

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 다항식 $(x^3+3)^5$ 의 전개식에서 x^9 의 계수는? [2점]

- ① 30
- ② 60
- ③ 90
- ④ 120
- ⑤ 150

$$5C_r \times x^{3r} \times 3^{5-r} \Rightarrow r=3$$

$$5C_3 \times 9$$

24. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 4000 이상인 홀수의 개수는? [3점]

- ① 125
- ② 150
- ③ 175
- ④ 200
- ⑤ 225



$$2 \times 3 \times 5^2$$

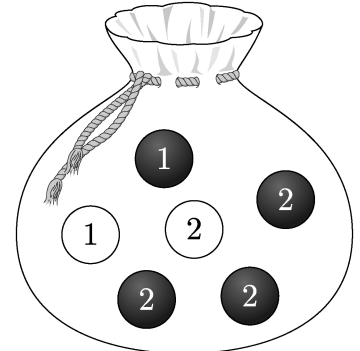
25. 흰색 마스크 5개, 검은색 마스크 9개가 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 3개의 마스크를 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 마스크 중에서 적어도 한 개가 흰색 마스크일 확률은? [3점]

- ① $\frac{8}{13}$ ② $\frac{17}{26}$ ③ $\frac{9}{13}$ ④ $\frac{19}{26}$ ⑤ $\frac{10}{13}$

전체 $\Rightarrow 14C_3$
 부정 $\Rightarrow 9C_3$ (세 검정) $\rightarrow \frac{3}{13}$

26. 주머니에 1이 적힌 흰 공 1개, 2가 적힌 흰 공 1개, 1이 적힌 검은 공 1개, 2가 적힌 검은 공 3개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 3개의 공 중에서 흰 공이 1개이고 검은 공이 2개인 사건을 A, 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수를 모두 곱한 값이 8인 사건을 B라 할 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{11}{20}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{13}{20}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{3}{4}$



$A \Rightarrow 2C_1 \times 4C_2$ (흰1, 검2) $\rightarrow 2$ 개
 $B \Rightarrow 4C_3$ ('2'인 공 4개 중 3개) $\rightarrow 4$ 개
 $A \cap B \Rightarrow 1 \times 3C_2 \rightarrow 3$ 개

$$\frac{16-3}{20}$$

27. 어느 회사에서 생산하는 샴푸 1개의 용량은 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 16개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $746.1 \leq m \leq 755.9$ 이다. 이 회사에서 생산하는 샴푸 중에서 n 개를 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구하는 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 일 때, $b-a$ 의 값이 6 이하가 되기 위한 자연수 n 의 최솟값은? (단, 용량의 단위는 mL이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 70 ② 74 ③ 78 ④ 82 ⑤ 86

$a \Rightarrow m$ 도출 (대칭성) $\rightarrow m = 751$

$\hookrightarrow \sigma$ 도출

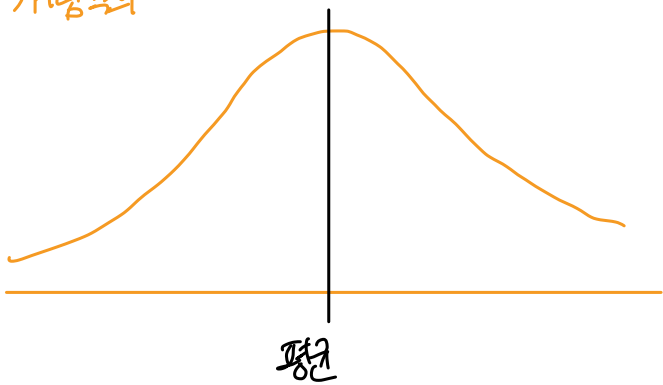
" $\frac{755.9 - 751}{\frac{\sigma}{4}} = 1.96 \rightarrow \sigma = 10$

$b \Rightarrow b - a = 2 \times 2.58 \times \frac{10}{\sqrt{n}} \leq 6$

$= 20 \times 0.43 \leq \sqrt{n}$

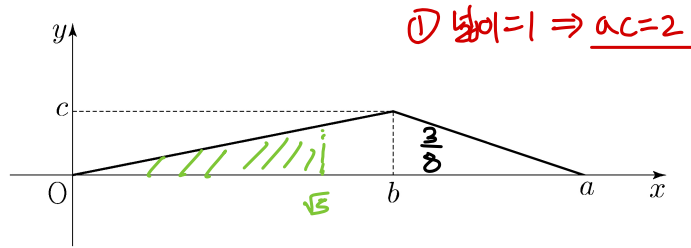
$= 8.6 \leq \sqrt{n}$

'개념주의'



'대칭' : 등차중항 활용!!

28. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq a$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프가 그림과 같다.



$P(X \leq b) - P(X \geq b) = \frac{1}{4}$, $P(X \leq \sqrt{5}) = \frac{1}{2}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

② $2P(X \leq b) - 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow P(X \leq b) = \frac{5}{8} \Rightarrow bc = \frac{5}{4}$

③ $\frac{c}{6} \times 5 = 1 \Rightarrow b = 5c$

$\therefore c = \frac{1}{2}, b = \frac{5}{2}, a = 4$

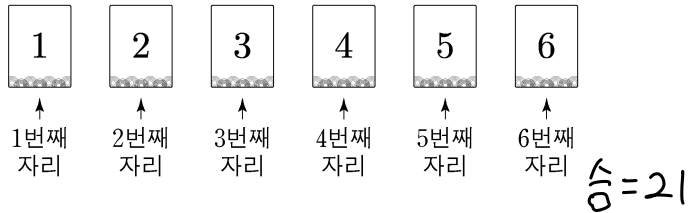
'개념'

통계 = '적분 넓이 문제'

ex) $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$

단답형

29. 앞면에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있고 뒷면에는 모두 0이 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드가 그림과 같이 6 이하의 자연수 k 에 대하여 k 번째 자리에 자연수 k 가 보이도록 놓여 있다.



이 6장의 카드와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

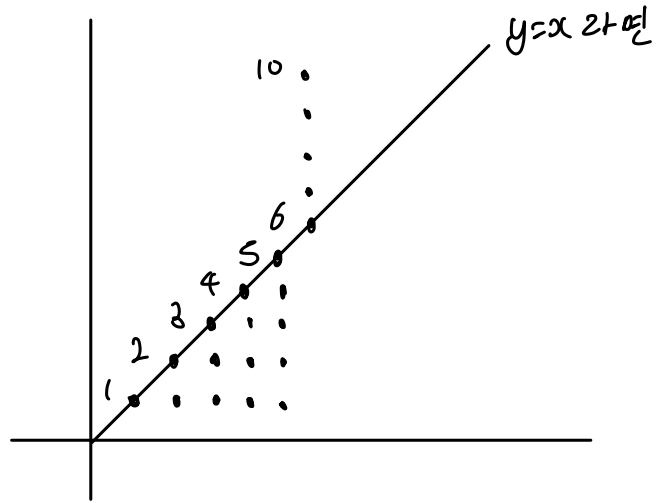
주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k 이면 k 번째 자리에 놓여 있는 카드를 한 번 뒤집어 제자리에 놓는다.

위의 시행을 3번 반복한 후 6장의 카드에 보이는 모든 수의 합이 짝수일 때 / 주사위의 1의 눈이 한 번만 나왔을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

상황: $\bar{0}$ 3개 $\bar{2}$ 3개
 $\bar{0} \rightarrow$ 2개 or 0개 남아야 함.
 ① $\bar{0} = 0$ 개 $\rightarrow 3! \rightarrow 6 \rightarrow 6$ 개
 ② $\bar{0} = 2$ 개 $\rightarrow \bar{0} \bar{2} \bar{2}$ and some : $3C_2 \times 2C_1 \times 3C_1 \rightarrow 27$ 개
 and diff. : $3C_1 \times 2C_2 \times 3! \Rightarrow 54$ 개 } 27개
 $\rightarrow \bar{0} \bar{0} \bar{0}$) $AAB \rightarrow 3C_2 \times 3(2 \times 2)$ } 6
 $AAA \rightarrow 3$ } 3
 $\hookrightarrow \bar{0}$ 3개 } 중복 } 6
 $\frac{39}{108} = \frac{13}{36} = \boxed{49}$

30. 집합 $X = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 9 이하의 모든 자연수 x 에 대하여 $f(x) \leq f(x+1)$ 이다. \rightarrow 증복조합
- (나) $1 \leq x \leq 5$ 일 때 $f(x) \leq x$ 이고, $6 \leq x \leq 10$ 일 때 $f(x) \geq x$ 이다.
- (다) $f(6) = f(5) + 6$ Case 시작



- ① $f(5)=1 \rightarrow f(6)=7 : f(7)=7 \sim 10, f(8)=8 \sim 10, f(9)=9, 10$
 $f(7)=7 \rightarrow 2$
 $f(8)=8 \rightarrow 2$
 $f(9)=9 \rightarrow 1$
 $f(10)=10 \rightarrow 1$ } 14
 $f(7)=8 \rightarrow 5$ Same
 $f(8)=9 \rightarrow 3$
 $f(9)=10 \rightarrow 1$
 - ② $f(5)=2 \rightarrow f(6)=8 : f(7)=8 \sim 10 \Rightarrow 9$ 개 } 36개
 $f(7) \sim f(9) = 1 \text{ or } 2 : 4$ 개
 - ③ $f(5)=3 \rightarrow f(6)=9 : f(7)=9, 10 \rightarrow 3$ 개 } 30개
 $(1 \leq f(2) \sim f(4) \leq 3) \Rightarrow 8H_3 \rightarrow 10$
 - ④ $f(5)=4 \rightarrow f(6)=10 : (1 \leq f(2) \sim f(4) \leq 4) \rightarrow 4H_3 \rightarrow 20$ 개
- $\therefore \boxed{100}$ 개

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.