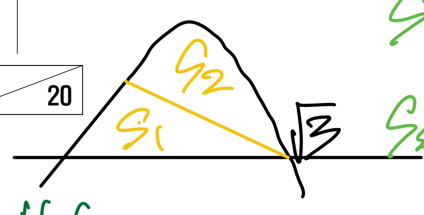
$ak=a \cdots (***)\ ;\ k=1$

Note1.
미지수 구하기 ⇒ 미지수 개수 = 식 개수

$3b^2=1\ ;\ b=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$S_1=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\left(\frac{4}{\sqrt{3}}-2\right)$

$S_2=\frac{(\sqrt{3}-1)^3}{6}$



Note2.

2차, 직선 영역 넓이

$\Rightarrow \dfrac{|a|(\beta-\alpha)^3}{6}$ a: 최고차 계수

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}+a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}(a_{n+1}+a_n) & (a_{n+1}+a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1=1$일 때, $a_6=34$가 되도록 하는 모든 a_2의 값의 합은? [4점]

① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

Note1.
점화식 단순 계산인 경우
① a_n이 기준
② 중간항 주어진 경우
③ a_m 구하기에서 m이 작은 경우

Note2.
홀수가 홀수번 더해지면 홀수
짝수번 짝수

i) a_2 홀수 $a_2=2k-1$

$a_3=\frac{1}{2}\times 2k=k$

a_3 a_4 a_5 a_6

k — $3k-1$ $4k-1$ 34 $k=10$

— $\frac{1}{2}(2k-1)$ $\frac{5k-1}{2}$

$\frac{5k-1}{4}$ $\frac{11k-3}{4}=68$

$k=25$

ii) a_2 짝수 $a_2=2k$

홀수 짝수 홀수 홀수 홀수 홀수

34 ✗

단 답 형

16. $\log_2 96-\dfrac{1}{\log_6 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 직선 $y=4x+5$가 곡선 $y=2x^4-4x+k$에 접할 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

18. n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-5nx+4n^2=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자.

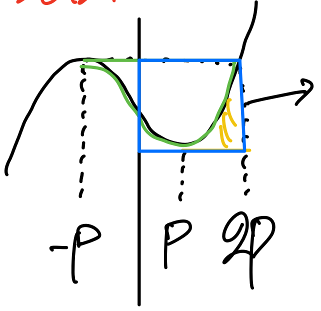
$\sum_{n=1}^{7}(1-\alpha_n)(1-\beta_n)$의 값을 구하시오. [3점]

19. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t\ge 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2-15t+k,\quad v_2(t)=-3t^2+9t$$

이다. 점 P와 점 Q가 출발한 후 한 번만 만날 때, 양수 k의 값을 구하시오. [3점]

sol2.



$\dfrac{8p^3}{2}$

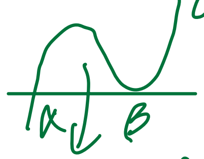
$\dfrac{81p^4}{12}=2p\times 4p^3-20$

$\dfrac{27}{4}p^4=8p^4-20\,;$

$\dfrac{5}{4}p^4=20\,;\ p=2$

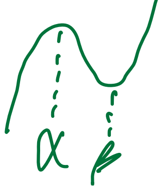
Note1.
대칭성 존재
⇒ 기하적 해석 시도

Note2.



$\dfrac{|a|(\beta-\alpha)^4}{12}$

Note3.



극대-극소 $=\dfrac{|a|(\beta-\alpha)^3}{2}$

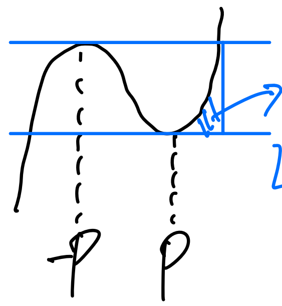
20. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=1$인 삼차함수 $f(x)$와 양의 실수 p에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g'(0)=0$
>
> (나) $g(x)=\begin{cases} f(x-p)-f(-p) & (x<0) \\ f(x+p)-f(p) & (x\ge 0)\end{cases}$

$\int_0^p g(x)\,dx=20$일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

$0=f'(-p)=f'(p)\Rightarrow f$는 $(0,1)$ 대칭

$f(x)=x^3-3p^2x+1$



$20=\int_p^{2p}(x-p)^2(x+2p)\,dx$

$=\int_0^p x^2(x+3p)\,dx$ ∵ 평행이동

$=\left.\dfrac{1}{4}x^4+px^3\right|_0^p$

$=\dfrac{5}{4}p^4\,;\ p^4=16\Rightarrow p=2$

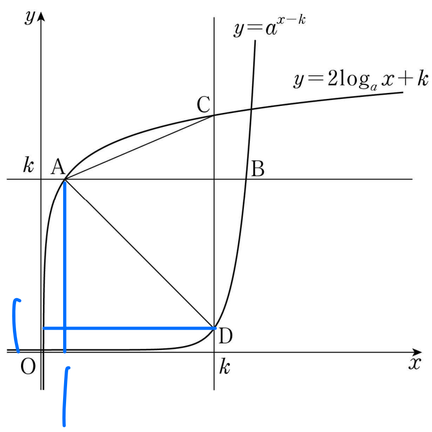
$f(5)=125-60+1$

$=66$

그냥 계산만 귀찮음

개념 방법에 따라 풀이 시간 다름

21. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, k에 대하여 직선 $y=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB}\times\overline{CD}=85$이고 삼각형 CAD의 넓이가 35일 때, $a+k$의 값을 구하시오. [4점]



$AB=\log_a k+k-1$, $CD=2\log_a k+k-1$

Note1.

D거리 구하기 ⇒ D거리 개수 = 식 개수

$(\log_a k+k-1)(2\log_a k+k-1)=85$ ⋯ (*)

$\frac{1}{2}(2\log_a k+k-1)(k-1)=35$ ⋯ (**)

$(A+B)(2A+B)=85$, $(2A+B)B=70$

$\frac{A+B}{B}=\frac{17}{14}$; $14A=3B$

$\Rightarrow \frac{10}{7}B\cdot B=70$; $B=7$, $A=\frac{3}{2}$

$k=8$, $a=4$

Note2.

동일한 게 반복되면 치환을 이용하는 것이 계산이 편하다.

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=|f(x)-t|$라 할 때, $\lim_{x\to k}\frac{g(x)-g(k)}{|x-k|}$의 값이 존재하는 서로 다른 실수 k의 개수를 $h(t)$라 하자.
함수 $h(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

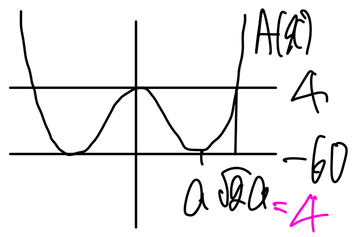
> (가) $\lim_{t\to 4+}h(t)=5$
>
> (나) 함수 $h(t)$는 $t=-60$과 $t=4$에서만 불연속이다.

$f(2)=4$이고 $f'(2)>0$일 때, $f(4)+h(4)$의 값을 구하시오. [4점]

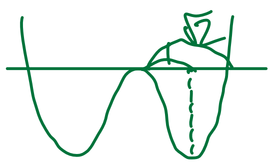
Note1.

$\lim_{a}\frac{|f(x)|}{x-a}$ 존재 ⇒ $f(x)=(x-a)^2P(x)$

극한 존재 순간: 변곡점 or 극점



Note3.



$A(x)=x^2(x^2-2a^2)+4$

$A(a)=-60$;

$a^2\cdot(-a^2)=-64$; $a^4=2^6$; $a=2\sqrt{2}$

$A(x)=x^2(x^2-16)+4$

$f(x-2)=A(x)$ ∵ $f(2)=A(4)$

$f(4)=A(6)=36\cdot 20+4=724$

$h(4)=5$

$X=729$

Note2.

직선과 곡선의 교점의 개수 ⇒ 직선이 접선 or 접선인 경우가 많다.

* 확인 사항
  - 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
  - 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. ${}_3\mathrm{P}_2 + {}_3\Pi_2$의 값은? [2점]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

24. 5명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

25. 문자 A, A, A, B, B, B, C, C가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드를 모두 일렬로 나열할 때, 양 끝 모두에 B가 적힌 카드가 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

26. 서로 다른 공 6개를 남김없이 세 주머니 A, B, C에 나누어 넣을 때, 주머니 A에 넣은 공의 개수가 3이 되도록 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 공을 넣지 않는 주머니가 있을 수 있다.) [3점]

① 120 ② 130 ③ 140 ④ 150 ⑤ 160

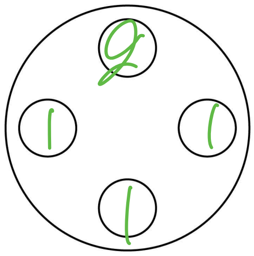
27. 방정식 $a+b+c+3d=10$을 만족시키는 자연수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

28. 원 모양의 식탁에 같은 종류의 비어 있는 4개의 접시가 일정한 간격을 두고 원형으로 놓여 있다. 이 4개의 접시에 서로 다른 종류의 빵 5개와 같은 종류의 사탕 5개를 다음 조건을 만족시키도록 남김없이 나누어 담는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

(가) 각 접시에는 1개 이상의 빵을 담는다.
(나) 각 접시에 담는 빵의 개수와 사탕의 개수의 합은 3 이하이다.

① 420 ② 450 ③ 480 ④ 510 ⑤ 540



$_5C_2 \times 3! \times (6+3)$

i) 221 : 사탕 조합

$_3C_2 \times 2$ → 남은 자리에 1 들어감 $=6$

1 자리에 2 들어감

ii) 2111

$_3C_1 = 3$

1자리에 2 들어감

Note1.

같은 걸 다른 곳에 : 자연수 분할

여기선 사탕 나눠주기

단답형

29. 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 다음 조건을 만족시키도록 여섯 개를 선택한 후, 선택한 숫자 여섯 개를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

> (가) 숫자 1, 2, 3을 각각 한 개 이상씩 선택한다.
> (나) 선택한 여섯 개의 수의 합이 4의 배수이다.

$1+2+3=6$ $+6$ ∴ $+2, +10$ 불가능

$6=1+2+3, 2+2+2$

i) $1+2+3$

$\frac{6!}{2!2!2!}=90$

ii) $2+2+2$

$\frac{6!}{4!}=30$

$X=90+30=120$

30. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$이다.
> (나) $f(2) \ne 1$이고 $f(4) \times f(5) < 20$이다.

Note.

$x_1 \le x_2 \Rightarrow f(x_1) \le f(x_2)$: nHr

i) $f(2)=1$

${}_5H_3=35$

ii) $f(4)f(5) \ge 20$

${}_4H_3 + {}_5H_3 = 20+35=55$

4×5 5×5

iii) 교집합 : $f(3)$만 고려면 된다.

$4+5$

$X={}_5H_5-(35+55-9)$

$=126-81$

$=45$

> * 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n \to \infty} \frac{(2n+1)(3n-1)}{n^2+1}$ 의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$3^n - 2^n < a_n < 3^n + 2^n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n}{3^{n+1}+2^n}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

25. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{2n}-6n}{a_n+5}=4$$

일 때, a_2-a_1의 값은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

26. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(n^2+1)a_n=3,\ \lim_{n\to\infty}(4n^2+1)(a_n+b_n)=1$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}(2n^2+1)(a_n+2b_n)$의 값은? [3점]

① -3 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -4 ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ -5

27. $a_1=3$, $a_2=-4$인 수열 $\{a_n\}$과 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k}=\frac{6}{n+1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}a_nb_n$의 값은? [3점]

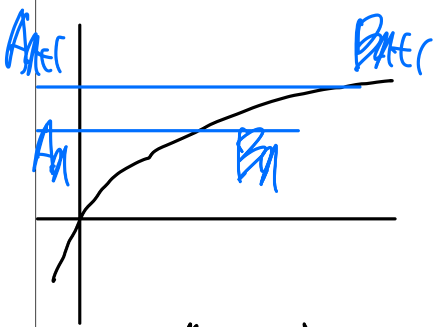
① -54 ② $-\frac{75}{2}$ ③ -24 ④ $-\frac{27}{2}$ ⑤ -6

28. $a>0$, $a\neq1$인 실수 a와 자연수 n에 대하여 직선 $y=n$이 y축과 만나는 점을 A_n, 직선 $y=n$이 곡선 $y=\log_a(x-1)$과 만나는 점을 B_n이라 하자. 사각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{B}_{n+1}\mathrm{A}_{n+1}$의 넓이를 S_n이라 할 때,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{B}_{n+1}}}{S_n}=\frac{3}{2a+2}$$

을 만족시키는 모든 a의 값의 합은? [4점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3



$B_n(a^n+1, n)$

$B_nB_{n+1}=\sqrt{(a^{n+1}-a^n)^2+1}\approx(a^{n+1}-a^n)$

$S_n=\frac{1}{2}\times1\times(a^{n+1}-a^n)$

$X=\lim\frac{a^{n+1}-a^n}{\frac{1}{2}(a^{n+1}-a^n)}$

단 답 형

29. 자연수 n에 대하여 x에 대한 부등식 $x^2-4nx-n<0$을 만족시키는 정수 x의 개수를 a_n이라 하자. 두 상수 p, q에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{na_n}-pn\right)=q$$

일 때, $100pq$의 값을 구하시오. [4점]

$x^2-4nx-n=0$ 두 실근 α, β

$\Rightarrow \alpha+\beta=4n,\ \alpha\beta=-n$

$\beta-\alpha=\sqrt{16n^2+4n}$

$4n<\beta-\alpha<4n+1$

$\Rightarrow a_n=4n$ or $4n+1$

대칭축이 자연수이므로

$a_n=4n+1$

$\lim\left(\sqrt{4n^2+n}-pn\right)=q$; $p=2,\ q=\frac{1}{4}$

$= \dfrac{n}{\sqrt{4n^2+n}+2n}$

$X=50$

30. 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}-x}{x^{2n}+1}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $2k-2\le|x|<2k$일 때,
>
> $g(x)=(2k-1)\times f\left(\dfrac{x}{2k-1}\right)$
>
> 이다. (단, k는 자연수이다.)

$0<t<10$인 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 함수 $y=g(x)$의 그래프와 만나지 않도록 하는 모든 t의 값의 합을 구하시오. [4점]

Notes.

x^n 극한 $\Rightarrow$ $|x|, 1$의 대소에 따라 함수 나누기

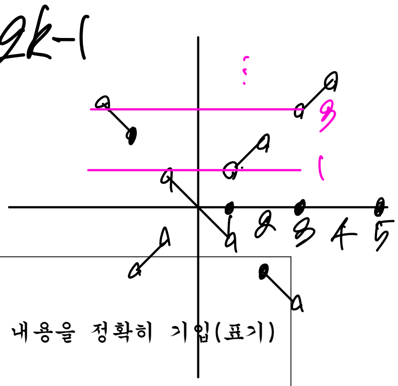
$f(x)=\begin{cases} x & |x|>1 \\ -x & |x|<1 \\ 0 & x=1,-1 \end{cases}$

$\dfrac{2k-2}{2k-1}\le\dfrac{x}{2k-1}<\dfrac{2k}{2k-1}$

$g(x)=\begin{cases} -x & 2k-2\sim 2k-1 \\ x & 2k-1\sim 2k \\ 0 & |x|=2k-1 \end{cases}$: 기함수

$t=1,3,5,7,9$

$X=25$



* 확인 사항
- ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- ○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.