23

2017학년도 9월 평가원(가형) 21번

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$
(나) $g(x) = \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x e^{t^2} f(t)\,dt$

$f(1) = \dfrac{1}{e}$일 때, $f(2) - g(2)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{16}{3e^4}$　② $\dfrac{6}{e^4}$　③ $\dfrac{20}{3e^4}$

④ $\dfrac{22}{3e^4}$　⑤ $\dfrac{8}{e^4}$

$g(x) = \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x f(t)dt$

$= \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x 2t \cdot e^{t^2} \cdot \dfrac{f(t)}{t}\,dt$

$= \dfrac{4}{e^4}\left\{\left[e^{t^2} \cdot \dfrac{f(t)}{t}\right]_1^x - \displaystyle\int_1^x t^2 dt\right\}$ (∵ 조건 가)

$= \dfrac{4}{e^4}\left\{e^{x^2} \cdot \dfrac{f(x)}{x} - \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{2}{3}\right\}$

$\therefore g(2) = f(2) - \dfrac{20}{3e^4}$

$\therefore f(2) - g(2) = \dfrac{20}{3e^4}$