

제 2 교시

수학 영역

KSM

5 지선 다형

1. $\sqrt{\frac{12}{5}} \times \sqrt{\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

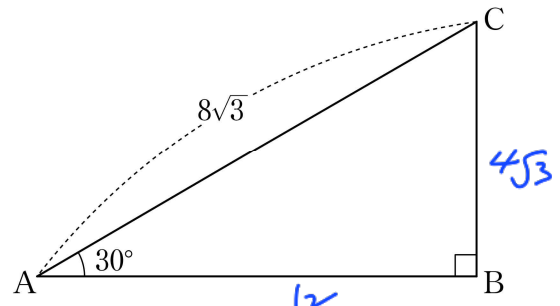
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 다항식 $(2x+1)^2 - (2x^2+x-1)$ 의 일차항의 계수는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$2x^2 + 3x + 2$

3. 그림과 같이 $\overline{AC} = 8\sqrt{3}$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 선분 AB의 길이는? [2점]



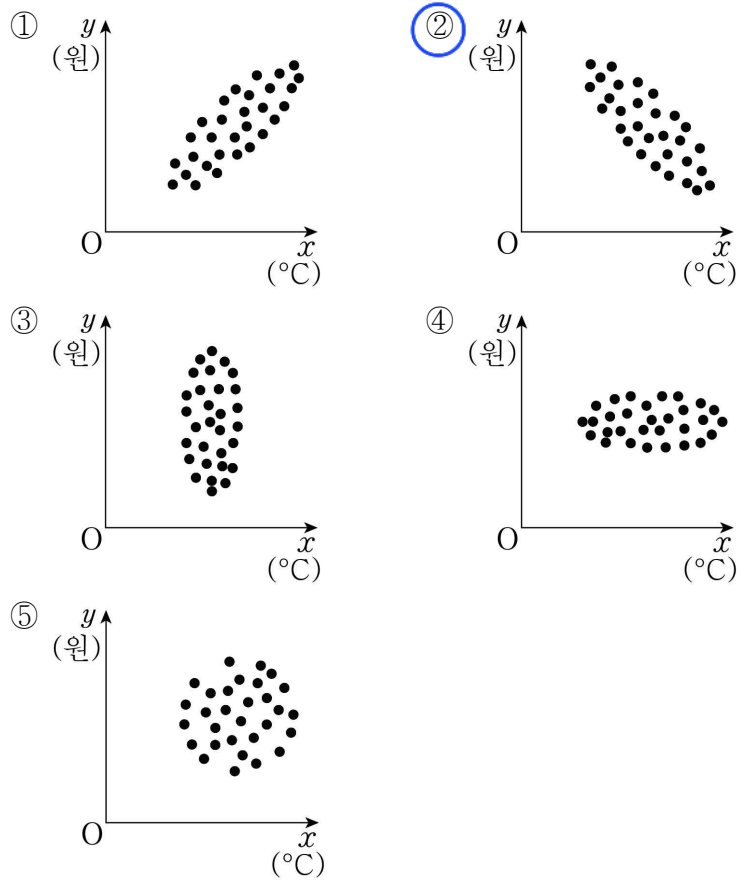
- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

4. 좌표평면 위의 두 점 $(1, -1)$, $(2, 1)$ 을 지나는 직선의 y절편은? [3점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

$y = 2x - 3$

5. 어느 회사가 위치한 지역의 일일 최저 기온(°C)과 이 회사의 일일 난방비(원)를 30일 동안 조사한 결과, 일일 최저 기온이 높을수록 일일 난방비가 감소한다고 한다. 일일 최저 기온을 x °C, 일일 난방비를 y 원이라 할 때, x 와 y 사이의 상관관계를 나타낸 산점도로 가장 적절한 것은? [3점]



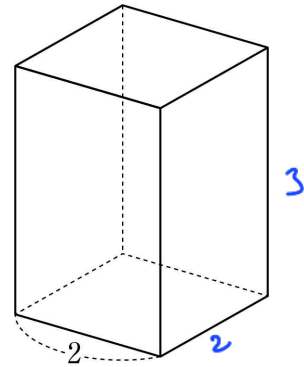
6. 원 위의 두 점 A, B에 대하여 호 AB의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{5}$ 일 때, 호 AB에 대한 원주각의 크기는? [3점]

- ① 36°
- ② 40°
- ③ 44°
- ④ 48°
- ⑤ 52°

$180 \times \frac{1}{5}$

7. 한 변의 길이가 2인 정사각형을 밑면으로 하는 직육면체의 부피가 12일 때, 이 직육면체의 겹넓이는? [3점]

- ① 24
- ② 26
- ③ 28
- ④ 30
- ⑤ 32



$4 \times 2 + 8 \times 3 = 8 + 24$

8. 다음은 어느 학급 학생 25 명을 대상으로 키를 조사하여 나타낸 도수분포표이다.

키(cm)	학생 수(명)
150 이상 ~ 160 미만	a
160 ~ 170	8
170 ~ 180	b
180 ~ 190	6
합계	25

이 학생들 중에서 키가 170cm 미만인 학생 수가 조사한 학생 수의 40% 일 때, 키가 170cm 이상 180cm 미만인 학생 수는? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$$a+b=10, a=2$$

$$1b+b=25, b=9$$

9. 두 일차방정식 $ax+2y-b=0$, $2ax+by-3=0$ 의 그래프의 교점의 좌표가 $(2, 1)$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

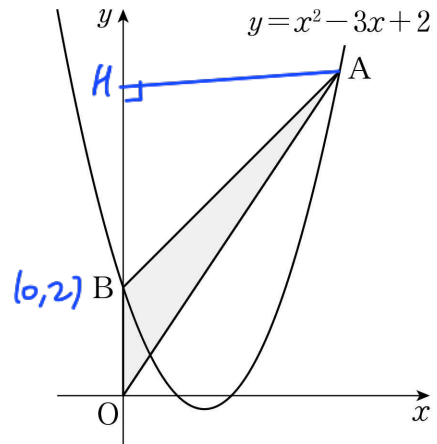
- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

$$2a+2-b=0$$

$$+ (4a+b-3=0)$$

$$6a-1=0, a=\frac{1}{6}, b=\frac{2}{3} \Rightarrow a+b=\frac{5}{2}$$

10. 그림과 같이 제1사분면 위의 점 $A(a, b)$ 는 이차함수 $y=x^2-3x+2$ 의 그래프 위에 있다. 이 이차함수의 그래프가 y 축과 만나는 점 B 에 대하여 삼각형 OAB 의 넓이가 4 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]



- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$$AH=4$$

$$A(4, b) \quad \left. \begin{matrix} a=4 \\ b=b \end{matrix} \right\} a+b=10$$

11. 어느 학생이 집에서 출발하여 갈 때는 시속 3km로, 집으로 돌아올 때는 같은 경로를 시속 4km로 이동하려고 한다. 이동한 전체 시간이 2시간 이하가 되도록 할 때, 이 학생이 집에서 출발하여 집으로 돌아올 때까지 이동한 거리의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{45}{7}$ km ② $\frac{48}{7}$ km ③ $\frac{51}{7}$ km
 ④ $\frac{54}{7}$ km ⑤ $\frac{57}{7}$ km

왕복거리: 2시간

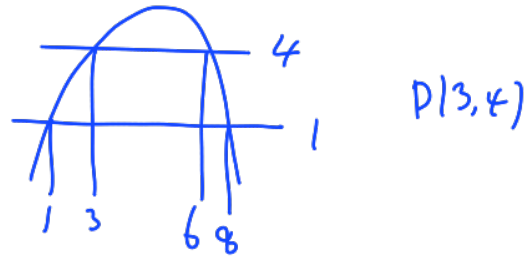
$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} \leq 2$$

$$1x \leq 24$$

$$2x \leq \frac{48}{7}$$

12. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 서로 다른 네 점 A(1, 1), B(8, 1), C(6, 4), D(a, b)에 대하여 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9



13. 두 자연수 a, b 에 대하여 다항식 $2x^2 + 9x + k$ 가 $(2x+a)(x+b)$ 로 인수분해되도록 하는 실수 k 의 최솟값은?

[3점]

- ① 1
- ② 4
- ③ 7
- ④ 10
- ⑤ 13

$$a+2b=9 \quad b=4$$

$$ab=k \quad a=1$$

14. 수직선 위의 두 점 P, Q가 원점에 있다. 동전을 한 번 던질 때마다 두 점 P, Q가 다음 규칙에 따라 이동한다.

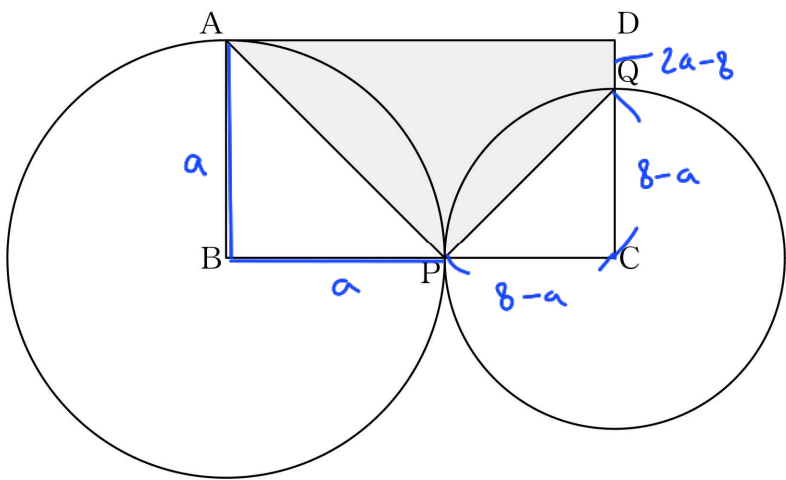
(가) 동전의 앞면이 나오면 점 P가 양의 방향으로 2만큼 이동한다.
 (나) 동전의 뒷면이 나오면 점 Q가 음의 방향으로 1만큼 이동한다.

동전을 30번 던진 후 두 점 P, Q 사이의 거리가 46일 때, 동전의 앞면이 나온 횟수는? [4점]

- ① 12
- ② 13
- ③ 14
- ④ 15
- ⑤ 16

$$\begin{aligned} \text{앞: } & x \text{번} & x+y &= 30 \\ \text{뒤: } & y \text{번} & 2x - (-y) &= 46 \\ & & x &= 16 \\ & & y &= 14 \end{aligned}$$

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=a$ ($4 < a < 8$), $\overline{BC}=8$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 점 B를 중심으로 하고 점 A를 지나는 원이 선분 BC와 만나는 점을 P, 점 C를 중심으로 하고 점 P를 지나는 원이 선분 CD와 만나는 점을 Q라 하자. 사각형 APQD의 넓이가 $\frac{79}{4}$ 일 때, a 의 값은? [4점]



- ① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ $\frac{29}{6}$

$$8a - \left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}(8-a)^2 \right) = \frac{79}{4}$$

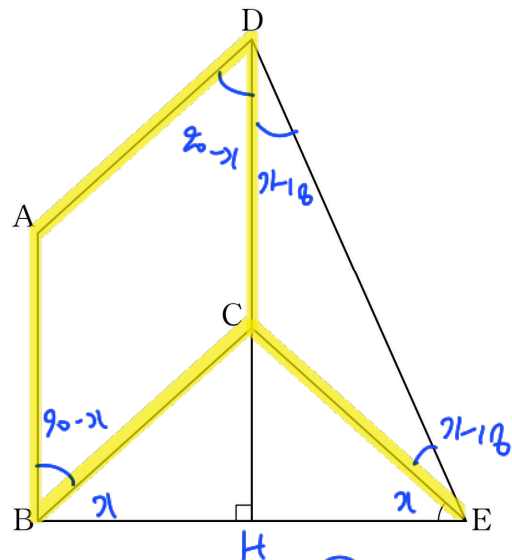
$$-a^2 + 16a - 32 = \frac{79}{4}$$

$$a^2 - 16a + \frac{207}{4} = 0$$

$$4a^2 - 64a + 207 = 0$$

$2a$	-9	$a = \frac{9}{2}$	$(\because a < 8)$
$2a$	-23		

16. 그림과 같이 마름모 ABCD와 이 마름모의 외부의 한 점 E에 대하여 $\angle ADE = 72^\circ$ 이고 직선 CD가 선분 BE를 수직이등분할 때, 각 CEB의 크기는? (단, $0^\circ < \angle ADC < 72^\circ$) [4점]



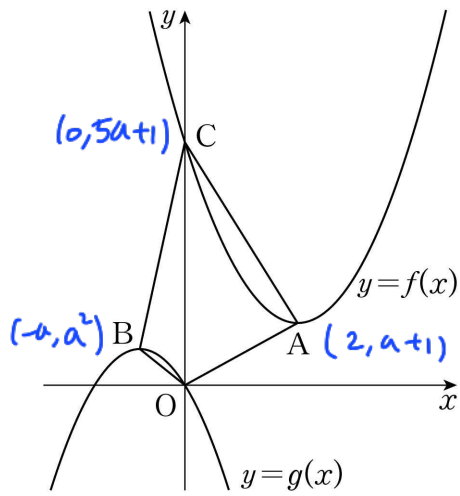
- ① 39° ② 40° ③ 41° ④ 42° ⑤ 43°

$$\angle HDE + \angle DEH = 90^\circ$$

$$3x - 36 = 90, \quad x = 42^\circ$$

17. 두 이차함수 $f(x) = ax^2 - 4ax + 5a + 1$, $g(x) = -x^2 - 2ax$ 의 그래프의 꼭짓점을 각각 A, B라 하자. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점 C에 대하여 사각형 OACB의 넓이가 7일 때, 양수 a 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$



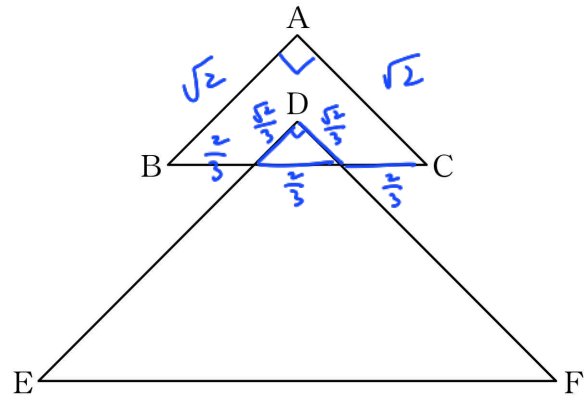
$f(x) = a(x-2)^2 + a + 1$
 $g(x) = -(x+a)^2 + a^2$

$\frac{1}{2}(5a+1) \times (2+a) = 7$

$5a^2 + 11a - 12 = 0$

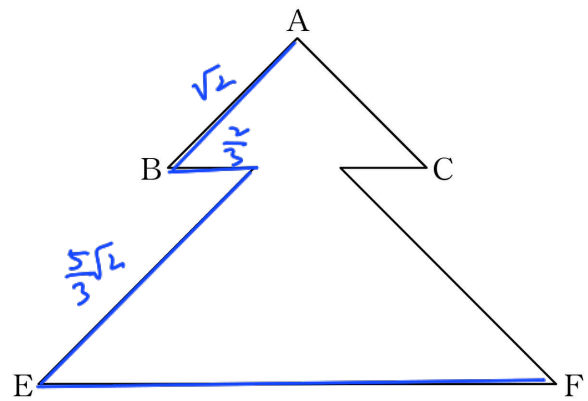
$\begin{matrix} 5a & -4 \\ a & +3 \end{matrix} \quad a = \frac{4}{5}$

18. [그림1]과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = \sqrt{2}$, $\angle CAB = 90^\circ$ 인 삼각형 ABC의 무게중심 D에 대하여 $\overline{DE} = \overline{DF} = 2\sqrt{2}$, $\angle FDE = 90^\circ$ 이고 $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ 인 삼각형 DEF가 있다.



[그림1]

[그림2]와 같이 두 삼각형 ABC와 DEF로 만들어지는 모양 도형의 둘레의 길이는? (단, 점 A는 삼각형 DEF의 외부에 있다.) [4점]

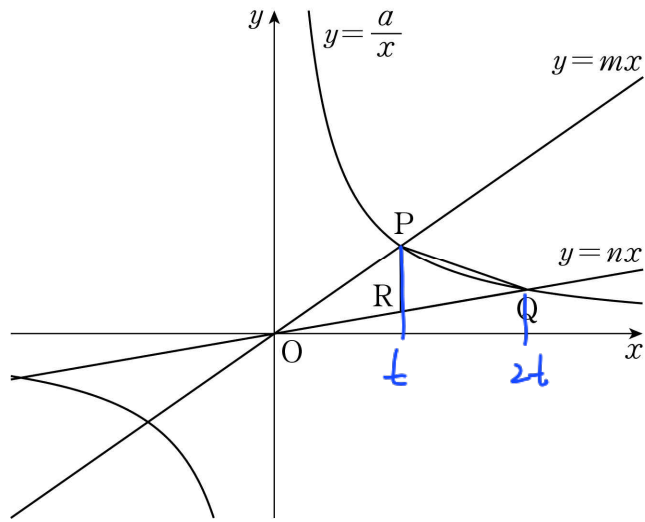


[그림2]

- ① $\frac{16+16\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{17+16\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{16+17\sqrt{2}}{3}$
 ④ $\frac{17+17\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{18+17\sqrt{2}}{3}$

$4 + 2 \times \left(\frac{8}{3}\sqrt{2} + \frac{2}{3} \right)$
 $= \frac{16 + 16\sqrt{2}}{3}$

19. 그림과 같이 반비례 관계 $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$)의 그래프가 두 정비례 관계 $y = mx$, $y = nx$ 의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P를 지나고 y축과 평행한 직선이 정비례 관계 $y = nx$ 의 그래프와 만나는 점 R에 대하여 삼각형 PRQ의 넓이가 $\frac{3}{2}$ 이다. 점 Q의 x좌표가 점 P의 x좌표의 2배일 때, 실수 a의 값은? (단, $m > n > 0$) [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{t} &= mt, & t^2 &= \frac{a}{m} \\ \frac{a}{2t} &= 2nt, & t^2 &= \frac{a}{4n} \end{aligned} \right\} m=4n$$

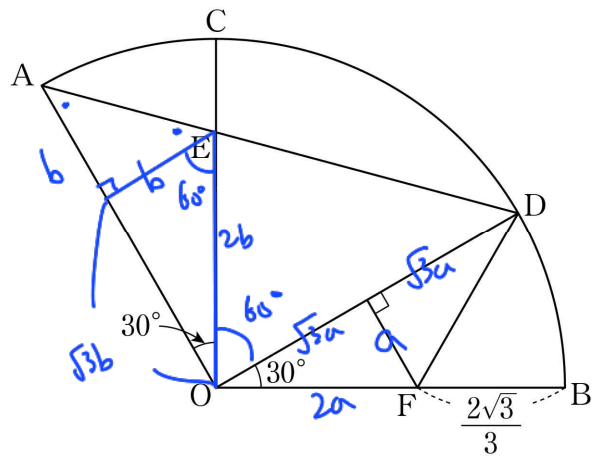
$$\frac{1}{2} \times (mt - nt) \times t = \frac{3}{2}$$

$$\frac{m-n}{2} \cdot t^2 = \frac{3}{2}, \quad 3nt^2 = 3$$

$$nt^2 = 1$$

$$a = 4$$

20. 그림과 같이 중심이 O이고 중심각의 크기가 120° 인 부채꼴 OAB가 있다. $\angle AOC = \angle DOB = 30^\circ$ 인 호 AB 위의 두 점 C, D에 대하여 선분 OC와 선분 AD가 만나는 점을 E라 하자. 선분 OD의 수직이등분선과 선분 OB가 만나는 점 F에 대하여 $\overline{BF} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 일 때, 삼각형 ODE의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{4+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$
 ④ $2+\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{3+3\sqrt{3}}{2}$

$$2a + \frac{2\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}a$$

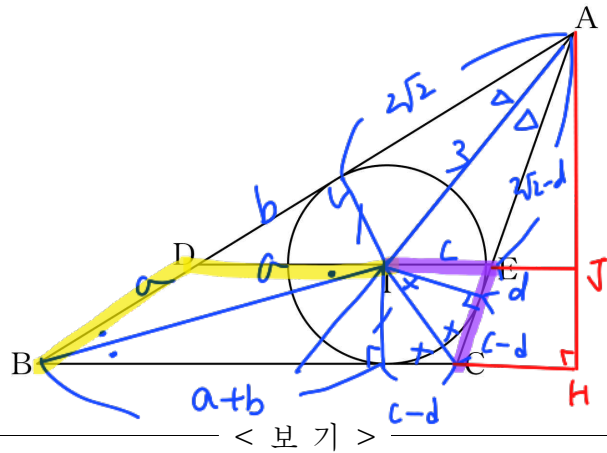
$$3a + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}a, \quad \sqrt{3}a + 1 = 3a, \quad a = \frac{1}{3-\sqrt{3}} = \frac{3+\sqrt{3}}{6}$$

$$\overline{OD} = 2\sqrt{3}a = \frac{3\sqrt{3}+3}{3} = \sqrt{3}+1$$

$$\sqrt{3}b + b = \sqrt{3}+1 \quad \therefore b=1$$

$$S = \frac{1}{2} \times 2b \times 2\sqrt{3}a \times \sin 60^\circ = 3a = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$$

21. 그림과 같이 삼각형 ABC의 내심 I를 지나고 선분 BC에 평행한 직선이 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라 하자. $\overline{AI}=3$ 이고, 삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이가 1이다. 삼각형 ABC의 넓이가 $5\sqrt{2}$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



- ㉠ $\angle BID = \angle IBD$
- ㉡ 삼각형 ADE의 둘레의 길이는 $7\sqrt{2}$ 이다.
- ㉢ $\overline{DE} = 2\sqrt{2}$

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

$$L. \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times (2\sqrt{2} + a + b + c - d) = 5\sqrt{2}$$

$$a + b + c - d = 3\sqrt{2}$$

$$\triangle ADE \text{ 둘레} = a + b + c - d + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$$

$$C. BC = a + b + c - d = 3\sqrt{2} \text{ (by L)}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AH = 5\sqrt{2}, AH = \frac{10}{3}$$

$$JH = 1 \text{ 이므로 } AJ = \frac{7}{3}$$

$$\therefore AJ : AH = 7 : 10 = DE : BC$$

$$DE = \frac{7}{10} BC = \frac{21}{10} \sqrt{2}$$

단답형

22. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 5a = 0$ 의 한 근이 $x=3$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

9

$$9 - 6a + 5a = 0$$

$$a = 9$$

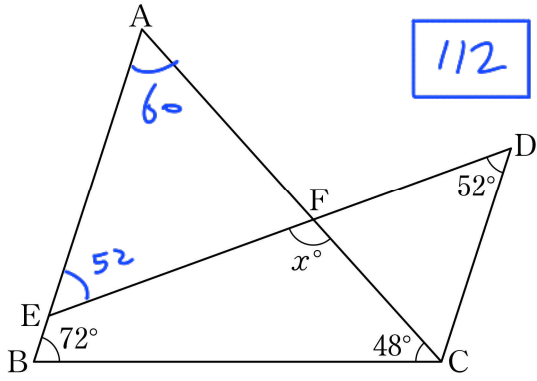
23. 연립일차방정식 $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$ 의 해가 $x=a, y=b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

6

$$3x = 15, x = 5$$

$$y = 1$$

24. 그림과 같이 $\angle B = 72^\circ$, $\angle C = 48^\circ$ 인 삼각형 ABC가 있다. 점 C를 지나고 직선 AB에 평행한 직선 위의 점 D와 선분 AB 위의 점 E에 대하여 $\angle CDE = 52^\circ$ 이다. 선분 DE와 선분 AC의 교점을 F라 할 때, $\angle EFC = x^\circ$ 이다. x 의 값을 구하시오. (단, $\angle BCD > 90^\circ$ 이고, 점 E는 점 A가 아니다.) [3점]



$72 = 60 + 52 = 112$

112

25. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, $a+b$ 가 14의 약수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [3점]

7

1 2 7 14
 (x) (x)
 2 → (1, 1) - 1개
 7 → (1, 6)
 (2, 5)
 ⋮
 (6, 1) } 6개

26. 세 실수 a, b, c 에 대하여 다음 자료의 중앙값이 6.5, 평균이 6, 최빈값이 c 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오. [4점]

9, 5, 6, 4, 8, 1, a, b

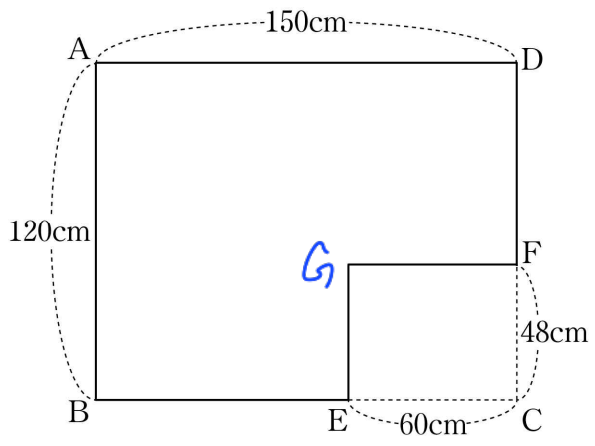
$\frac{33+a+b}{9} = 6, a+b=15$

23

1 4 5 6 8 9
 ↑
 7.8

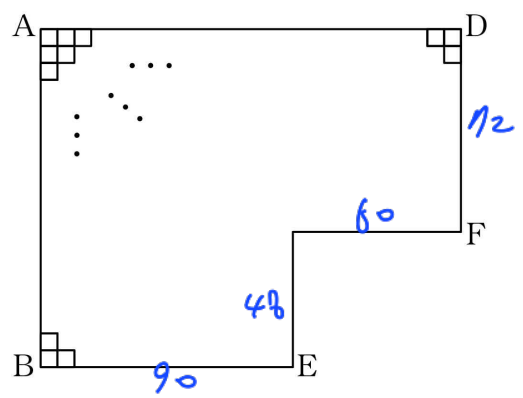
$c=8$

27. 가로와 세로의 길이가 150cm, 120cm인 직사각형 ABCD 모양의 종이가 있다. [그림1]과 같이 $\overline{CE}=60\text{cm}$ 인 선분 BC 위의 점 E와 $\overline{CF}=48\text{cm}$ 인 선분 CD 위의 점 F에 대하여 두 선분 CE, CF를 변으로 하는 직사각형 모양의 종이를 잘라내고 남은 □ 모양의 종이를 만들었다.



[그림1]

[그림2]와 같이 □ 모양의 종이의 내부에 한 변의 길이가 자연수이고 모두 합동인 정사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않고 빈틈없이 붙이려고 할 때, 붙일 수 있는 종이의 개수의 최솟값을 구하시오. [4점]



[그림2]

420

$$6 \begin{array}{cccccc} 120 & 90 & 12 & 60 & 48 & 6 \\ \hline 20 & 15 & 12 & 10 & 8 & 6 \end{array} \quad \begin{array}{c} 6 \\ \square \\ 6 \end{array}$$

$$(25 \times 20) - (8 \times 10) = 420$$

↓ ↓

□ABCD □EFCG

28. $p < q$ 인 두 소수 p, q 에 대하여 $p^2q < n \leq pq^2$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수가 308일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

18

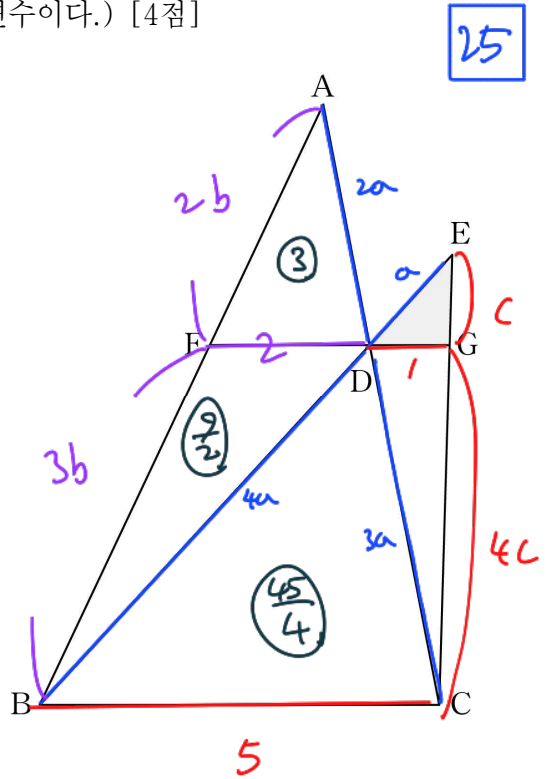
$$pq^2 - p^2q = 308$$

$$pq(q-p) = 308 = 2^2 \times 7 \times 11$$

$$q = 11$$

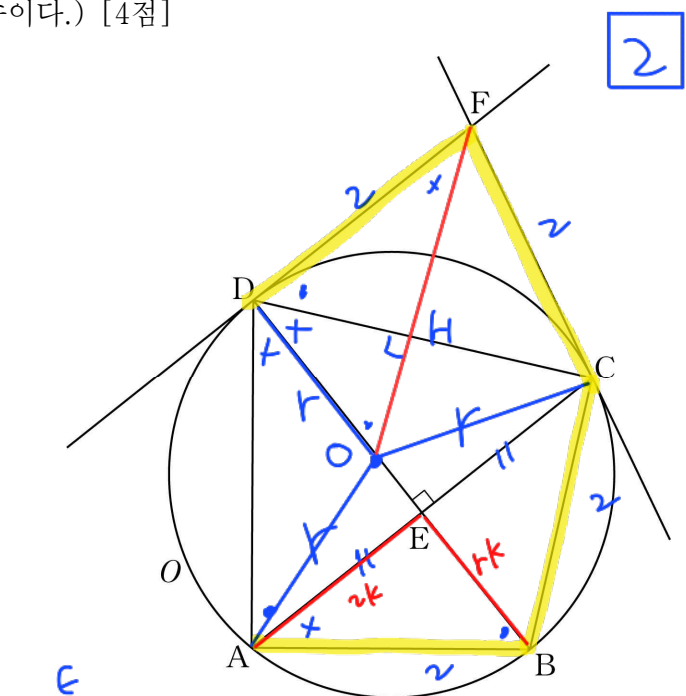
$$p = 7$$

29. 그림과 같이 삼각형 ABC의 선분 AC 위의 점 D와 직선 BD 위의 점 E에 대하여 $\overline{DE} : \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2 : 4$ 이다. 점 D를 지나고 직선 BC와 평행한 직선이 두 선분 AB, EC와 만나는 점을 각각 F, G라 할 때, $\overline{FD} = 2$, $\overline{DG} = 1$ 이고 삼각형 AFD의 넓이가 3이다. 삼각형 EDG의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 점 E는 삼각형 ABC의 외부에 있고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$\Delta AFD = 3 \rightarrow \Delta FDB = \frac{9}{2}$
 $AF:AB = 2:5 \therefore \Delta AFD : \Delta ABL = 4:25$
 $\Delta ABL = \frac{25}{4}, \Delta DBC = \frac{25}{4} - 3 - \frac{9}{2} = \frac{45}{4}$
 $\rightarrow \Delta DGE = \Delta DBC \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{9}{10}$

30. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC} = 2$ 인 삼각형 ABC에 외접하는 원 O가 있다. 점 B를 지나고 직선 AC에 수직인 직선이 원 O와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D, 선분 AC와 선분 BD가 만나는 점을 E라 하자. 원 O 위의 점 C에서의 접선과 점 D에서의 접선이 만나는 점을 F라 할 때, $\overline{FD} = 2$ 이다. $\overline{AE} = \frac{a+b\sqrt{17}}{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [4점]



$DO:OE = r:2 = EB:EA \Rightarrow EB = rk, EA = 2k$
 $4 = 4k^2 + r^2k^2$
 $4 - 2rk = 0$
 $r^2k = 2, r^2 = \frac{2}{k}$
 $4 = 4k^2 + 2k, 2k^2 + k - 2 = 0$
 $k = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{4}$
 $\overline{AE} = 2k = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ $a = -1, b = 1$
 $a^2 + b^2 = 2$

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.