제 2 교시 수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{8} \times \dfrac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

$\sqrt[3]{8} = 2$

$\dfrac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}} = \dfrac{1}{2}$

$2 \times \dfrac{1}{2} = 1$

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - x^2 + 6$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x) = 6x^2 - 2x$

$f'(1) = 6 - 2 = 4$

3. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_5 = 4, \; a_7 = 4a_6 - 16$$

을 만족시킬 때, a_8의 값은? [3점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

공비 : r

$a_7 = a_5 r^2 = 4r^2$

$a_6 = a_5 r = 4r$

$4r^2 = 16r - 16$

정리하면

$r^2 - 4r + 4 = 0$

$(r-2)^2 = 0$

$\therefore r = 2$

$a_8 = a_5 r^3 = 4 \cdot 2^3 = 32$

여기서!!

a_5값을 안다?

굳이 a_1을 미지수로 놓고

풀지 않는것이 좋습니다~^^

4. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)\,dt = x^3 - ax + 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

준식에

$x=1$ 대입

$0 = 1 - a + 1$

$\therefore a = 2$

준식을 양변 미분!!~*

$f(x) = 3x^2 - 2$

$f(2) = 10$

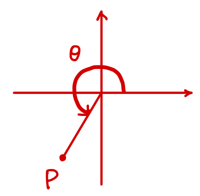
5. $\cos(\pi+\theta)=\frac{1}{3}$ 이고 $\sin(\pi+\theta)>0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

① $-2\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

$\cos(\pi+\theta) = -\cos\theta$ 이므로 $\cos\theta = -\frac{1}{3}$

$\sin(\pi+\theta) = -\sin\theta$ 이므로 $\sin\theta < 0$

따라서 θ는 제 3사분면 각 이다.



$P(-1, b)$

$r=3$

$b^2+1=9$

$b^2=8$

$b<0$ 이므로 $b=-2\sqrt{2}$

$\tan\theta = \frac{-2\sqrt{2}}{-1} = 2\sqrt{2}$

6. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-ax+1 & (x<2) \\ -x+1 & (x\geq 2)\end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

(i) 함수 $f(x)$가 $x=2$에서 연속.

$f(2)=-1$, $\lim_{x\to 2+} f(x) = -1$, $\lim_{x\to 2-} f(x) = 5-2a$

$5-2a=-1$ 이어야 하므로 $a=3$ 이다.

(ii) 함수 $f(x)$가 $x=2$에서 불연속

$\lim_{x\to 2+} \{f(x)\}^2 = 1$, $\lim_{x\to 2-} \{f(x)\}^2 = (5-2a)^2$

(i)에 의해 $5-2a=1$ 이어야 하므로

$a=2$ 이다.

모든 상수a의 합은 5 이다

여기서

처음부터 $(5-2a)^2=1$ 이라고 판단하여 풀어도 된다.

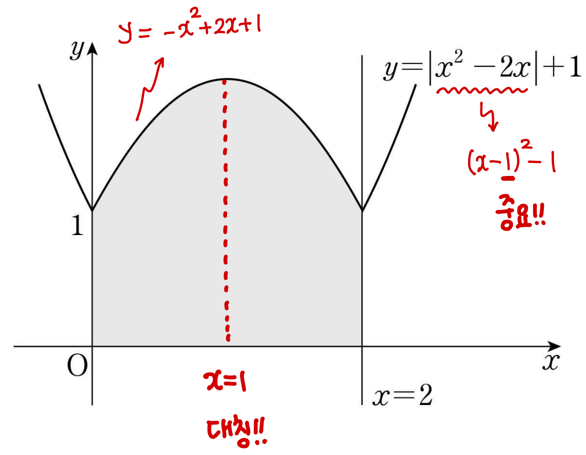
시험장에선 이것이 필요하다.

하지만 함수 연속일때, 불연속일때 나눠서 풀어보는

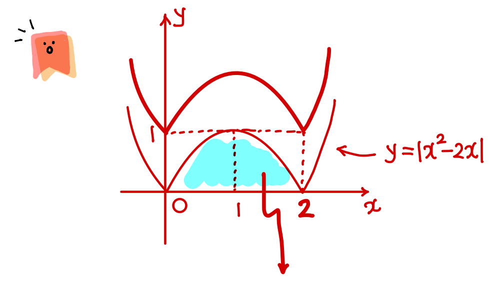
생각을 갖을 필요가 있어서 이렇게 풀어보았습니다~^^

7. 함수 $y=|x^2-2x|+1$ 의 그래프와 x축, y축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4



$2\times\int_0^1 (-x^2+2x+1)\,dx = 2\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2+x\right]_0^1 = \frac{10}{3}$



$\frac{1}{6}\cdot(2-0)^3 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

직사각형 + 이차함수와 x축으로 둘러싸인 넓이(공식)

$2\cdot 1 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$

8. 두 점 A$(m, m+3)$, B$(m+3, m-3)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 곡선 $y=\log_4(x+8)+m-3$ 위에 있을 때, 상수 m의 값은? [3점]

① 4　② $\frac{9}{2}$　③ 5　④ $\frac{11}{2}$　⑤ 6

내분점 2:1
A$(m, m+3)$, B$(m+3, m-3)$

2:1로 내분한점 $\left(\frac{2(m+3)+m}{2+1}, \frac{2(m-3)+m+3}{2+1}\right)$

$=(m+2, m-1)$ 대입

$y=\log_4(x+8)+m-3$

$m-1=\log_4(m+10)+m-3$ 이므로

정리하면 $\log_4(m+10)=2$ 이다

$m+10=4^2$

$\therefore m=6$

9. 함수 $f(x)=|x^3-3x^2+p|$는 $x=a$와 $x=b$에서 극대이다. $f(a)=f(b)$일 때, 실수 p의 값은? (단, a, b는 $a\neq b$인 상수이다.) [4점]

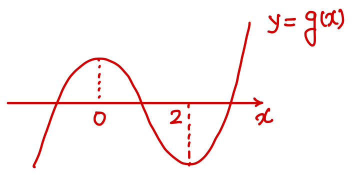
① $\frac{3}{2}$　② 2　③ $\frac{5}{2}$　④ 3　⑤ $\frac{7}{2}$

$x^3-3x^2+p=g(x)$ 라고 놓자.

$g'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$ 이므로

함수 $g(x)$는 $x=0$ 에서 극대, $x=2$에서 극소이다.

함수 $f(x)$가 극대가 2개가 되기 위해서는 아래 그림 같이 …



따라서 a, b는 $0, 2$ 이다.

또한 주어진 조건 $f(a)=f(b)$ 이므로 $g(0)+g(2)=0$ 이다.

$g(0)=p$, $g(2)=-4+p$

$p+(-4+p)=0$ 이므로

$\therefore p=2$

10. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10}의 값은? [4점]

(가) $|a_4|+|a_6|=8$

(나) $\sum_{k=1}^{9} a_k=27$

① 21　② 23　③ 25　④ 27　⑤ 29

조건 (가)에서 a_4, a_6의 부호를 모르는 상황이니 부호의 경우로 나눠서 해결하기에는 아닌것 같아…

조건 (나)에서 $\sum_{k=1}^{9} a_k$ 엥?? 9항까지의 합!!

여기서 $\sum_{k=1}^{9} a_k=\frac{9(a_1+a_9)}{2}=\frac{9(a_4+a_6)}{2}=27$

따라서 $a_4+a_6=6$ 이다.

그렇다면 조건 (가)와 비교. 공차가 양수임으로 부터

$a_4<0$, $a_6>0$ 임을 알수 있다.

$-a_4+a_6=8$ 이 되어 위 식과 연립하면

$a_4=-1$, $a_6=7$

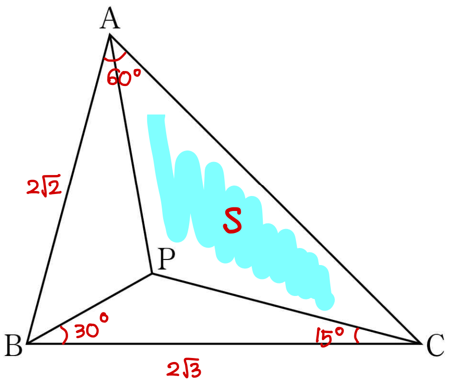
이다.

공차 d라고 할때

$a_6=a_4+2d$ 이므로 $d=4$ 이다

따라서 $a_{10}=a_6+4d=7+16=23$

11. 그림과 같이 $\angle \mathrm{BAC}=60°$, $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{BC}}=2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 $\angle \mathrm{PBC}=30°$, $\angle \mathrm{PCB}=15°$일 때, 삼각형 APC의 넓이는? [4점]



① $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

먼저 선분 AC 길이를 구하자. $\overline{AC}=x$ 라고 놓고 삼각형 ABC 에 **코사인 법칙**을 적용!!

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2-2\cdot\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\cos(\angle BAC)$

$(2\sqrt{3})^2=(2\sqrt{2})^2+x^2-2\cdot2\sqrt{2}\cdot x\cdot\cos 60°$, $x^2-2\sqrt{2}x-4=0$

$\therefore$ $\overline{AC}=\sqrt{2}+\sqrt{6}$

삼각형 ABC에서 **사인법칙** 적용

$\frac{2\sqrt{3}}{\sin 60°}=\frac{2\sqrt{2}}{\sin(\angle BCA)}$ 이다. $\sin(\angle BCA)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

다시 삼각형 PBC 에서 **사인법칙** 적용

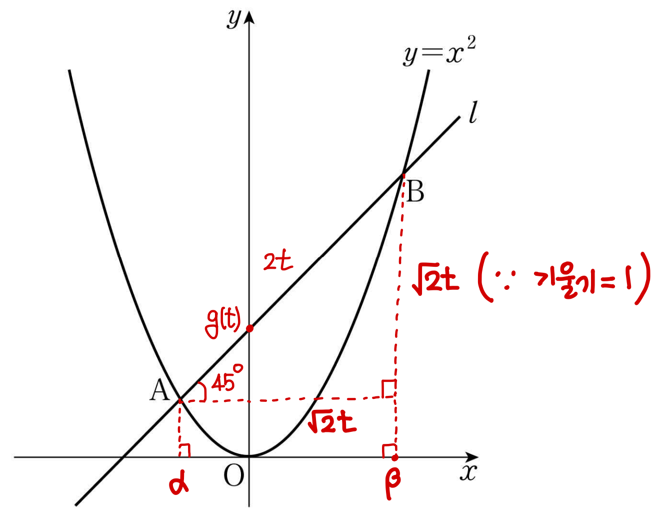
$\frac{\overline{PC}}{\sin 30°}=\frac{2\sqrt{3}}{\sin 135°}$ 이다 $\overline{PC}=\sqrt{6}$

따라서 삼각형 APC 의 넓이 $\frac{1}{2}\cdot\overline{PC}\cdot\overline{AC}\cdot\sin(\angle PCA)$

$=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{6}\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{6})\cdot\sin 30°=\frac{2\sqrt{3}+6}{4}=\frac{\sqrt{3}+3}{2}$

12. 곡선 $y=x^2$과 기울기가 1인 직선 l이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 양의 실수 t에 대하여 선분 AB의 길이가 $2t$가 되도록 하는 직선 l의 y절편을 $g(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{g(t)}{t^2}$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



l: $y=x+g(t)$

$y=x^2$ 과 연립

$x+g(t)=x^2$

$x^2-x-g(t)=0$ 에서

$\alpha+\beta=1$. $\alpha\beta=-g(t)$ 이다.

위 그림에서 $\beta-\alpha=\sqrt{2}t$ 이므로

$(\beta-\alpha)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$ 에 의해

$(\sqrt{2}t)^2=1^2-4\cdot(-g(t))$ 이다

따라서 $g(t)=\frac{1}{4}(2t^2-1)$ 이다.

$\lim_{t\to\infty}\frac{g(t)}{t^2}=\lim_{t\to\infty}\frac{\frac{1}{2}t^2-\frac{1}{4}}{t^2}=\frac{1}{2}$

13. 두 함수

$$f(x)=x^2+ax+b,\ g(x)=\sin x$$

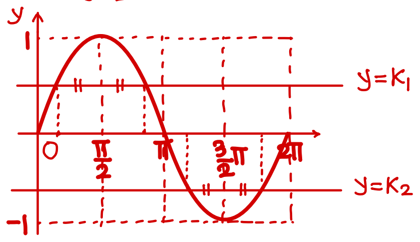
가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은?
(단, a, b는 상수이고, $0 \le a \le 2$이다.) [4점]

> (가) $\{g(a\pi)\}^2=1$
> (나) $0 \le x \le 2\pi$일 때, 방정식 $f(g(x))=0$의
> 　　모든 해의 합은 $\frac{5}{2}\pi$이다.

① 3　　② $\frac{7}{2}$　　③ 4　　④ $\frac{9}{2}$　　⑤ 5

조건(가)에 의해　$\sin a\pi=-1$ 또는 1이다.
여기서 조건 $0\le a\le 2$에 의해　$a=\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}$ 이다.

$0\le x\le 2\pi$에서　$\sin x=k$ 만족하는 실근 x의 합에 대해 살펴보자

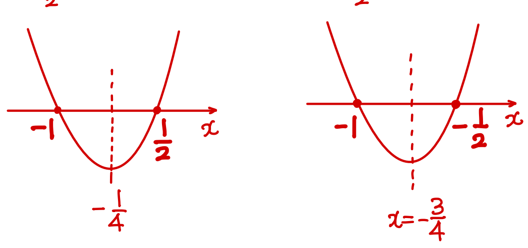


① $0<k_1<1$
$\sin x=k_1$의 두 실근은 $x=\frac{\pi}{2}$에 대칭이므로
두 실근의 합은 π이다.

② $-1<k_2<0$
$\sin x=k_2$의 두 실근은 $x=\frac{3}{2}\pi$에 대칭이므로
두 실근의 합은 3π이다.

방정식 $f(g(x))=0$의 실근의 합이 $\frac{5}{2}\pi$가 되기 위해서는 ...
$f(k)=0$ 이라고 할 때 $\sin x=k$를 만족하는 x값들의 합이다.
여기서 위 그림을 통해 k가 $0<k<1$ 또는 $k=-1$임을 알 수 있다.

(i) $a=\frac{1}{2}$　　(ii) $a=\frac{3}{2}$



따라서 조건을 만족하는 경우는
$a=\frac{1}{2}$ 일 때 이므로　$b=(-1)\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$ 이다

$f(2)=2^2+\frac{1}{2}\cdot 2-\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$

14. 세 양수 a, b, k에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} ax & (x<k) \\ -x^2+4bx-3b^2 & (x\ge k)\end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$가 $\boxed{\text{실수 전체의 집합에서 미분가능할}}$ 때,
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

> < 보 기 >
> ㄱ. $a=1$이면 $f'(k)=1$이다.
> ㄴ. $k=3$이면 $a=-6+4\sqrt{3}$이다.
> ㄷ. $f(k)=f'(k)$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로
> 　둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ　　② ㄱ, ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $f(x)=\begin{cases} x & (x<k) \\ -x^2+4bx-3b^2 & (x\ge k)\end{cases}$ 이므로 $f'(x)=\begin{cases} 1 & (x<k) \\ -2x+4b & (x\ge k)\end{cases}$ 이다.
함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 미분가능하므로　$f'(k)=1$ 이다 (참)

ㄴ. 먼저　$\lim_{x\to k+} f(x)=\lim_{x\to k-} f(x)=f(k)$ 이어야 하므로

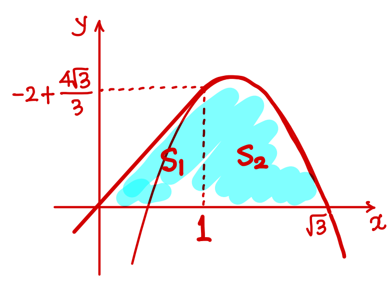
$ak=-k^2+4bk-3b^2$ — ①

이다. 또한　$f'(x)=\begin{cases} a & (x<k) \\ -2x+4b & (x\ge k)\end{cases}$ 이므로

$a=-2k+4b$ — ②

이다.
연립하면　$(-2k+4b)k=-k^2+4bk-3b^2$,　$3b^2=k^2$ — ③ 이 된다
$k=3,\ b>0$ 이므로　$b=\sqrt{3}$ 이다.
따라서　$a=-6+4\sqrt{3}$　　(참)

ㄷ. $f(k)=f'(k)$ 이면　$ak=a$ 이므로　$k=1$ 이다.
위 보기(ㄴ)의 ③에 의해　$b=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.
다시 ②에 의해　$a=-2+\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 이다.
넓이를 구하는 것이므로 그래프를 그려보자.



$S_1=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\left(-2+\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)=-1+\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$S_2=\int_1^{\sqrt{3}}\left(-x^2+\frac{4\sqrt{3}}{3}x-1\right)dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{2\sqrt{3}}{3}x^2-x\right]_1^{\sqrt{3}}$

$=\left(-\frac{3\sqrt{3}}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot 3-\sqrt{3}\right)-\left(-\frac{1}{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}-1\right)$

$=\frac{4}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$S_1+S_2=\frac{1}{3}$　(참)

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}+a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \dfrac{1}{2}(a_{n+1}+a_n) & (a_{n+1}+a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1=1$일 때, $a_6=34$가 되도록 하는 모든 a_2의 값의 합은? [4점]

① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

$a_{n+2}=\dfrac{a_{n+1}+a_n}{2}$ 이 홀수일까? 짝수일까? 이것이 이문제의 키포인트!!

그렇다면 홀수, 짝수로 구분해서 나열해보자. 여기서 $a_2=k$ 라고 놓자.

(i) a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6
1 짝 홀 홀 홀 34

$a_3=1+k$

$a_4=2k+1$

짝수가 될수가 없다!!

$a_5=\frac{1}{2}(1+k+2k+1)=\frac{3}{2}k+1$

$a_6=\frac{1}{2}\left(2k+1+\frac{3}{2}k+1\right)=\frac{7}{4}k+1=34$

만족하는 자연수 k가 없다.

(ii) a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6
1 홀 홀 홀 홀 34

$a_3=\frac{1}{2}(1+k)$

$a_4=\frac{1}{2}\left(k+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}k\right)=\frac{3}{4}k+\frac{1}{4}$

$a_5=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}k+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}k\right)=\frac{5}{8}k+\frac{3}{8}$

$a_6=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}k+\frac{1}{4}+\frac{5}{8}k+\frac{3}{8}\right)=\frac{11}{16}k+\frac{5}{16}=34$

$\therefore k=49$

(iii) a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6
1 홀 짝 홀 홀 34

$a_3=\frac{1}{2}(1+k)$

$a_4=k+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}k=\frac{3}{2}k+\frac{1}{2}$

$a_5=\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}k+\frac{1}{2}=2k+1$

$a_6=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}k+\frac{1}{2}+2k+1\right)=\frac{7}{4}k+\frac{3}{4}=34$

$\therefore k=19$

따라서 모든 a_2의 합은 $49+19=68$

단 답 형

16. $\log_2 96-\dfrac{1}{\log_6 2}$의 값을 구하시오. [3점]

$\log_2 96-\log_2 6=\log_2 16=4$

17. 직선 $y=4x+5$가 곡선 $y=2x^4-4x+k$에 접할 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

$y=4x+5$ 접선!!

접점 $(t,\ 4t+5)$라고 할때

$y'_{x=t}=8t^3-4=4$ (접선의 기울기)

$\therefore t=1$

접점 $(1,\ 9)$ 이므로

$2-4+k=9$ 이다

$k=11$

18. n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-5nx+4n^2=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자.

$\sum_{n=1}^{7}(1-\alpha_n)(1-\beta_n)$의 값을 구하시오. [3점]

$x^2-5nx+4n^2=(x-\alpha_n)(x-\beta_n)$ 이므로

$x=1$ 대입

$(1-\alpha_n)(1-\beta_n)=4n^2-5n+1$ 이다

$\sum_{n=1}^{7}(4n^2-5n+1)=4\cdot\frac{7\cdot8\cdot15}{6}-5\cdot\frac{7\cdot8}{2}+7$

$=560-140+7$

$=427$

여기서...

$(1-\alpha_n)(1-\beta_n)=1-(\alpha_n+\beta_n)+\alpha_n\beta_n$

$\alpha_n+\beta_n=5n$, $\alpha_n\beta_n=4n^2$ 이용해서도 됩니다~^^

19. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\ (t\geq0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2-15t+k,\quad v_2(t)=-3t^2+9t$$

이다. 점 P와 점 Q가 출발한 후 한 번만 만날 때, 양수 k의 값을 구하시오. [3점]

위치가 같다!!

만나는 시각 $t=a$ 라고 하자.

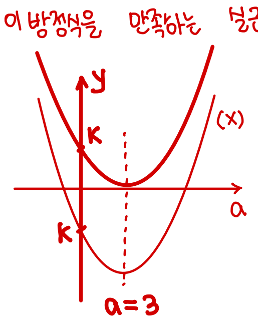
$\int_0^a v_1(t)\,dt=\int_0^a v_2(t)\,dt$

$a^3-\frac{15}{2}a^2+ka=-a^3+\frac{9}{2}a^2$

$a\neq0$ 이므로 정리하면

$2a^2-12a+k=0$

이 방정식을 만족하는 실근은 양의 실근이 한개 이어야 한다.



판별식 $D/4=0$

이거나

판별식 $D/4>0$ 이고 y절편 <0

두실근의 곱 <0 라고 생각하여

접근해도 동일~^^

$D/4=6^2-2\cdot k=36-2k=0$

$k=18$

그러나 이문제는 y절편이 k인데

양수 k이다. 모순!!

20. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=1$인 삼차함수 $f(x)$와 양의 실수 p에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g'(0)=0$
>
> (나) $g(x)=\begin{cases} f(x-p)-f(-p) & (x<0) \\ f(x+p)-f(p) & (x\geq0) \end{cases}$

$\int_0^p g(x)\,dx=20$일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

조건(가)에서 $g'(0)=0$ 이라는것은 $x=0$ 에서 미분가능~^^

$\lim_{x\to0+}g(x)=\lim_{x\to0-}g(x)=0$ 임을 알수 있다.

MATH

$g'(0)=\lim_{x\to0}\frac{g(x)-g(0)}{x}=\lim_{x\to0+}\frac{f(x+p)-f(p)}{x}=f'(p)$

$=\lim_{x\to0-}\frac{f(x-p)-f(-p)}{x}=f'(-p)$

따라서 $f'(p)=f'(-p)=0$ 이므로

$f'(x)=3(x-p)(x+p)=3x^2-3p^2$ 이다.

$f(0)=1$ 이므로 $f(x)=x^3-3p^2x+1$ 이다.

$\int_0^p g(x)\,dx=\int_0^p\{f(x+p)-f(p)\}\,dx$

$f(x+p)-f(p)=(x+p)^3-3p^2(x+p)+1-(p^3-3p^3+1)$

$=x^3+3px^2$

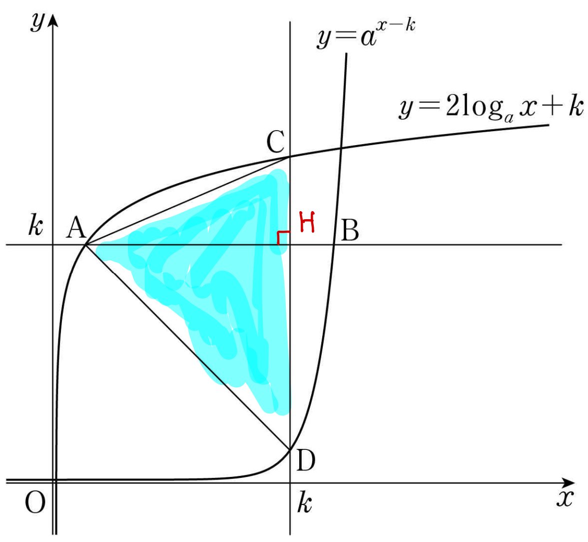
$=\int_0^p(x^3+3px^2)\,dx$

$=\frac{1}{4}p^4+p^4=\frac{5}{4}p^4=20$

$p^4=16$ 이므로 $p=2$ ($\because p>0$) 이다.

$f(5)=5^3-12\cdot5+1=66$

21. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, k에 대하여 직선 $y=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{CD}}=85$이고 삼각형 CAD의 넓이가 35일 때, $a+k$의 값을 구하시오. [4점]



$A(1,\ k)$, $B(\log_a k+k,\ k)$, $C(k,\ 2\log_a k+k)$, $D(k,\ 1)$

$H(k,k)$ 이므로 $\overline{AH}=k-1$ 이다.

$\overline{AB}=\log_a k+k-1$, $\overline{CD}=2\log_a k+k-1$ 이므로 $\overline{AB}\times\overline{CD}=85$ 이용이 쉽지 않다.

삼각형 CAD의 넓이 $=\frac{1}{2}\cdot\overline{CD}\cdot\overline{AH}=\frac{1}{2}(2\log_a k+k-1)\cdot(k-1)=35$

이것도 이용하기 쉽지 않다 ㅠㅠ

식을 관찰하면... $\log_a k=s$, $k-1=t$로 치환해보자.

$(s+t)(2s+t)=85$, $(2s+t)\cdot t=70$

두 식을 나누면 $\frac{s+t}{t}=\frac{85}{70}$ 이다.

$\frac{s}{t}+1=\frac{17}{14}$ 이므로 $\frac{s}{t}=\frac{3}{14}$ 이다.

따라서 $2s=\frac{3}{7}t$ 이므로 $\left(\frac{3}{7}t+t\right)t=70$ 이 된다.

$t=7$ 이 되어 $k=8$ 이다.

또한 $s=\frac{3}{2}$ 이므로 $\log_a 8=\frac{3}{2}$ 이다.

정리하면 $a=4$ 이다.

$a+k=4+8=12$

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=|f(x)-t|$라 할 때, $\lim\limits_{x\to k}\frac{g(x)-g(k)}{|x-k|}$의 값이 존재하는 서로 다른 실수 k의 개수를 $h(t)$라 하자.
함수 $h(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim\limits_{t\to \boxed{4+}}h(t)=5$
(나) 함수 $h(t)$는 $t=-60$과 $t=\boxed{4}$에서만 불연속이다.

$f(2)=4$이고 $f'(2)>0$일 때, $f(4)+h(4)$의 값을 구하시오. [4점]

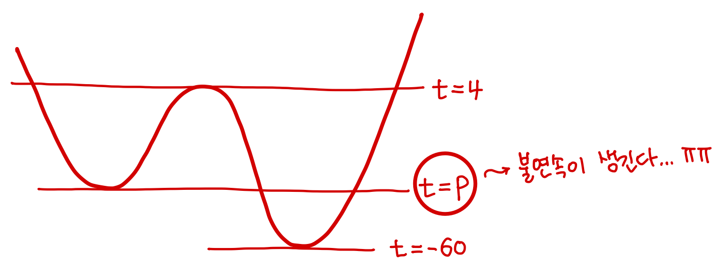
$\lim\limits_{x\to k}\frac{g(x)-g(k)}{|x-k|}$ 의 값이 존재한다는 것은 $\lim\limits_{x\to k+}\frac{g(x)-g(k)}{x-k}=\lim\limits_{x\to k-}\frac{g(x)-g(k)}{-(x-k)}$ 이다.

이 문장을 해석하면 함수 $g(x)$는 $x=k$에서 미분계수에서

우미분계수 + 좌미분계수 = 0 이거나 **$g'(k)=0$** 이다.

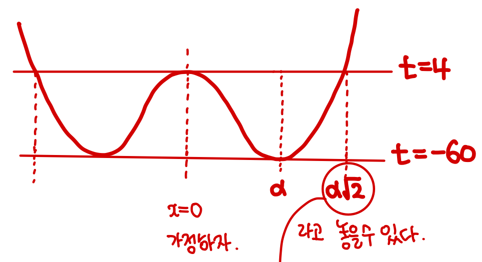
↳ 꺾이는 부분!! ↳ 극대·극소 부분!!

조건(가), (나)에 의해 두 극솟값이 다를 경우 가능성이 크다.



~ 불연속이 생긴다... ㅠㅠ

그렇다면 두 극솟값이 같은거네~^^



라고 놓을 수 있다.

실제 함수 $f(x)$ 일때 $x=2$ 이어야 한다.

$y=x^2(x-\alpha\sqrt{2})(x+\alpha\sqrt{2})+4$

$x=\alpha$, $y=-60$ 대입

$-60=\alpha^2\cdot\alpha(1-\sqrt{2})\cdot\alpha(1+\sqrt{2})+4$

$\alpha^4=64$ $\therefore$ $\alpha=2\sqrt{2}$

$y=x^2(x-4)(x+4)+4$

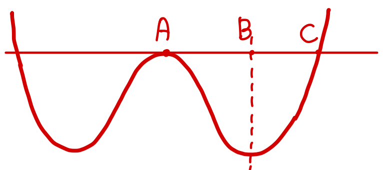
$\alpha\sqrt{2}=4$ 이므로 x축 방향으로 -2 만큼 평행이동

$\therefore f(x)=(x+2)^2(x-2)(x+6)+4$

$f(4)=6^2\cdot4\cdot10+4=724$

$h(4)=5$ 이므로

729



$\overline{AB}:\overline{AC}=1:\sqrt{2}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.