



03 수1

08 등차수열

01 등차수열의 일반항

02 일반항1 (관계식)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 04월 23

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 6$, $a_3 + a_6 = a_{11}$ 일 때, a_4 의 값을 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 04월 24

2. 첫째항이6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $2a_4 = a_{10}$ 일 때, a_9 의 값을 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 09월 7

3. 공차가-3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 a_7 = 64, a_8 > 0$$

일 때, a_2 의 값은?

- ① 17 ② 18 ③ 19
- ④ 20 ⑤ 21

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고2 11월 25

4. 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 = 3a_1, a_1^2 + a_3^2 = 20$$

일 때, a_5 의 값을 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 03월 4

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 + a_3 = 2(a_1 + 12)$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 04월 공통범위 2

6. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 - a_2$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 03월 공통범위 2

7. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = 100$ 일 때,

a_1 의 값은?

- ① 91 ② 93 ③ 95
- ④ 97 ⑤ 99

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 11월 3

8. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 6, a_4 + a_6 = 36$$

일 때, a_{10} 의 값은?

- ① 30 ② 32 ③ 34
- ④ 36 ⑤ 38

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고2 09월 7

9. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_6 = 25, a_8 = 23$$

일 때, a_4 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13
- ④ 14 ⑤ 15

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 예비 공통범위 16

10. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 7, a_2 + a_5 = 16$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오.

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 03월 공통범위 3

11. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = 6, 2a_7 = a_{19}$$

일 때, a_1 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

[출처] 2022 모의_공공 평가원 고3 09월 공통범위 5

12. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2a_5, a_8 + a_{12} = -6$$

일 때, a_2 의 값은?

- ① 17 ② 19 ③ 21
- ④ 23 ⑤ 25

03 수1

08 등차수열

01 등차수열의 일반항

06 중항1 (등차중항)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고2 09월 23

13. 네 수 $x, 7, y, 13$ 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때 $x+2y$ 의 값을 구하시오.

03 수1

08 등차수열

01 등차수열의 일반항

07 중항2 (등차중항을 이용한 간단한 계산)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 03월 2

14. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 5, a_5 = 11$ 일 때, a_8 의 값은?

- ① 17 ② 18 ③ 19
- ④ 20 ⑤ 21

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 3

15. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 2, a_7 = 62$ 일 때, a_5 의 값은?

- ① 30 ② 32 ③ 34
- ④ 36 ⑤ 38

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 3

16. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_3 = 20$ 일 때, a_2 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 10월 5

17. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 + a_2 + a_3 = 15, a_3 + a_4 + a_5 = 39$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공차는?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

03 수1 08 등차수열

02 등차수열의 합

02 합2 (합으로 표현된 관계식)

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 26

18. 공차가2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의

합을 S_n 이라 하자. $S_k = -16, S_{k+2} = -12$ 를 만족시키는

자연수 k 에 대하여 a_{2k} 의 값을 구하시오.

[출처] 2020 모의_공공 평가원 고3 06월 18

19. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의

합을 S_n 이라 하자. $S_k = -16, S_{k+2} = -12$ 를 만족시키는

자연수 k 에 대하여 a_{2k} 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8
- ④ 9 ⑤ 10

[출처] 2021 모의_공공 평가원 고3 06월 공통범위 7

20. 첫째항이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_6 = 2(S_3 - S_2)$ 일 때, S_{10} 의 값은?

- ① 100 ② 110 ③ 120
- ④ 130 ⑤ 140

03 수1

08 등차수열

02 등차수열의 합

03 합3 (합에 대한 성질)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 03월 17

21. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_3 = 42$ 일 때, 다음 조건을 만족시키는 4이상의 자연수 k 의 값은?

(가) $a_{k-3} + a_{k-1} = -24$

(나) $S_k = k^2$

- ① 13 ② 14 ③ 15
- ④ 16 ⑤ 17

[출처] 2022 모의_공공 사관학교 고3 07월 공통범위 21

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_6 + a_7 = -\frac{1}{2}$

(나) $a_l + a_m = 1$ 이 되도록 하는 두 자연수 $l, m(l < m)$ 의 모든 순서쌍 (l, m) 의 개수는 6이다.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제14항까지의 합을 S 라 할 때, $2S$ 의 값을 구하시오.

03 수1

08 등차수열

02 등차수열의 합

05 합5 (등차수열의 부분합)

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고2 09월 15

23. 첫째항이 양수이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 의

첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$a_k = 31, S_{k+10} = 640$ 을 만족시키는 자연수 k 에 대하여 S_k 의 값은?

- ① 200 ② 205 ③ 210
- ④ 215 ⑤ 220

03 수1

08 등차수열

02 등차수열의 합

08 수열의 합과 일반항 사이의 관계1 (기본)

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고3 03월 5

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할

때, $S_n = 2n^2 - 3n$ 이다. $a_n > 100$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은?

- ① 25 ② 27 ③ 29
- ④ 31 ⑤ 33

[출처] 2020 모의_공공 교육청 고2 11월 5

25. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라

하자. $S_n = n^3 + n$ 일 때, a_4 의 값은?

- ① 32 ② 34 ③ 36
- ④ 38 ⑤ 40

[출처] 2021 모의_공공 교육청 고3 10월 공통범위 4

26. 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의

합이 $n^2 - 5n$ 일 때, $a_1 + d$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

03 수1

08 등차수열

03 등차수열의 추론과 함수적 해석

01 추론1 (등차수열의 결합과 합성)

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 16

27. 두 실수 a, b 와 수열 $\{c_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(m+2)$ 개의 수
 $a, \log_2 c_1, \log_2 c_2, \log_2 c_3, \dots, \log_2 c_m, b$
 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

(나) 수열 $\{c_n\}$ 의 첫째항부터 제 m 항까지의 항을 모두 곱한 것은 32이다.

$a+b=1$ 일 때, 자연수 m 의 값은?

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

[출처] 2020 모의_공공 사관학교 고3 07월 26

28. 두 실수 a, b 와 수열 $\{c_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(m+2)$ 개의 수
 $a, \log_2 c_1, \log_2 c_2, \log_2 c_3, \dots, \log_2 c_m, b$ 가 이 순서대로
 등차수열을 이룬다.

(나) 수열 $\{c_n\}$ 의 첫째항부터 제 m 항까지의 항을 모두 곱한
 값은 32이다.

$a+b=1$ 일 때, 자연수 m 의 값을 구하시오.

03 수1

08 등차수열

03 등차수열의 추론과 함수적 해석

02 추론2 (함수적 해석)

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 10월 공통범위 15

29. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 두 자연수 p, q 에 대하여 $S_n = pn^2 - 36n + q$ 일 때, S_n 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 p 의 최솟값을 p_1 이라 하자.

임의의 두 자연수 i, j 에 대하여 $i \neq j$ 이면 $S_i \neq S_j$ 이다.

$p = p_1$ 일 때, $|a_k| < a_1$ 을 만족시키는 자연수 k 의 개수가 3이 되도록 하는 모든 q 의 값의 합은?

- ① 372 ② 377 ③ 382
- ④ 387 ⑤ 392

03 수1

08 등차수열

03 등차수열의 추론과 함수적 해석

03 추론3 (추론과 해석)

[출처] 2022 모의_공공 교육청 고3 03월 공통범위 13

30. 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$|S_3| = |S_6| = |S_{11}| - 3$$

을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항의 합은?

- ① $\frac{31}{5}$ ② $\frac{33}{5}$ ③ 7
- ④ $\frac{37}{5}$ ⑤ $\frac{39}{5}$

[수학1] [8등차수열] 교사평경 최근 3개년(빠른 정답)

년도별경향

2022.12.27

1. [정답] 12
2. [정답] 22
3. [정답] ③
4. [정답] 6
5. [정답] ④

6. [정답] ①
7. [정답] ①
8. [정답] ⑤
9. [정답] ①
10. [정답] 21

11. [정답] ④
12. [정답] ③
13. [정답] 24
14. [정답] ①
15. [정답] ②

16. [정답] ⑤
17. [정답] ④
18. [정답] 7
19. [정답] ②
20. [정답] ②

21. [정답] ③
22. [정답] 35
23. [정답] ⑤
24. [정답] ②
25. [정답] ④

26. [정답] ②
27. [정답] ③
28. [정답] 10
29. [정답] ①
30. [정답] ①

[수학1] [8등차수열] 교사평경 최근 3개년(해설)

년도별경향

2022.12.27

1) [정답] 12

[해설]

$a_1 = 6$ 이고 등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_3 + a_6 = (6 + 2d) + (6 + 5d) = 12 + 7d$$

$$a_{11} = 6 + 10d$$

$$a_3 + a_6 = a_{11} \text{ 이므로 } 12 + 7d = 6 + 10d \text{에서 } d = 2$$

$$\text{따라서 } a_4 = 6 + 3 \times 2 = 12$$

2) [정답] 22

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면 $2a_4 = a_{10}$ 이므로

$$2(6 + 3d) = 6 + 9d, \quad d = 2$$

$$a_9 = 6 + 8 \times 2 = 22$$

3) [정답] ③

[해설]

공차가 -3 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 초항을 a_1 이라 하면

$$\begin{aligned} a_3 a_7 &= (a_1 + (3-1) \cdot (-3)) \times (a_1 + (7-1) \cdot (-3)) \\ &= (a_1 - 6)(a_1 - 18) \end{aligned}$$

$$\text{즉, } (a_1 - 6)(a_1 - 18) = 64 \text{이므로 } a_1^2 - 24a_1 + 108 = 64$$

$$(a_1 - 2)(a_1 - 22) = 0$$

그런데, $a_8 > 0$ 이고, 공차가 -3 이므로 $a_1 = 22$ ($\because a_1 \neq 2$)

$$\therefore a_2 = a_1 + (-3) = 19$$

4) [정답] 6

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_5 = 3a_1 \text{에서 } a_1 + 4d = 3a_1, \quad a_1 = 2d \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$a_1^2 + a_3^2 = 20 \text{에서 } a_1^2 + (a_1 + 2d)^2 = 20 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } 5a_1^2 = 20$$

$$a_1^2 = 4 \text{에서 } a_1 > 0 \text{이므로 } a_1 = 2$$

$$\text{따라서 } a_5 = a_1 + 4d = 3a_1 = 6$$

5) [정답] ④

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_2 = a + d, \quad a_3 = a + 2d$$

이를 주어진 등식에 대입하면

$$(a + d) + (a + 2d) = 2(a + 12), \quad 3d = 24$$

$$\text{따라서 } d = 8$$

6) [정답] ①

[해설]

$$a_5 - a_2 = 3 \times 2 = 6$$

7) [정답] ①

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\text{그러므로 } a_4 = a_1 + (4-1) \times 3 = a_1 + 9$$

$$\text{즉, } a_1 + 9 = 100$$

$$\text{따라서 } a_1 = 91$$

8) [정답] ⑤

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_2 = a_1 + d = 6 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$a_4 + a_6 = 36 \text{에서}$$

$$(a_1 + 3d) + (a_1 + 5d) = 36$$

$$2a_1 + 8d = 36$$

$$a_1 + 4d = 18 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

㉠, ㉡에서

$$a_1 = 2, d = 4$$

따라서

$$a_{10} = 2 + 9 \times 4 = 38$$

9) [정답] ㉠

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 + a_6 = (a + 2d) + (a + 5d) = 2a + 7d = 25$$

$$a_8 = a + 7d = 23 \text{이므로 } a = 2, d = 3$$

$$\text{따라서 } a_4 = a + 3d = 2 + 3 \times 3 = 11$$

10) [정답] 21

[해설]

$$a_3 + a_4 = a_2 + a_5 \text{이므로 } a_4 = 16 - 7 = 9$$

$$\text{따라서 공차는 } d = a_4 - a_3 = 2$$

$$\therefore a_{10} = a_3 + 7d = 7 + 14 = 21$$

11) [정답] ㉣

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면 $a_4 = 6$ 에서

$$a_1 + 3d = 6 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$2a_7 = a_{19} \text{에서}$$

$$2(a_1 + 6d) = a_1 + 18d, a_1 - 6d = 0 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{을 연립하여 풀면 } a_1 = 4$$

12) [정답] ㉢

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_1 + 4d$ 이다.

$$a_1 = 2a_5 \text{이므로 } a_1 = 2(a_1 + 4d),$$

$$\text{즉 } a_1 + 8d = 0$$

등차중항에 의하여 $a_8 + a_{12} = 2a_{10} = -6$ 이므로

$$a_{10} = -3, \text{ 즉 } a + 9d = -3$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{을 연립하면 } d = -3, a = 24 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } a_2 = 24 - 3 = 21 \text{이다.}$$

13) [정답] 24

[해설]

$$2y = 7 + 13, y = 10$$

$$\text{공차가 } 3 \text{이므로 } x = 7 - 3 = 4$$

$$\text{따라서 } x + 2y = 4 + 20 = 24$$

14) [정답] ㉠

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하자.

$$a_2 = a + d = 5, a_5 = a + 4d = 11$$

$$\text{에서 } a = 3, d = 2$$

$$\text{따라서 } a_8 = a + 7d = 3 + 7 \times 2 = 17$$

15) [정답] ㉡

[해설]

$$a_5 \text{는 } a_3 \text{과 } a_7 \text{의 등차중항이므로 } a_5 = \frac{a_3 + a_7}{2} = 32$$

16) [정답] ㉤

[해설]

수열 $\{a_n\}$ 이 등차수열이므로 일반항 a_n 은

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_3 = a_1 + 2d \text{이므로 } a_1 + a_3 = 2a_1 + 2d$$

$$\text{즉, } 2a_1 + 2d = 20 \quad \therefore a_1 + d = 10$$

$$\text{따라서 } a_2 = a_1 + d = 10$$

17) [정답] ㉣

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a_1 + 2d, a_4 = a_2 + 2d, a_5 = a_3 + 2d \text{이므로}$$

$$a_3 + a_4 + a_5 = a_1 + a_2 + a_3 + 6d$$

즉, $6d = (a_3 + a_4 + a_5) - (a_1 + a_2 + a_3) = 39 - 15 = 24$

따라서 $d = 4$

18) [정답] 7

[해설]

등차수열의 합 S_n 이 $S_n = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$ 이므로 첫째항이 a 이고 공차가 $d = 2$ 를 대입하면

$$S_n = n(a + n - 1) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$S_k = -16$, $S_{k+2} = -12$ 를 만족하므로 $\textcircled{1}$ 에 $n = k$, $k + 2$ 를 각각 대입하면

$$k(a + k - 1) = -16 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$(k + 2)(a + k + 1) = -12 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2} - \textcircled{3}$ 에서 $2a + 4k = 2$ 즉, $a = 1 - 2k$ $\dots\dots \textcircled{4}$

$\textcircled{4}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $-k^2 = -16$, $k^2 = 16$

$$\therefore k = 4 (\because k > 0)$$

$\textcircled{4}$ 에 대입하면 $a = -7$

따라서 일반항 $\{a_n\}$ 이 $a_n = a + (n-1) \cdot 2 = 2n + a - 2$ 이고, $a = -7, k = 4$ 이므로

$$a_{2k} = a_8 = -7 + 7 \times 2 = 7$$

19) [정답] ②

[해설]

$$S_k = -16, S_{k+2} = -12$$

에서

$$S_{k+2} - S_k = a_{k+1} + a_{k+2} = 4$$

이고, 등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차가 2이므로

$$a_1 + 2k + a_1 + 2(k+1) = 4$$

$$a_1 + 2k + 1 = 2$$

$$a_1 = 1 - 2k \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 $S_k = -16$ 에서

$$\frac{k\{2a_1 + 2(k-1)\}}{2} = -16$$

$$k(a_1 + k - 1) = -16$$

여기에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$-k^2 = -16$$

k 는 자연수이므로

$k = 4$ 이고,

$$a_1 = 1 - 2k = -7$$

따라서

$$a_{2k} = a_8$$

$$= -7 + 7 \times 2$$

$$= 7$$

20) [정답] ②

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d , 초항 $a_1 = 2$ 이므로

$$a_n = 2 + (n-1)d \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

조건에서 $a_6 = 2(S_3 - S_2) = 2a_3$ 이므로

$$2 + 5d = 2(2 + 2d) (\because \textcircled{1})$$

즉, $2 + 5d = 4 + 4d$ 이므로 $d = 2$

등차수열의 합 $S_n = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$ 에서

$$S_n = \frac{n(4 + (n-1) \cdot 2)}{2} \text{이므로 } S_n = n(n+1)$$

$$\therefore S_{10} = 10 \times 11 = 110$$

21) [정답] ③

[해설]

$a_{k-3}, a_{k-2}, a_{k-1}$ 은 이 순서대로 등차수열을 이루므로 a_{k-2} 는 a_{k-3} 과 a_{k-1} 의 등차중항이다.

$$\text{즉, } a_{k-2} = \frac{a_{k-3} + a_{k-1}}{2} = \frac{-24}{2} = -12$$

$$\begin{aligned} S_k &= \frac{k(a_1 + a_k)}{2} = \frac{k(a_3 + a_{k-2})}{2} \\ &= \frac{k\{42 + (-12)\}}{2} = 15k \end{aligned}$$

따라서 $k^2 = 15k$ 이고 $k \neq 0$ 이므로 $k = 15$

[다른 풀이1]

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 42 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$a_{k-2} = \frac{a_{k-3} + a_{k-1}}{2}$$

$$a + (k-3)d = -12 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$S_k = \frac{k\{2a + (k-1)d\}}{2} = k^2 \text{ 이고, } k \neq 0 \text{ 이므로}$$

$$2a + (k-1)d = 2k \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{B} \text{에서 } \textcircled{A} \text{을 빼면 } a + (k-3)d = 2k - 42 \quad \dots\dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{C} \text{에서 } 2k - 42 = -12 \text{ 이므로 } k = 15$$

[다른 풀이2]

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 42, a = 42 - 2d \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$a_{k-3} + a_{k-1} = a + (k-4)d + a + (k-2)d = -24 \text{ 이므로}$$

$$a + (k-3)d = -12 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$42 - 2d + kd - 3d = -12$$

$$kd - 5d = -54 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

$$S_k = \frac{k\{2a + (k-1)d\}}{2} = k^2 \text{ 이고, } k \neq 0 \text{ 이므로}$$

$$2a + (k-1)d = 2k \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{4}$ 에 대입하면

$$84 - 4d + kd - d = 2k, kd - 5d = 2k - 84 \quad \dots\dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{5} \text{에서 } 2k - 84 = -54 \text{ 이므로 } k = 15$$

22) [정답] 35

[해설]

등차수열의 성질에 의해

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots$$

를 만족하고, 조건 (나)에서 $a_l + a_m = 1$ 을 만족하는 l, m 의 순서쌍 (l, m) 의 개수가 6이므로

$$a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots = a_6 + a_{n-5}$$

$$\text{에서 } n-5=7 \text{ 또는 } n-5=8$$

$n-5=7$ 일 때는 조건 (가)와 모순이므로 $n-5=8$ 이다.

$$\therefore a_1 + a_{13} = a_6 + a_8 = 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{조건 (가)에서 } a_6 + a_7 = -\frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$\textcircled{1}-\textcircled{2} \text{에서 } d = \frac{3}{2}$$

$$\therefore 2S = 2 \times \frac{14(a_1 + a_{14})}{2}$$

$$= 14(a_1 + a_{13} + d)$$

$$= 14\left(1 + \frac{3}{2}\right)$$

$$= 35$$

23) [정답] ⑤

[해설]

$$S_{k+10} = S_k + (a_{k+1} + a_{k+2} + \dots + a_{k+10})$$

수열 $\{a_n\}$ 의 공차가 2이므로

$$640 = S_k + \{(a_k + 2) + (a_k + 4) + \dots + (a_k + 20)\}$$

$$= S_k + \left\{10 \times 31 + \frac{10 \times (2 + 20)}{2}\right\}$$

$$S_k = 640 - (310 + 110)$$

따라서 $S_k = 220$

[다른 풀이]

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a 라 하면

$$a_k = a + (k-1) \times 2 = 31$$

$$S_{k+10} = \frac{(k+10)\{2a + (k+9) \times 2\}}{2} = 640$$

$$\text{위 두 식을 연립하면 } k^2 - 32k + 220 = 0$$

$$(k-10)(k-22) = 0, k = 10 \text{ 또는 } k = 22$$

$$k = 10 \text{ 일 때, } a = 13$$

$$k = 22 \text{ 일 때, } a = -11$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } k = 10, a = 13$$

$$\text{따라서 } S_k = S_{10} = \frac{10(2 \times 13 + 9 \times 2)}{2} = 220$$

24) [정답] ②

[해설]

$$a_1 = S_1 = -1$$

$n \geq 2$ 일 때

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= (2n^2 - 3n) - \{2(n-1)^2 - 3(n-1)\} \\ &= 4n - 5 \end{aligned}$$

그러므로 $a_n = 4n - 5$ ($n \geq 1$)

$$a_n > 100 \text{ 에서 } 4n - 5 > 100$$

$$n > \frac{105}{4} = 26. \dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 27이다.

25) [정답] ④

[해설]

$$\begin{aligned} a_4 &= S_4 - S_3 \\ &= (4^3 + 4) - (3^3 + 3) \\ &= 68 - 30 \\ &= 38 \end{aligned}$$

26) [정답] ②

[해설]

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라

하면 $S_1 = 1^2 - 5 \times 1 = -4$, $S_2 = 2^2 - 5 \times 2 = -6$

그러므로 $a_2 = S_2 - S_1 = -6 - (-4) = -2$

따라서 $a_1 + d = a_2 = -2$

27) [정답] ③

[해설]

(가)에서 등차수열의 합을 이용하면

$$a + \log_2 c_1 + \dots + \log_2 c_m + b = \frac{(a+b)(m+2)}{2}$$

$$\log_2 c_1 + \dots + \log_2 c_m + 1 = \frac{(m+2)}{2} \quad (\because a+b=1)$$

$$\log_2 c_1 + \dots + \log_2 c_m = \frac{m}{2} \quad \dots \textcircled{㉠}$$

(나)에서 $c_1 \times \dots \times c_m = 32 \quad \dots \textcircled{㉡}$

㉠에서 $\log_2(c_1 \times \dots \times c_m) = \log_2 32 = 5$

㉡에서 $\log_2(c_1 \times \dots \times c_m) = \frac{m}{2}$

$$\therefore \frac{m}{2} = 5 \quad \therefore m = 10$$

28) [정답] 10

[해설]

등차수열의 합에서

$$\log_2 c_1 + \dots + \log_2 c_m = m \times \frac{a+b}{2} = \frac{m}{2}$$

$$\log_2(c_1 \times \dots \times c_m) = \log_2 32 = 5 = \frac{m}{2}$$

$$\therefore m = 10$$

29) [정답] ①

[해설]

S_n 이 주어진 조건을 만족시키면 $i \neq j$ 인 임의의 두 자연수

i, j 에 대하여

$$S_i - S_j \neq 0 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} S_i - S_j &= (pi^2 - 36i + q) - (pj^2 - 36j + q) \\ &= (i-j)(pi + pj - 36) \neq 0 \end{aligned}$$

따라서 $i + j \neq \frac{36}{p}$

$p \leq 4$ 이면 $i + j = \frac{36}{p}$ 인 서로 다른 두 자연수

i, j 가 존재한다.

$p = 5$ 이면 $i + j = \frac{36}{p}$ 인 서로 다른 두 자연수

i, j 가 존재하지 않는다.

따라서 p 의 최솟값은 5, 즉 $p_1 = 5$ 이다.

$p = 5$ 일 때 $S_n = 5n^2 - 36n + q$ 이므로

$$a_1 = S_1 = q - 31$$

$n \geq 2$ 일 때, $a_n = S_n - S_{n-1} = 10n - 41$

이때

$$a_2 = -21, a_3 = -11, a_4 = -1, a_5 = 9, a_6 = 19, a_7 = 29, \dots$$

$|a_k| < a_1$ 을 만족시키는 자연수 k 의 개수가 3이므로

k 의 값은 3, 4, 5이다.

$$11 < a_1 \leq 19, 11 < q - 31 \leq 19$$

$$42 < q \leq 50$$

이다. 따라서 모든 q 의 값의 합은

$$43 + 44 + \dots + 50 = \frac{8 \times (43 + 50)}{2} = 372$$

30) [정답] ①

[해설]

수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하자. $d \geq 0$ 이면 수열 $\{a_n\}$ 의

첫째항이 양수이므로 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n > 0$ 이 되어

조건을 만족시키지 않는다. 따라서 $d < 0$ 이어야 한다.

(i) $S_3 = S_6$ 인 경우

$$\frac{3(2a_1 + 2d)}{2} = \frac{6(2a_1 + 5d)}{2} \text{에서}$$

$$a_1 = -4d \text{이므로}$$

$$S_3 = S_6 = -9d > 0,$$

$$S_{11} = \frac{11(2a_1 + 10d)}{2} = 11d < 0$$

$$\text{즉, } S_3 = -S_{11} - 3 \text{에서}$$

$$-9d = -11d - 3, \quad d = -\frac{3}{2}$$

$$a_1 = -4d = 6$$

(ii) $S_3 = -S_6$ 인 경우

$$\frac{3(2a_1 + 2d)}{2} = -\frac{6(2a_1 + 5d)}{2} \text{에서}$$

$$a_1 = -2d \text{이므로}$$

$$S_3 = -S_6 = -3d > 0$$

$$S_{11} = \frac{11(2a_1 + 10d)}{2} = 33d < 0$$

$$\text{즉, } S_3 = -S_{11} - 3 \text{에서}$$

$$-3d = -33d - 3, \quad d = -\frac{1}{10}$$

$$a_1 = -2d = \frac{1}{5}$$

(i), (ii)에서 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 의

첫째항의 합은 $6 + \frac{1}{5} = \frac{31}{5}$ 이다.