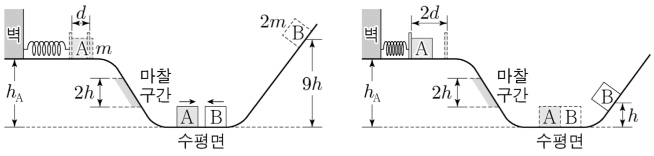
20. 그림 (가)와 같이 높이 h_A인 평면에서 물체 A로 용수철을 원래 길이에서 d만큼 압축시킨 후 가만히 놓고, 물체 B를 높이 $9h$인 지점에 가만히 놓으면, A와 B는 수평면에서 서로 같은 속력으로 충돌한다. 충돌 후 그림 (나)와 같이 A는 용수철을 원래 길이에서 최대 $2d$만큼 압축시키고, B는 높이 h인 지점에서 속력이 0이 된다. A, B는 질량이 각각 m, $2m$이고, 면을 따라 운동한다. A는 빗면을 내려갈 때 높이차가 $2h$인 마찰 구간에서 등속도 운동하고, 마찰 구간을 올라갈 때 손실된 역학적 에너지는 내려갈 때와 같다.



(가) (나)

h_A는? (단, 용수철의 질량, 물체의 크기, 공기 저항, 마찰 구간 외의 모든 마찰은 무시한다.) [3점]

① $7h$ ② $\frac{13}{2}h$ ③ $6h$ ④ $\frac{11}{2}h$ ⑤ $\frac{9}{2}h$

요약 : $\begin{cases} H+(h_A-2h) = 9h \\ 4H+(h_A+2h) = 25h \end{cases} \rightarrow h_A = 7h$

설명 : h만큼 낙하했을 때 속력을 v라 두자. ($v=\sqrt{2gh}$)

A의 충돌 전후 속도를 구해보자. 충돌 전 B의 속도는 $-3v$이므로, 충돌 전 A의 속도는 $+3v$이고, 충돌 후 B의 속도가 $+v$이므로, 운동량 변화량을 생각하면 A의 속도는 $-5v$가 된다. 따라서 충돌 전 $+3v$, 충돌 후 $-5v$이다.

이를 높이로 다시 환산해서 생각하면, 충돌 전엔 마치 $9h$만큼 내려온 것과 같고, 충돌 후엔 마치 $25h$만큼 올라갈 수 있는 상태이다.

한편, 용수철 d만큼 압축될 때 생기는 에너지만큼의 퍼텐셜 에너지를 가지는 높이를 H라고 하자(즉, $\frac{1}{2}kd^2 = mgH$)

그러면 충돌 전까지는 H낙하 → h_A낙하로 생각 가능한데, $2h$ 마찰 구간에서 등속도 운동 했으므로 '높이 가중치'가 0이 되므로, $2h$ 마찰 구간의 낙하는 무시해야 한다. 따라서 실제로는 $H+(h_A-2h)$만큼 낙하한 상황이다. 이것이 $9h$와 같다.

충돌 후에는 h_A 상승 → $4H$상승으로 생각할 수 있다($2d$압축 = $4H$상승)

그런데 $2h$ 마찰 구간에서 빗면 힘과 같은 힘을 받으므로, '높이 가중치' 가 2가 된다. 따라서 $2h$동안 $4h$ 상승한 것과 같고, 즉 $2h$만큼 추가 상승했다고 생각해야 한다. 따라서 $(h_A+2h)+4H$만큼 상승한 상황이다. 이것이 $25h$와 같다.

따라서 $\begin{cases} H+(h_A-2h) = 9h \\ 4H+(h_A+2h) = 25h \end{cases} \rightarrow h_A = 7h$이다.