

2023학년도 대학수학능력시험 모의고사 문제지

수학 영역

홀수형

성명

수험번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.
- 시대처럼 올 아침을 기다리는 최후의 나
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.
- 공통과목 1~8 쪽
- 선택과목
미적분 9~12 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. $(3^3 \times 9^{-\sqrt{2}})^{3+2\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

2. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

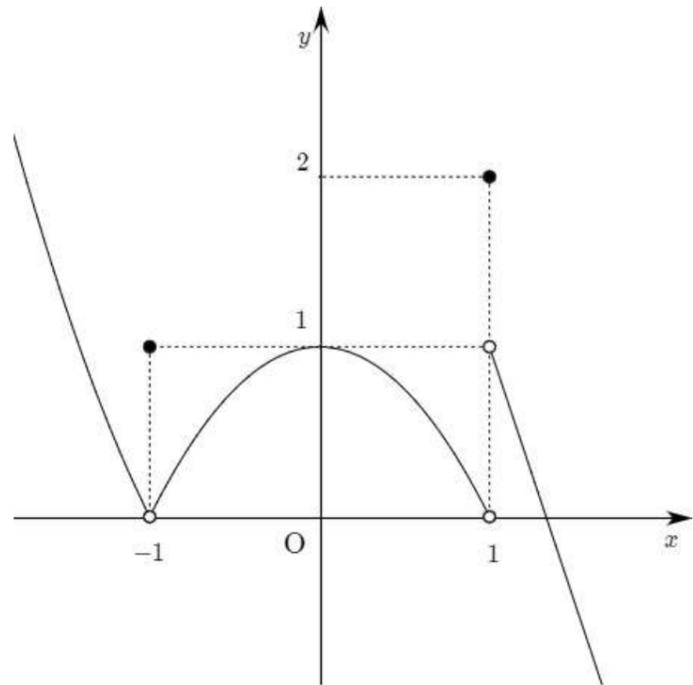
3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 1, a_4 \times a_5 = 4\sqrt{2}$$

일 때, a_7 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{S_n\}$ 을

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

라 할 때, $S_n = 2n^2 - 4n$ 이다. a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

6. $0 \leq x < 2\pi$ 에서 $\sin^3 x - \sin x \cos^2 x = 0$ 의 모든 근의 합은? [3점]

- ① 4π ② 5π ③ 6π ④ 7π ⑤ 8π

7. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$$

이다. $f(1) = 3$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

8. 2보다 큰 실수 a 에 대해 함수

$$f(x) = \int_0^x t(t-2)(t-a)dt$$

의 극댓값이 6일 때, a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 4t^3 + at + b$$

이다. P는 $t=0$ 일 때 출발한 후 운동방향을 바꾸지 않으며 $t=1$ 에서 P의 속도는 0이다. $t=0$ 에서 $t=1$ 까지 P가 이동한 거리는? (단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 서로 다른 세 양수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a^b = 3^c$
 (나) $b^2 = ac$
 (다) $9^{a-b} = 3^{b-c}$

$a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 60 ② 61 ③ 62 ④ 63 ⑤ 64

11. 일차함수 $f(x) = -2x + a$ ($a > 2$)와 $k > 1$ 인 실수 k 에 대해 함수 $f(x)$ 의 그래프와 y 축, 두 곡선 $y = k^{3x}$, $y = \log_k x$, x 축이 만나는 점을 각각 A, B, C, D 라 하자. $\frac{1}{3}\overline{BC} = \overline{AB} = \overline{CD}$ 일 때, 삼각형 OBC의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① 14 ② $\frac{29}{2}$ ③ 15 ④ $\frac{31}{2}$ ⑤ 16

12. 최고차항의 계수가 a 인 사차함수 $f(x)$ 와 실수 p 에 대해 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) \left| \frac{x}{x-1} \right| & (x \neq 1) \\ p & (x = 1) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

(나) $g(x)$ 의 최솟값은 $-\frac{1}{4}$ 이다.

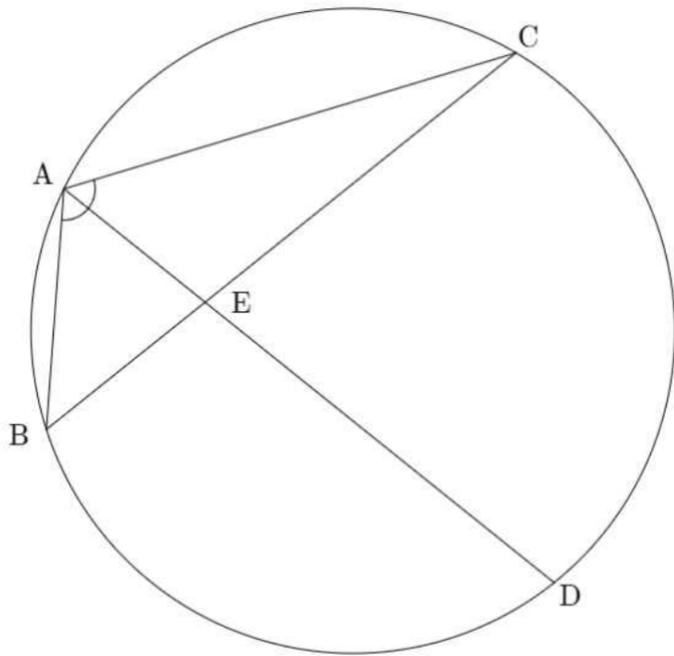
$g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

13. $2\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 반지름이 $\frac{25}{8}$ 인 원에 내접하는 삼각형

ABC가 있다. $\angle BAC$ 의 이등분선이 원과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 D, \overline{BC} 와 만나는 점을 E라고 하자. $\overline{BD}=5$ 일 때, \overline{AE} 의 길이는? (단, $\angle BAC > \frac{\pi}{2}$) [4점]

- ① $\frac{2\sqrt{17}}{17}$ ② $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ ③ $\frac{6\sqrt{17}}{17}$
 ④ $\frac{8\sqrt{17}}{17}$ ⑤ $\frac{10\sqrt{17}}{17}$



14. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq x < k$ 에서 $f(x)$ 의 그래프는 삼차함수의 그래프의 일부이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x-k) + k$

함수 $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. $f\left(\frac{k}{2}\right) = \frac{f(0)+f(k)}{2}$
 ㄴ. $f(k) = 0$ 일 때, $g(2k) = 0$ 이다.
 ㄷ. $\sum_{n=1}^{10} g(nk) = 0$ 일 때, $f(3k) + f(4k) = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 $0 \leq a_1 \leq 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (0 \leq a_n < 1) \\ 4 - 2a_n & (1 \leq a_n \leq 2) \end{cases}$$

을 만족한다. 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = a_{n+p}$ 를 만족시키는 p 의 최솟값이 m 이 되도록 하는 a_1 값의 개수를 b_m 이라 하자.

예를 들어, 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = a_{n+1}$ 를 만족시키는

a_1 은 $0, \frac{4}{3}$ 뿐이므로 $b_1 = 2$ 이다. $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값은? [4점]

- ① 52 ② 54 ③ 56 ④ 58 ⑤ 60

단답형

16. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 좌표평면에서 $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프는 점 $(3, 7)$ 을 지나고 점근선의 방정식은 $y = 5$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하십시오. [3점]

18. 곡선 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$ 와 이차함수 $g(x) = x^2 + k$ 에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합을 구하십시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대해

$$\{f(x) - a\}^2 = \{g(x)\}^2$$

를 만족한다. $g(x)$ 의 최솟값이 -4 일 때, 가능한 모든 a 의 값의 합은 8이고 곱은 k 이다. k^2 의 값을 구하십시오. [4점]

19. 방정식 $x^2 - (2n+1)x + (n^2+n) = 0$ 의 두 실근을 각각 α_n, β_n ($\alpha_n < \beta_n$)라 하자. $\sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{\alpha_n} - \frac{1}{\beta_n} \right) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하십시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

21. 정의역이 $\{x \mid -1 < x < 1\}$ 인 함수 $f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 곡선 $y = g(x)$ 위의 두 점 $P(a, g(a))$ 와 $Q(b, g(b))$ ($0 < a < b$)가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $ab = 1$

(나) $g(b) - g(a) = \frac{1}{3}$

삼각형 OPQ의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 최고차항의 계수가 1이고, $f(a) = f'(a) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대해 방정식

$$f(x) = t(x-a)$$

의 서로 다른 모든 실근의 곱을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 0이 아닌 실수 α 에 대해 $t = \alpha$ 에서만 $g(t)$ 가 불연속이다.

(나) $g(\alpha) = \frac{9}{2}$

$f(2)$ 의 최댓값을 구하시오 (단, a 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\ln(1+6x)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

24. 곡선 $x^2 - xy^2 + y = 3$ 위의 점 (2,1)에서의 접선의 기울기는?

[3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

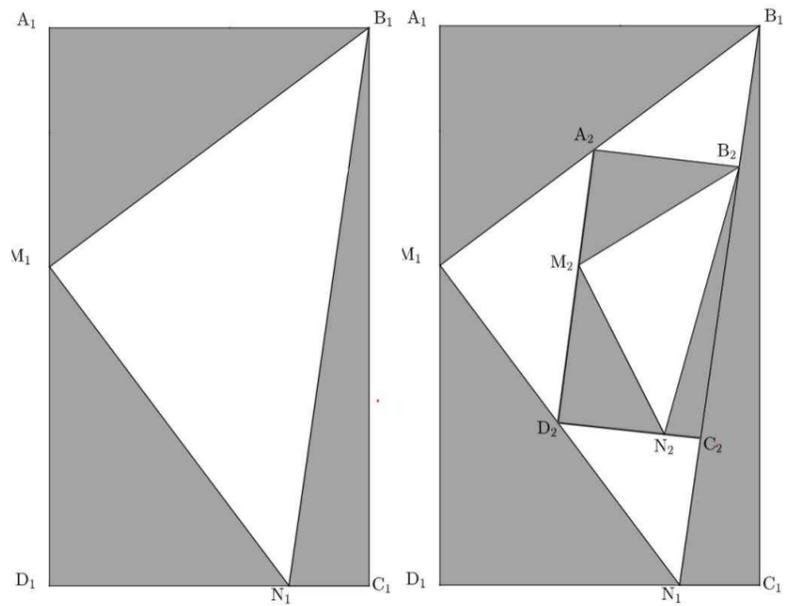
25. 곡선 $y = \ln x^2$ 와 x 축, 직선 $y = 2$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [3점]

- ① $2(e-1)$ ② $4(e-1)$ ③ $6(e-1)$
- ④ $8(e-1)$ ⑤ $10(e-1)$

26. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 4$, $\overline{A_1D_1} = 7$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 을 3:4으로 내분하는 점을 M_1 이라 하고, 선분 C_1D_1 을 1:3으로 내분하는 점을 N_1 이라 하자. 삼각형 $B_1M_1N_1$ 의 외부와 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 B_1M_1 위의 점 A_2 , 선분 B_1N_1 위의 두 점 B_2 , C_2 와 M_1N_1 위의 점 D_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = 4 : 7$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 색칠하여 얻은 도형을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[4점]



- ① $\frac{279}{10}$ ② $\frac{279}{11}$ ③ $\frac{93}{4}$ ④ $\frac{279}{13}$ ⑤ $\frac{279}{14}$

27. 함수 $f(x) = \sin^2 x (0 \leq x \leq \pi)$ 에 대하여 $f(x) = t (0 \leq t < 1)$ 의 두 실근의 차를 $g(t)$ 라 하자. $g'(\frac{1}{2}) \times g(\frac{1}{2})$ 의 값은? [3점]
- ① -2π ② $-\pi$ ③ 0 ④ π ⑤ 2π

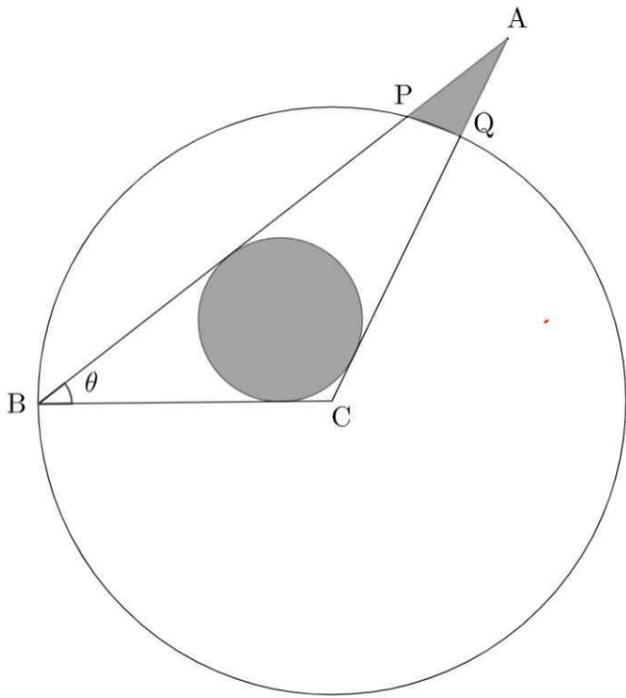
28. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가
- $$g(x) = \cos f(x)$$
- 이다. $g(x)$ 가 $x > 0$ 에서 극대 또는 극소를 가지는 점의 x 좌표를 작은 것부터 차례대로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots$ 라 하자. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 집합 $\{g(\alpha_n) \mid n \text{은 자연수}\}$ 의 원소의 개수는 2이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f(\alpha_{10})$

- $|f(\alpha_{30}) - f(\alpha_1)|$ 의 값은? [4점]
- ① 7π ② 9π ③ 11π
 ④ 13π ⑤ 15π

단답형

29. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=1$, $\angle ABC = \theta$ 인 삼각형 ABC가 있다. 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원과 삼각형 ABC가 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 ABC의 내접원의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 APQ의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) \times \theta^3}{g(\theta)} = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 증가하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^{\ln x} \frac{1}{f(e^t)} dt$$

라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $nf(n) = 2n - 1$ ($n = 1, 2$)
 (나) $g(5) = 2$
 (다) 모든 실수 x 에 대해 $f(x+1) - f(x) = \alpha$

$f(x)$ 의 역함수를 $h(x)$ 라 할 때 $\int_1^3 g(h(x)) dx = a - \ln b$ 이다. $a+b+2\alpha$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.