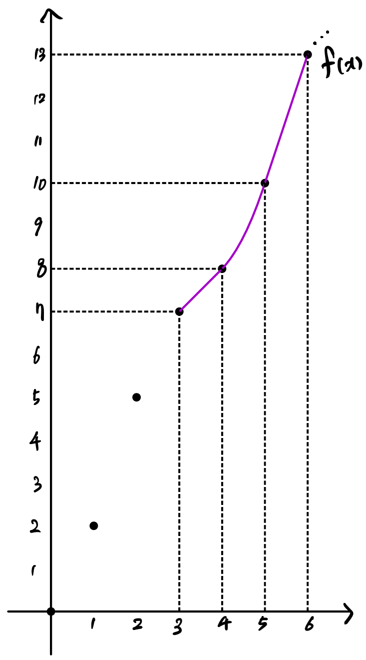
11

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $1 \le f'(x) \le 3$이다.
(나) 모든 정수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프는 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1, 8n+2)$, 점 $(4n+2, 8n+5)$, 점 $(4n+3, 8n+7)$을 모두 지난다.
(다) 모든 정수 k에 대하여 닫힌 구간 $[2k, 2k+1]$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx = a$라 할 때, $6a$의 값을 구하시오. [4점] 167



$n=0$ 대입:
$(0,0)$ $(1,2)$ $(2,5)$ $(3,7)$

$n=1$ 대입:
$(4,8)$ $(5,10)$ $(6,13)$ $(7,15)$

i) $x=3\sim4$ 확인

if) 개형이
: 가) 조건 만족 X

if) 개형이
: 가) 조건 만족 X

→ 직선일 수밖에 없음. → 기울기 1

→ $x=5\sim6$도 마찬가지. → 기울기 3

ii) $4\sim5$ 확인

다) 조건으로 $[4,5]$는 이차함수 → $f(x)=ax^2+bx+c$

$f(4)=8$, $f(5)=10$, $f'(4)=1$, $f'(5)=3$

→ $f(x)=x^2-7x+20$

$$\int_3^6 f(x)dx = \int_3^4 x+4\,dx + \int_4^5 x^2-7x+20\,dx + \int_5^6 3x-5\,dx$$
$$= \frac{167}{6} = a$$

$\therefore 6a = 167$