02

2010학년도 수능(가형) 29번

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 정적분

$$\int_0^1 \{f'(x)g(1-x)-g'(x)f(1-x)\}dx$$

의 값을 k라 하자. 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보기]

ㄱ. $\int_0^1 \{f(x)g'(1-x)-g(x)f'(1-x)\}dx=-k$

ㄴ. $f(0)=f(1)$이고 $g(0)=g(1)$이면, $k=0$이다.

ㄷ. $f(x)=\ln(1+x^4)$이고 $g(x)=\sin\pi x$이면, $k=0$이다.

① ㄴ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ.

$1-x=t$ 로 치환 $\longrightarrow -1=\frac{dt}{dx}$

$(x=0 \rightarrow t=1,\ x=1 \rightarrow t=0)$

$k=\int_0^1 f'(x)g(1-x)-g'(x)f(1-x)\,dx$

$=\int_0^1 \{f'(1-t)g(t)-g'(1-t)f(t)\}(-dt)$

$=-\int_0^1 f(t)g'(1-t)-g(t)f'(1-t)\,dt$

$\therefore \int_0^1 f(x)g'(1-x)-g(x)f'(1-x)\,dx=-k$

ㄴ.

$$k=\int_0^1 f'(x)g(1-x)\,dx-\int_0^1 g'(x)f(1-x)\,dx$$

$$=f(x)g(1-x)\Big|_0^1+\int_0^1 f(x)g'(1-x)\,dx-\left\{g(x)f(1-x)\Big|_0^1+\int_0^1 g(x)f'(1-x)\,dx\right\}$$

$$=2\{f(1)g(0)-f(0)g(1)\}+\int_0^1 f(x)g'(1-x)-g(x)f(1-x)\,dx$$

$$=2\{f(1)g(0)-f(0)g(1)\}-k$$

$\therefore k=f(1)g(0)-f(0)g(1)$

$\therefore f(0)=f(1),\ g(0)=g(1)$ 이면 $k=0$

ㄷ.

$f(x)=\ln(1+x^4)$, $g(x)=\sin(\pi x)$

$f(0)=0,\ g(0)=0$

$k=f(1)g(0)-f(0)g(1)=0$