17

2016학년도 9월 평가원(B형) 30번

양수 a와 두 실수 b, c에 대하여 함수 $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$은 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)$는 $x = -\sqrt{3}$과 $x = \sqrt{3}$에서 극값을 갖는다.
> (나) $0 \le x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여
> $f(x_2) - f(x_1) + x_2 - x_1 \ge 0$이다.

세 수 a, b, c의 곱 abc의 최댓값을 $\frac{k}{e^3}$라 할 때, $60k$의 값을 구하시오. [4점] 15

$$f'(x) = \{ax^2 + (2a+b)x + b + c\}e^x$$

$$= a(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})e^x$$

$\therefore 2a+b=0,\ b+c=-3a \longrightarrow b=-2a,\ c=-a$

sol1) 나 조건 해석 1

$f(x_2)+x_2 \ge f(x_1)+x_1$

$f(x)+x = g(x)$라 할 때,

$0 \le x_1 < x_2$ 에서 $g(x_2) \ge g(x_1)$ 이기 때문에

$g(x)$는 단조증가 함수임을 알 수 있다.

$\therefore g'(x) \ge 0 \longrightarrow f'(x) \ge -1$

sol2) 나 조건 해석 2

$$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} \ge -1$$

$$\lim_{x_2 \to x_1} \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} \ge \lim -1$$

$\therefore f'(x) \ge -1$

17

2016학년도 9월 평가원(B형) 30번

$f''(x) = a(x+3)(x-1)e^{x}$

$\longrightarrow f'(x)$ $x=1$ 에서 최소

$f'(1) = -2ae \geq -1$

$\therefore 0 < a \leq \frac{1}{2e}$

$abc = 2a^3 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{e^3}$

$\therefore k = \frac{1}{4}$

$\therefore 60k = 15$