34

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 모든 실수 t에 대하여

$$(1+t^2)\{g(t+1)-g(t)\}=2t$$

이고, $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{\ln 10}{4}$, $f(1)=4+\frac{\ln 17}{8}$일 때,

$2\{f(4)+f(-4)\}-\int_{-4}^{4} f(x)dx$의 값을 구하시오. [4점] 16

$y=f(x)$ 위 점 $(t, f(t))$ 에서 접.방.

$y=f'(t)(x-t)+f(t)$

$\therefore g(t)=-tf'(t)+f(t)$

$$g(t+1)-g(t)=\frac{2t}{1+t^2}$$

$$\int_t^{t+1} g(x)dx = \int \frac{2t}{1+t^2}dt$$

$$-(t+1)f(t+1)+tf(t)+2\int_t^{t+1} f(x)dx = \ln(1+t^2)+C$$

$\longrightarrow t=0$ 대입

$$-4-\frac{\ln 17}{8}+2\left(-\frac{\ln 10}{4}\right)=C \quad \left(\because \int_0^1 f(x)dx=-\frac{\ln 10}{4},\ f(1)=4+\frac{\ln 17}{8}\right)$$

$$\therefore C=-4-\frac{\ln 17}{8}-\frac{\ln 10}{2}$$

$$\therefore -(t+1)f(t+1)+tf(t)+2\int_t^{t+1} f(x)dx = \ln(1+t^2)-4-\frac{\ln 17}{8}-\frac{\ln 10}{2}$$

34

2019학년도 6월 평가원(가형) 30번

— $t=-4$ 대입 : $3f(-3)-4f(-4)+2\int_{-4}^{-3}f(x)dx = \ln 17-4-\frac{\ln 17}{8}-\frac{\ln 10}{2}$

— $t=-3$ 대입 : $2f(-2)-3f(-3)+2\int_{-3}^{-2}f(x)dx = \ln 10-4-\frac{\ln 17}{8}-\frac{\ln 10}{2}$

— $t=-2$ 대입 : $f(-1)-2f(-2)+2\int_{-2}^{-1}f(x)dx = \ln 5-4-\frac{\ln 17}{8}-\frac{\ln 10}{2}$

— $t=-1$ 대입 : $-f(-1)+2\int_{-1}^{0}f(x)dx = \ln 2-4-\frac{\ln 17}{8}-\frac{\ln 10}{2}$

— $t=0$ 대입 : $-f(1)+2\int_{0}^{1}f(x)dx = -4-\frac{\ln 17}{8}-\frac{\ln 10}{2}$

— $t=1$ 대입 : $-2f(2)+f(1)+2\int_{1}^{2}f(x)dx = \ln 2-4-\frac{\ln 17}{8}-\frac{\ln 10}{2}$

— $t=2$ 대입 : $-3f(3)+2f(2)+2\int_{2}^{3}f(x)dx = \ln 5-4-\frac{\ln 17}{8}-\frac{\ln 10}{2}$

— $t=3$ 대입 : $-4f(4)+3f(3)+2\int_{3}^{4}f(x)dx = \ln 10-4-\frac{\ln 17}{8}-\frac{\ln 10}{2}$

$$+)\ -4\{f(4)+f(-4)\}+2\int_{-4}^{4}f(x)dx = \ln(10^4\times 17)-\ln 17-\ln 10^4-32$$

$$=-32$$

$\therefore 2\{f(4)+f(-4)\}-\int_{-4}^{4}f(x)dx = 16$