

2023년 3월 대비 MC THE MATH 모의고사

수학 영역

성명

수험번호 -

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.
- 너의 그 미소로 뛰게 될 내 심장이**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고 하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

- ※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.
- **공통과목** 1~8 쪽
 - **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

출제자

정다음

- 현) 메가스터디 러셀 (강남)
- 현) 이강학원
- 현) 띩수학 연구실
- 개념원리 인강 (imath.tv)

양민석

- 고려대학교 사범대학
- iBex Forge 저자 (저서 '파블로프 모의고사', 'EBEX 수학')
- 모 연구실 수능 수학 콘텐츠 팀 총괄
- 현) 띩수학 연구실

김서천

- 고려대학교 수학교육과
- 현) 띩수학 연구실

출제 범위 - 2023년 고3 3월 학력평가 수학 영역 범위

위 시험지는 수험생들이 '2023년 고3 3월 학력평가 수학 영역'을 준비하는데 있어 도움을 주고자 제작되었습니다.
모든 문항의 저작권은 '띩수학 연구실'에 있으며 연구실의 허락 없이 문항을 상업적으로 이용하는 행위,
문항을 수정하거나 편집하여 2차 창작물로 만드는 행위 등을 금합니다.

문항의 이용을 원하시거나 모의고사 출제 관련 문의사항이 있으신 경우
math_dding@hanmail.net 로 연락주시기 바랍니다.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{-\frac{2}{3}} \times \frac{4}{\sqrt[3]{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x + 3} - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

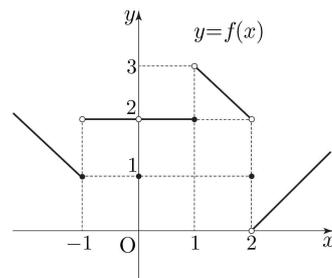
3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 2, \quad a_1 a_5 = 3a_3$$

일 때, $\frac{a_6}{a_4}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{4}$ ② 2 ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $3\cos\theta - \frac{1}{\cos\theta} = -2$ 일 때,
 $\sin\theta - \tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ③ 0
 ④ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$

6. 방정식 $x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록
 하는 모든 실수 k 의 값의 곱은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

7. 곡선 $y = x^2 - 3x + 2$ 와 직선 $y = x - 1$ 로 둘러싸인 부분의
 넓이가 곡선 $y = x^2$ 과 직선 $y = ax$ ($a > 0$)으로 둘러싸인 부분의
 넓이와 같을 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

8. 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sin \pi x$ 가 있다.
 $0 \leq t \leq 3$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 t 에서 $t+1$ 까지 변할 때의 평균변화율을 $g(t)$ 라 할 때, $|g(t)| = 1$ 을 만족시키는 모든 t 의 값의 합은? [3점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

9. $a_1 = 1$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$(4a_{n+1} - a_n)(a_{n+1} - 2a_n) = 0$$

을 만족시킨다. $a_1 = a_4 = a_7$ 일 때, $\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

10. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + \int_1^x t^2 f'(t) dt$$

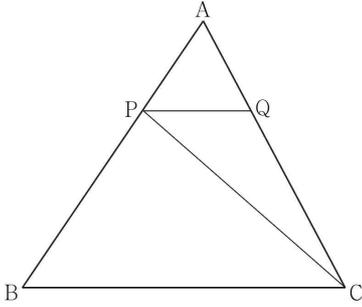
를 만족시킨다. $\int_0^\alpha f(x) dx = 0$ 을 만족시키는 0이 아닌 실수 α 의 값은? (단 a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

11. 그림과 같이 $\overline{BC}=6$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 위의 점 P와 직선 BC에 평행하고 점 P를 지나고 직선과 선분 AC가 만나는 점 Q에 대하여

$$\overline{PQ}=2, \overline{CP}=5, \cos(\angle CPQ)=\frac{3}{4}$$

일 때, 삼각형 APQ의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{7}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ③ $\frac{5\sqrt{7}}{8}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{7}}{8}$

12. 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 정수 d 의 개수는? [4점]

- (가) $a_m = 12$ 를 만족시키는 자연수 m 이 존재한다.
 (나) 3 이하의 모든 자연수 k 에 대하여 두 점 $(k, a_k), (8-k, -a_{8-k})$ 를 지나는 직선의 기울기는 일정하다.

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

13. $f(3)=0$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow t} \frac{x-t}{x^2-2tx+f(t)}$$

의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 t 의 값이 2뿐일 때, $f(0)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? [4점]

- ① -18 ② -16 ③ -14 ④ -12 ⑤ -10

14. 양수 p 와 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x)=f(x) \times |x^2-p^2|$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $f(x)$ 가 이차식일 때, $g(-1)=g(1)$ 이다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{x}$ 의 값이 존재하지 않는다.

ㄷ. $f(x)$ 의 차수가 3 이하이고 $\{x|x>3\}=\{x|g(x)>0\}$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, f(0))$ 에서의 접선은 점 $(-3, 0)$ 을 지난다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 어떤 자연수 k 에 대하여 $2^k - 1 \leq a_1 < 2^k$ 이다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n & (a_n \geq n) \\ a_n + n & (a_n < n) \end{cases}$$

이다.

$\sum_{n=1}^{16} a_n = 168$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

단답형

16. $\log_3 18 + \frac{1}{2} \log_3 \frac{81}{4}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ 이고 $f(1) = 1$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 3, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - 2)^2 = 4$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} \left(2a_k + \frac{1}{4}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 상수 a, b 에 대하여 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = at + b \quad (a \neq 0)$$

이다. 시각 $t=2$ 에서 점 P의 위치와 가속도가 모두 4일 때, 점 P가 시각 $t=0$ 에서 $t=k$ 까지 움직인 거리가 25 이하가 되도록 하는 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $f(1) = f'(1) = 2$

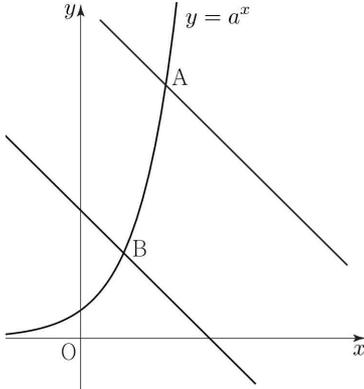
(나) $x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$f(x_2) - f(x_1) > (x_2 - x_1)(x_2 + x_1)$$

21. $a > 1$ 인 실수 a 와 상수 k 에 대하여 곡선 $y = a^x$ 이 두 직선

$$y = -x + 12, \quad y = -x + k \quad (1 < k < 12)$$

와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 점 $P(k, 0)$ 에 대하여 삼각형 BDP의 넓이가 삼각형 OBD의 넓이의 2배이고 $\overline{OD} = \overline{CP}$ 일 때, a^3 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고 점 A의 x 좌표는 점 P의 x 좌표보다 작다.) [4점]



22. 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 3 이하의 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \{f(k) - f(k-1)\} = f'(n) - 2$$
이다.

(나) 방정식 $f(x) - f'(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 가진다.

$f'(0) = 2$ 일 때, $f(0) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

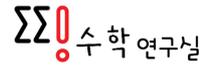
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)



5지선다형

23. ${}_3P_4$ 의 값은? [2점]

- ① 25
- ② 36
- ③ 49
- ④ 64
- ⑤ 81

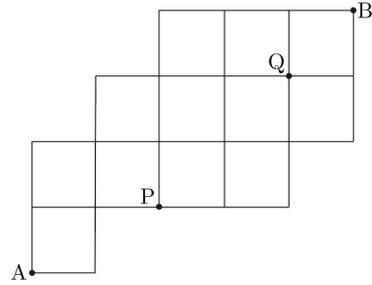
24. 7개의 문자 a, a, a, a, b, b, c 를 일렬로 나열 할 때, b 끼리 서로 이웃하지 않는 경우의 수는? [3점]

- ① 65
- ② 70
- ③ 75
- ④ 80
- ⑤ 85

수학 영역(확률과 통계)

25. 서로 같은 사탕 6개와 서로 다른 초콜릿 4개를 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 모든 학생이 사탕을 1개 이상 받을 때, 초콜릿을 받지 못한 학생이 있도록 나누어주는 경우의 수는? [3점]
- ① 360 ② 390 ③ 420 ④ 450 ⑤ 480

26. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점은 지나고, Q지점은 지나지 않으면서 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

(가) $f(1)+f(2), f(3)+f(4)$ 는 5의 배수이다.
 (나) $f(1) \leq f(3) \leq f(5)$

- ① 35 ② 40 ③ 45 ④ 50 ⑤ 55

28. 남학생 4명과 A, B를 포함한 여학생 3명이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 두 여학생 A, B의 양옆에는 각각 남학생과 여학생이 한 명씩 이웃할 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- ① 180 ② 186 ③ 192 ④ 198 ⑤ 204

단답형

29. 다음 조건을 만족시키는 6 이하의 자연수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수를 구하십시오. [4점]

(가) $a+b+c+d+e=12$

(나) $\frac{a+b+c}{d+e}$ 는 자연수이다.

30. 빨간색 카드 6장, 파란색 카드 4장, 노란색 카드 2장이 있다.

이 12장의 카드를 세 명의 학생에게 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하십시오.

(단, 같은 색의 카드끼리는 서로 구분하지 않는다.) [4점]

(가) 각 학생이 받는 카드의 색의 종류는 두 가지이다.

(나) 각 학생이 받는 카드의 수는 5 이하이다.

(다) 노란색 카드를 받는 학생은 받는 다른 색의 카드보다 노란색 카드를 더 적게 받는다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 4^n + 3^n}{4^{n-1} + 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

24. 수렴하는 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 8, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n - b_n) = 0$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

25. 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\left\{(x^2-25)\left(\frac{x}{3}\right)^n\right\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

26. 모든 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2+n+1$ 와 직선 $y=(n+2)x$ 가 만나는 두 점을 P, Q라 할 때, $\overline{PQ}=a_n$ 이라

하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - n^2}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

27. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{a_{2n} + a_{2n+2}}}{2^n + 3^{n-1}} = k \quad (k \neq 0)$$

일 때, $a_2 \geq 5$ 를 만족시키는 자연수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

28. 곡선 $y = x^2$ 위의 서로 다른 두 점 $A(-2n, 4n^2)$, B 와 y 축 위의 한 점 C 가 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

선분 AB 를 지름으로 하는 원 위에 두 점 O, C 가 있다.

점 B 의 x 좌표를 a_n , 점 C 의 y 좌표를 b_n ($b_n \neq 0$)이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

단답형

29. 두 실수 a, b 에 대하여 $x > -3$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{2n} + x + b}{x^{2n+1} + 3x^{2n} + 1}$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 구간 $(-3, \infty)$ 에서 연속일 때, 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여

$$\frac{g(b) - g(a)}{b - a} = k$$

이다. $300k^2$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]

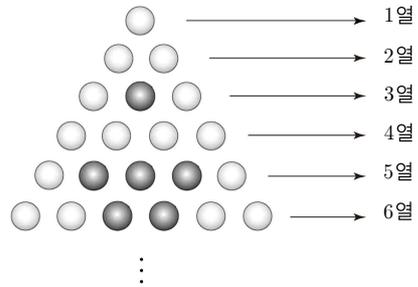
30. 그림과 같이 자연수 m 에 대하여 크기가 같은 하얀색 공이 1열에 1개, 2열에 2개, 3열에 3개, ..., m 열에 m 개씩 정삼각형 모양으로 배열되어 있다. 다음 규칙에 따라 하얀색 공들 중 일부를 검은색으로 칠한다.

- (가) 각 열의 양 끝에 위치한 공들은 색칠하지 않는다.
- (나) 어떤 공의 바로 윗 열의 왼쪽 공과 오른쪽 공의 색깔이 같으면 그 공을 검은색으로 칠하고, 색깔이 다르면 그 공은 색칠하지 않는다.

모든 자연수 n 에 대하여 색칠을 끝마친 1열부터 2^n 열까지의 공 중 하얀색 공의 개수를 a_n , 검은색 공의 개수를 b_n 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{b_n}{a_n} \right)^{\frac{1}{n}} = \frac{q}{p}$$

이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.