

2018학년도 대학수학능력시험 (나)형 16번

1. 1보다 큰 두 실수  $a, b$ 에 대하여

$$\log_{\sqrt{3}} a = \log_9 ab$$

가 성립할 때,  $\log_a b$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

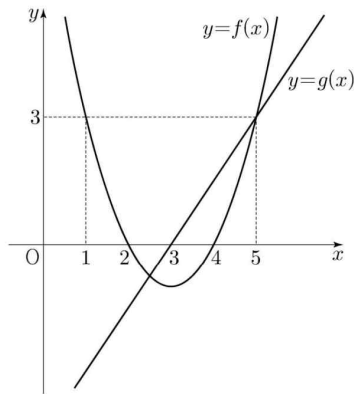
2. 직선  $x = k$ 가 두 곡선  $y = \log_2 x, y = -\log_2(8-x)$ 와  
만나는 점을 각각 A, B라 하자.  $\overline{AB} = 2$ 가 되도록 하는  
모든 실수  $k$ 의 값의 곱은? (단,  $0 < k < 8$ )

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

3. 이차함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 일차함수  $y=g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)g(x)} \geq \left(\frac{1}{8}\right)^{g(x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합은?



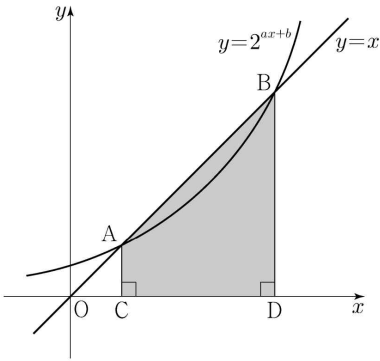
- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

4. 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $5\log_n 2$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합은?

- ① 34      ② 38      ③ 42      ④ 46      ⑤ 50

5. 곡선  $y=2^{ax+b}$ 과 직선  $y=x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.  $\overline{AB}=6\sqrt{2}$ 이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{5}{6}$



6.  $\frac{1}{2} < \log a < \frac{11}{2}$ 인 양수  $a$ 에 대하여  $\frac{1}{3} + \log \sqrt{a}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 곱은?

- ①  $10^{10}$     ②  $10^{11}$     ③  $10^{12}$     ④  $10^{13}$     ⑤  $10^{14}$

2022학년도 고3 평가원 6월 모의평가 10번

7.  $n \geq 2$ 인 자연수  $n$ 에 대하여 두 곡선

$$y = \log_n x, \quad y = -\log_n(x+3)+1$$

이 만나는 점의  $x$ 좌표가 1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합은?

- ① 30      ② 35      ③ 40      ④ 45      ⑤ 50

2023학년도 고3 평가원 9월 모의평가 11번

8. 함수  $f(x) = -(x-2)^2 + k$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수  $n$ 의 개수가 2일 때, 상수  $k$ 의 값은?

$\sqrt{3^{f(n)}}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이  $-9$ 이다.

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

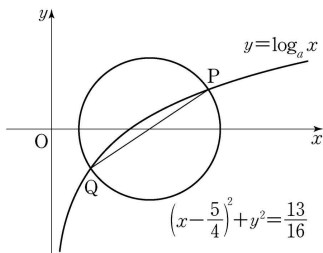
2018학년도 고3 평가원 9월 모의평가 (가)형 16번

9.  $a > 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 곡선  $y = \log_a x$ 와

원  $C: \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + y^2 = \frac{13}{16}$ 의 두 교점을 P, Q라 하자.

선분 PQ가 원 C의 지름일 때,  $a$ 의 값은?

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5



10. 네 양수  $a, b, c, k$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $k^2$ 의 값을 구하시오.

(가)  $3^a = 5^b = k^c$

(나)  $\log c = \log(2ab) - \log(2a + b)$

11. 지수함수  $y = a^x$  ( $a > 1$ )의 그래프와 직선  $y = \sqrt{3}$ 이 만나는 점을 A라 하자. 점 B(4, 0)에 대하여 직선 OA와 직선 AB가 서로 수직이 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 곱은? (단, O는 원점이다.)

- ①  $3^{\frac{1}{3}}$       ②  $3^{\frac{2}{3}}$       ③ 3      ④  $3^{\frac{4}{3}}$       ⑤  $3^{\frac{5}{3}}$

12.  $\angle A = 90^\circ$  이고  $\overline{AB} = 2\log_2 x$ ,  $\overline{AC} = \log_4 \frac{16}{x}$  인 삼각형 ABC의 넓이를  $S(x)$ 라 하자.  $S(x)$ 가  $x = a$ 에서 최댓값  $M$ 을 가질 때,  $a + M$ 의 값은? (단,  $1 < x < 16$ )

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

**13.**  $\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 직선  $y=1$ 이 두 곡선  $y=\log_a x$ ,  $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선  $y=-1$ 이 두 곡선  $y=\log_a x$ ,  $y=\log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 선분 AB를 1:4로 외분하는 점의 좌표는 (0, 1)이다.

ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면  $a = \frac{1}{2}$ 이다.

ㄷ.  $\overline{AB} < \overline{CD}$ 이면  $\frac{1}{2} < a < 1$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

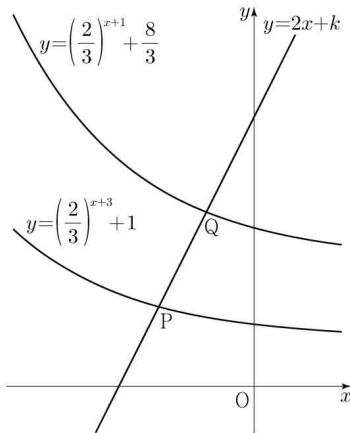
**14.**  $\log_4 2n^2 - \frac{1}{2} \log_2 \sqrt{n}$ 의 값이 40 이하의 자연수가 되도록 하는 자연수  $n$ 의 개수를 구하시오.

15. 직선  $y = 2x + k$ 가 두 함수

$$y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} + 1, \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} + \frac{8}{3}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.  $\overline{PQ} = \sqrt{5}$  일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ①  $\frac{31}{6}$     ②  $\frac{16}{3}$     ③  $\frac{11}{2}$     ④  $\frac{17}{3}$     ⑤  $\frac{35}{6}$



16. 두 상수  $a, b$  ( $1 < a < b$ )에 대하여 좌표평면 위의

두 점  $(a, \log_2 a), (b, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의  $y$ 절편과

두 점  $(a, \log_4 a), (b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의  $y$ 절편이 같다.

함수  $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여  $f(1) = 40$ 일 때,  $f(2)$ 의 값은?

- ① 760    ② 800    ③ 840    ④ 880    ⑤ 920



17. 자연수  $m(m \geq 2)$ 에 대하여  $m^{12}$ 의  $n$ 제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수  $n$ 의 개수를  $f(m)$ 이라 할 때,

$$\sum_{m=2}^9 f(m) \text{의 값은?}$$

- ① 37      ② 42      ③ 47      ④ 52      ⑤ 57

18. 다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오.

$\log_2(na - a^2)$ 과  $\log_2(nb - b^2)$ 은 같은 자연수이고

$0 < b - a \leq \frac{n}{2}$ 인 두 실수  $a, b$ 가 존재한다.

19. 두 곡선  $y=2^x$  과  $y=-2x^2+2$ 가 만나는 두 점을  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ 라 하자.  $x_1 < x_2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ.  $x_2 > \frac{1}{2}$

ㄴ.  $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ.  $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1 y_2 < 1$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 가 존재하도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오.

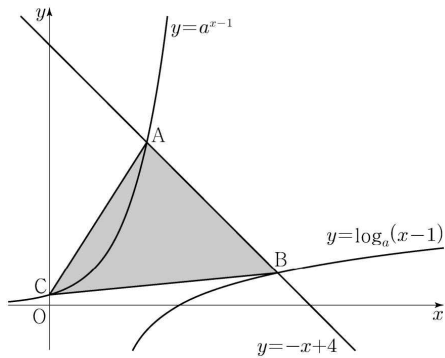
(가)  $x$ 에 대한 방정식  $(x^n - 64)f(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다.

(나) 함수  $f(x)$ 의 최솟값은 음의 정수이다.

21.  $a > 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 직선  $y = -x + 4$ 가 두 곡선

$$y = a^{x-1}, \quad y = \log_a(x-1)$$

과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 곡선  $y = a^{x-1}$ 이  $y$ 축과 만나는 점을 C라 하자.  $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이는  $S$ 이다.  $50 \times S$ 의 값을 구하시오.

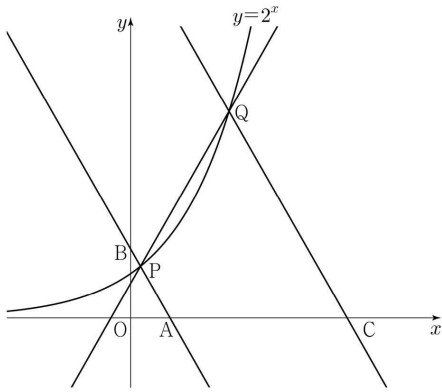


22. 자연수  $n$ 에 대하여  $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$ 의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든  $n$ 의 값의 합을 구하시오.

23. 그림과 같이 곡선  $y=2^x$  위에 두 점  $P(a, 2^a)$ ,  $Q(b, 2^b)$ 이 있다. 직선 PQ의 기울기를  $m$ 이라 할 때, 점 P를 지나며 기울기가  $-m$ 인 직선이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가  $-m$ 인 직선이  $x$ 축과 만나는 점을 C라 하자.

$$\overline{AB} = 4\overline{PB}, \quad \overline{CQ} = 3\overline{AQ}$$

일 때,  $90 \times (a+b)$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < a < b$ )



24. 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |3^{x+2} - n| & (x < 0) \\ |\log_2(x+4) - n| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수  $t$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $g(t)$ 라 할 때, 함수  $g(t)$ 의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오.

Level 1 정답

1. ③
2. ②
3. ④
4. ①
5. ④
6. ①
7. ②
8. ②

Level 2 정답

9. ③
10. 75
11. ②
12. ①
13. ③
14. 13
15. ④
16. ②
17. ③

Level 3 정답

18. 78
19. ⑤
20. 24
21. 192
22. 426
23. 220
24. 33