기출의 파급효과 판매링크

cafe.naver.com/spreadeffect/5615
기출의 파급효과 전과목 판매링크

파급의 기출효과

cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 시리즈는 기출 분석서입니다. 기출의 파급효과 시리즈는 국어, 수학, 영어, 물리학 1, 화학 1, 생명과학 1, 사회·문화이 출시되었습니다.

기출의 파급효과에서는 준킬러 이상 기출에서 얻어갈 수 있는 '꼭 필요한 도구와 태도'를 정리합니다.
'꼭 필요한 도구와 태도' 체화를 위해 관련도가 높은 준킬러 이상 기출을 바로바로 보여주며 체화 속도를 높입니다. 단시간 내에 점수를 극대화할 수 있도록 교재가 설계되었습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

기출의 파급효과 팀 소속 오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.
6월 평가원 이후 수학 n제, EBS 선별좌표, EBS FINAL 선별자료를 무료로 배포할 예정입니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

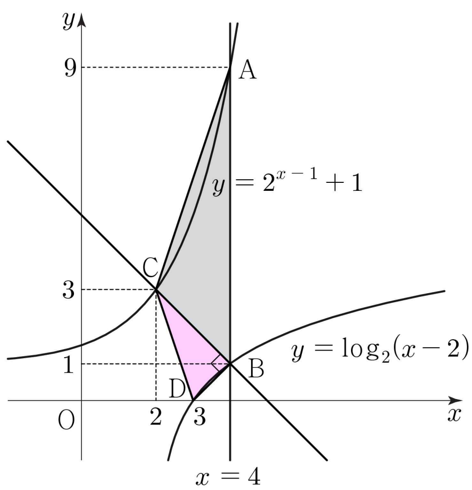
수학 1

22년 3월 교육청 11번

1. 점 A는 직선 $x=k$와 곡선 $y=2^{x-1}+1$의 교점이므로 $\mathrm{A}\left(k,\ 2^{k-1}+1\right)$이고,
   점 B는 직선 $x=k$ 위의 점이고, $\overline{\mathrm{AB}}=8$이므로 $\mathrm{B}\left(k,\ 2^{k-1}-7\right)$이다.
   이때, 직선 BC의 기울기가 -1이고, $\overline{\mathrm{BC}}=2\sqrt{2}$이므로 점 C는 점 B를 x축 방향으로 -2, y축 방향으로 2만큼 평행이동한 점이다. 따라서 $\mathrm{C}\left(k-2,\ 2^{k-1}-5\right)$이다.

   한편, 점 C는 곡선 $y=2^{x-1}+1$ 위의 점이므로 $\mathrm{C}\left(k-2,\ 2^{k-3}+1\right)$에서
   $2^{k-1}-5=2^{k-3}+1$이다. 즉, $2^{k-1}-2^{k-3}=6$, $\dfrac{2^k}{2}-\dfrac{2^k}{8}=6$에서
   $\dfrac{3}{8}\times 2^k=6$, $2^k=16$, $k=4$이다. 따라서 $\mathrm{A}(4,\ 9)$, $\mathrm{B}(4,\ 1)$, $\mathrm{C}(2,\ 3)$이다.

2. 점 $\mathrm{B}(4,\ 1)$은 곡선 $y=\log_2(x-a)$ 위의 점이므로 대입하면 $1=\log_2(4-a)$, $a=2$이다.

   따라서 곡선 $y=\log_2(x-2)$의 x절편은 $\mathrm{D}(3,\ 0)$이므로 직선 BD의 기울기는 1이고,
   직선 BD는 직선 BC와 수직이다.

3. 사각형 ACDB의 넓이는 삼각형 ACB의 넓이와 삼각형 CDB의 넓이의 합과 같다.
   점 C와 직선 AB사이의 거리는 2이므로 삼각형 ACB의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times 2\times 8=8$이고
   삼각형 CDB의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{DB}}=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$이므로
   사각형 ACDB의 넓이는 $8+2=10$이다.
   답은 ⑤!!

22년 3월 교육청 13번

1. $|S_3| = |S_6|$ 이므로 $S_3 = S_6$ 또는 $S_3 = -S_6$ 이다. 각각의 CASE를 살펴보자.
수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a, 공차를 d 라 하자.

(1) $S_3 = S_6$ 인 경우

$S_3 = 3a+3d$, $S_6 = 6a+15d$ 이므로 $S_6 - S_3 = 3a+12d = 0$ 에서 $a = -4d > 0$ 이다.
따라서 공차 d 는 음수이다.

이때, $S_{11} = 11a+55d = 11d$ 에서 $d<0$ 이므로 $|S_{11}| - 3 = -11d-3$ 이다.

$S_3 = 3a+3d = -12d+3d = -9d$ 에서 $-9d = -11d-3$, $d = -\frac{3}{2}$, $a=6$ 이다.

(2) $S_3 = -S_6$ 인 경우

$S_3 = 3a+3d$, $S_6 = 6a+15d$ 이므로 $S_3 + S_6 = 9a+18d = 0$ 에서 $a = -2d > 0$ 이다.
따라서 공차 d 는 음수이다.

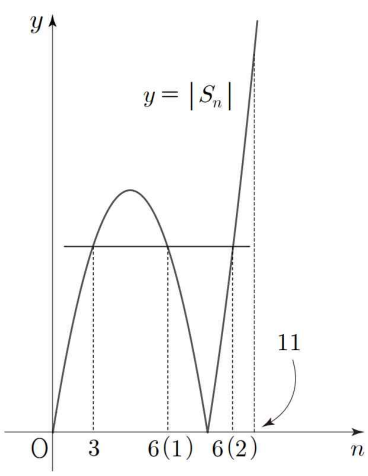
이때, $S_{11} = 11a+55d = 33d$ 에서 $d<0$ 이므로 $|S_{11}| - 3 = -33d-3$ 이다.

$S_3 = 3a+3d = -3d$ 이므로 $-3d = -33d-3$, $d = -\frac{1}{10}$, $a = \frac{1}{5}$ 이다.

(1), (2)에 의하여 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항의 합은 $\frac{1}{5}+6 = \frac{31}{5}$ 이다.

답은 ①!!

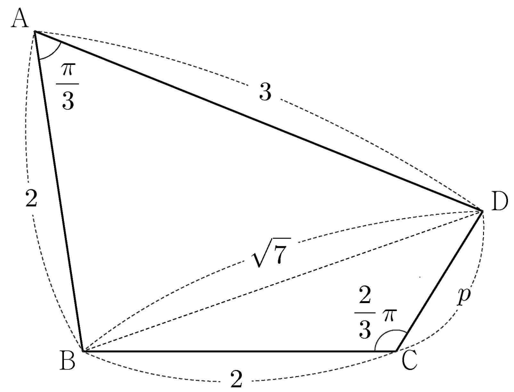
※ $a>0$이고, $|S_3| = |S_6|$ 을 만족시키려면 $d<0$이어야 한다. 따라서 자연수를 정의역으로 하는 함수 $|S_n|$을 그래프로 나타내면 다음과 같다.



$y = S_n$이 n축과 만나는 0이 아닌 점을 k라 할 때 $6<k$일 때가 (1)에 대응하고,
$6>k$일 때가 (2)에 대응한다.

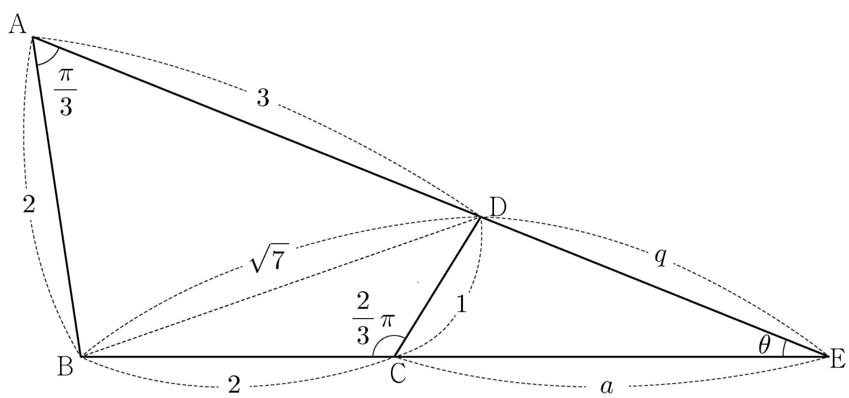
22년 3월 교육청 15번

1. 삼각형 ABD에서 코사인법칙을 활용하여 선분 CD의 길이를 구하자.
$\overline{\mathrm{BD}}^2 = \overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{AD}}^2 - 2\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AD}}\times\cos\frac{\pi}{3} = 4+9-6=7$ 이므로
$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{7}$ 이다.



한편 사각형 ABCD는 원에 내접한 사각형이므로 $\angle A + \angle C = \pi$, $\angle C = \frac{2}{3}\pi$ 이다.
따라서 삼각형 BCD에서 코사인법칙을 활용하면
$\overline{\mathrm{BC}}^2 + \overline{\mathrm{CD}}^2 - 2\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{CD}}\times\cos\frac{2}{3}\pi = 4+\overline{\mathrm{CD}}^2+2\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{BD}}^2 = 7$ 이다.
$\overline{\mathrm{CD}} = p$ 이므로 $p^2+2p-3=0$, $(p-1)(p+3)=0$ 에서 $p=1$ 이다.

2. 두 삼각형 EAB와 ECD에서 $\angle\mathrm{AEB}$는 공통이고 $\angle\mathrm{EAB} = \angle\mathrm{ECD}$ 이므로 삼각형 EAB와 삼각형 ECD는 AA 닮음이다.
따라서 $\overline{\mathrm{EA}} : \overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{EB}} : \overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{EC}} = a$라 하자.



$\overline{\mathrm{ED}} = q$ 이므로 $\overline{\mathrm{EA}} = q+3$ 이고, $\overline{\mathrm{EB}} = a+2$ 이므로 $q+3 : a = a+2 : q = 2:1$ 이다.
따라서 $2a = q+3$, $a+2=2q$ 이므로 $q=\frac{7}{3}$, $a=\frac{8}{3}$ 이다.

3. $\angle\mathrm{DCE} = \pi - \angle\mathrm{BCD} = \angle\mathrm{BAD} = \frac{\pi}{3}$ 이고, $\sin\theta = r$ 이므로

질문이나 오타/오류 제보는 질문 카페 https://cafe.naver.com/spreadeffect 를 이용해주세요.

삼각형 ECD 에서 사인법칙을 활용하면 $\dfrac{\frac{7}{3}}{\sin\frac{\pi}{3}} = \dfrac{1}{r}$, $r = \dfrac{3\sqrt{3}}{14}$ 이다.

따라서 $(p+q)\times r = \left(1+\dfrac{7}{3}\right)\times\dfrac{3\sqrt{3}}{14} = \dfrac{5\sqrt{3}}{7}$ 이다.

답은 ④!!

22년 3월 교육청 20번

1. $1 < a_1 < 2$ 이므로 $a_1 = a$ 를 대입하고 나열하여 관찰하자.
   $a \geq 0$ 이므로 $a_2 = a-2$,
   $a-2 < 0$ 이므로 $a_3 = -2a+4$
   $-2a+4 > 0$ 이므로 $a_4 = -2a+2$,
   $-2a+2 < 0$ 이므로 $a_5 = 4a-4$,
   $4a-4 > 0$ 이므로 $a_6 = 4a-6$ 이다.

2. $a_n < 0$ 인 경우 $a_{n+1} = -2a_{n+1} > 0$ 이므로
   $a_6 < 0$ 인 경우 $a_7 > 0$ 이다. 이 경우 $a_7 = -1$ 을 만족시키지 않는다.

   따라서 $a_6 \geq 0$ 이므로 $a_7 = a_6 - 2 = 4a-8 = -1$, $a = \dfrac{7}{4}$, $40a = 70$ 이다.

   답은 70!!

comment)
a_7부터 역추적하는 방법도 생각할 수 있어야 한다. 하지만 이 문항에서는 경우의 수가 너무 많아지므로 출제 의도로 보기는 어렵다.

22년 3월 교육청 21번

1. 점 A는 곡선 $y=\log_2(x+2)+k$ 위의 점이므로 $b=\log_2(a+2)+k$, $a=2^{b-k}-2$이다.

2. 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점은 $4^{x+k}+2$ 위의 점이므로 $a=4^{b+k}+2$이다.

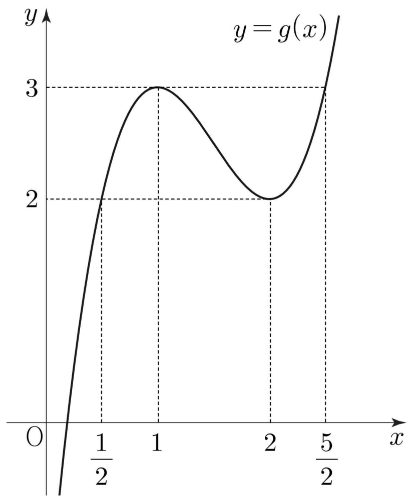
따라서 $2^{b-k}-2=4^{b+k}+2$에서 $4^{b+k}-2^{b-k}+4=0$이므로 $2^b=p$, $2^k=q$라 하면
$p^2q^2-\frac{p}{q}+4=0$이다.
위의 방정식을 만족시키는 실수 b의 값이 유일하고, k는 상수이므로
p에 대한 이차방정식은 중근을 갖는다. 판별식을 활용하자. $D=\frac{1}{q^2}-16q^2=0$에서 $\frac{1}{q^2}=16q^2$,
$q=\frac{1}{2}$, $k=-1$이다.

따라서 $\frac{1}{4}p^2-2p+4=\frac{1}{4}(p-4)^2=0$이므로 $p=4$, $b=2$이므로 $2=\log_2(a+2)-1$에서
$a=6$이다. 따라서 $a\times b=12$이다.
답은 12!!

수학 2

22년 3월 교육청 10번

1. 함수 $(g \circ f)(x)$의 최솟값은 최종적으로 $g(x)$가 결정한다. 따라서 $y = g(x)$의 그래프를 살펴보자. $g'(x) = 6x^2 - 18x + 12 = 6(x-1)(x-2)$이므로 함수 $g(x)$는 $x = 1$에서 극댓값 3, $x = 2$에서 극솟값 2를 갖고, 비율관계에 의하여 $g\left(\frac{1}{2}\right) = g(2)$, $g(1) = g\left(\frac{5}{2}\right)$이다.



2. 함수 $f(x) = t$라 하자. $g(t)$의 최솟값이 2이므로 $g(t) \geq 2$, $(2t-1)(t-2)^2 + 2 \geq 2$이다.
따라서 $t \geq \frac{1}{2}$이므로 $f(x) = x^2 + 2x + k = (x+1)^2 + k - 1 \geq \frac{1}{2}$, $k \geq \frac{3}{2}$이다.
따라서 k의 최솟값은 $\frac{3}{2}$이다.
답은 ⑤!!

22년 3월 교육청 12번

1. 분수함수인 $h(x)$의 연속성을 따지는 문항이다. 함수 $h(x)$의 $x=2$에서의 연속성을 확인하자.
$\lim_{x\to 2-} f(x) = 4-8+3=-1$, $\lim_{x\to 2+} f(x) = 2a-4$이고 함수 $g(x)$는 $x=2$에서 연속이므로
$\lim_{x\to 2-} h(x) = \frac{g(2)}{-1}$, $\lim_{x\to 2+} h(x) = \frac{g(2)}{2a-4}$에서 $-g(2) = \frac{1}{2a-4}g(2)$이다.

즉, $2a-4=-1$ 또는 $g(2)=0$인데, $2a-4=-1$이면 $a=\frac{3}{2}$이므로 $a>2$를 만족시키지 않는다. 따라서 $g(2)=0$이므로 $g(x)$는 $x-2$를 인수로 갖는다. **정리하자면, $f(x)$가 $x=2$에서 불연속이므로 $h(x)=\frac{g(x)}{f(x)}$가 $x=2$에서 연속이려면 $g(2)=0$이어야 한다.**

2. **다음으로 $x=1, x=a$에서 $h(x)$의 연속을 살펴보자.**
$x\neq 1$일 때, $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$이고, 함수 $h(x)$는 $x=1$에서 연속이므로
$h(1) = \lim_{x\to 1}\frac{g(x)}{f(x)} = \lim_{x\to 1}\frac{g(x)}{(x-1)(x-3)}$이다. 이 극한식에서 분모가 0으로 수렴하므로
분자도 0으로 수렴해야 한다. 따라서 $g(x)$는 $x-1$을 인수로 갖는다.
$g(x) = (x-1)(x-2)(x-p)$라 하면 $\lim_{x\to 1} h(x) = \frac{p-1}{-2}$이므로 $h(1) = \frac{p-1}{-2}$이다.

3. 동일한 방법으로 $x=a$에서 함수 $h(x)$가 연속이고 $a>2$이므로
$h(a) = \lim_{x\to a}\frac{g(x)}{f(x)} = \lim_{x\to a}\frac{g(x)}{-x(x-a)}$이다. 이 극한식에서 분모가 0으로 수렴하므로
분자도 0으로 수렴해야 한다. 따라서 $g(x)$는 $x-a$를 인수로 갖는다. 즉, $p=a$이다.
따라서 $\lim_{x\to a} h(x) = \frac{(a-1)(a-2)}{-a}$이고, $h(1)=h(a)$이므로
$\frac{(a-1)(a-2)}{-a} = \frac{a-1}{-2}$에서 $\frac{a-2}{a} = \frac{1}{2}$이다. 따라서 $a=4$이다.

이때, $h(1) = -\frac{3}{2}$이고, $h(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{2\times 1\times(-1)}{-9+12} = -\frac{2}{3}$이므로
$h(1)+h(3) = -\frac{13}{6}$이다.
답은 ③!!

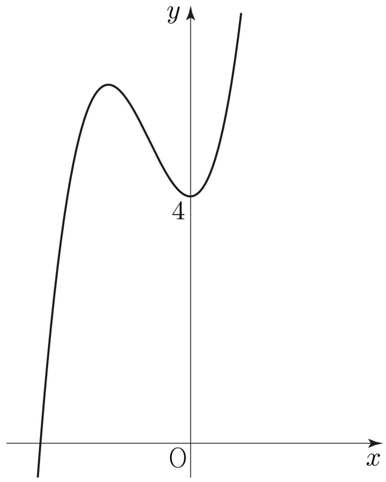
comment)
수도 없이 따진 분수함수의 연속성 문항이다. 일견 복잡해 보이지만 $x=1, x=2, x=a$에서 함수 $h(x)=\frac{g(x)}{f(x)}$의 연속성이 출제 의도이고, 이를 파악하면 쉽게 해결된다.

22년 3월 교육청 14번

1. 선지 (ㄱ)

$k=0$일 때, $f(x)+g(x)=x^3+2x^2+4=x^2(x+2)+4$이다.

이때, 함수 $y=x^2(x+2)+4$는 $x=0$에서 극솟값 4를 갖는다.



따라서 $k=0$일 때, 곡선 $y=f(x)+g(x)$와 x축의 교점의 개수는 1이므로

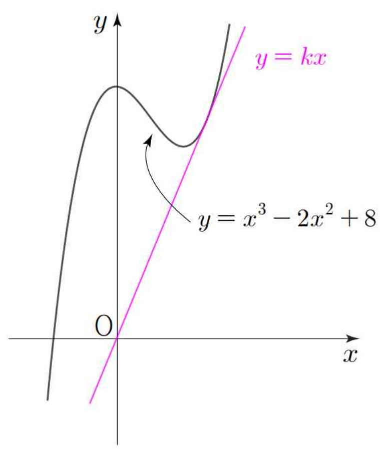
$k=0$일 때, 방정식 $f(x)+g(x)=0$은 오직 하나의 실근을 갖는다. 선지 ㄱ은 참.

2. 선지 (ㄴ)

방정식 $f(x)-g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때,

곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$은 한 점에서 접하고, 다른 한 점에서 만난다.

미지수가 포함된 항과 그렇지 않은 항을 구분하자. 방정식 $f(x)-g(x)=0$의 실근은 방정식 $x^3-2x^2+8=kx$의 실근과 같고, 이는 곡선 $y=x^3-2x^2+8$와 직선 $y=kx$의 교점과 같다.



이때, 교점의 개수가 2가 되려면 직선이 곡선에 접해야 한다. 곡선과 직선을 좌표평면에 그려보면 이를 만족시키는 실수 k의 값은 하나뿐임을 알 수 있다.

접점의 x좌표를 a라 하면 $a^3-2a^2+8=ka$, $3a^2-4a=k$이므로

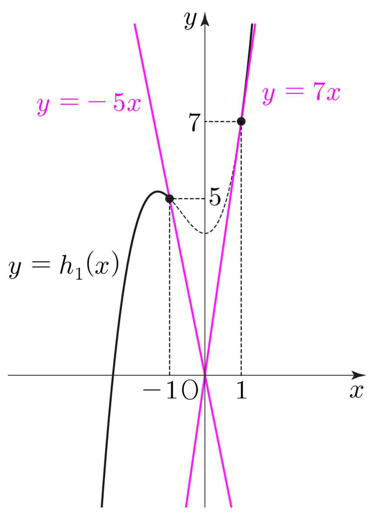
$a^3-2a^2+8=a(3a^2-4a)$, $2a^3-2a^2-8=2(a-2)(a^2+a+2)=0$ 이다.
즉, 접점의 x좌표는 2이고, 식을 통해서도 접점의 x좌표 중 실수인 값은 2뿐임을 알 수 있다.
이때, $k=3\times 2^2-4\times 2=4$ 이다. 선지 ㄴ은 참.

3. 선지 (ㄷ)
$-1<x<1$ 에서 $g(x)<0<|f(x)|$ 이므로 방정식 $|f(x)|=g(x)$ 은
$x\le -1$ 또는 $x\ge 1$ 에서 실근을 갖는다.

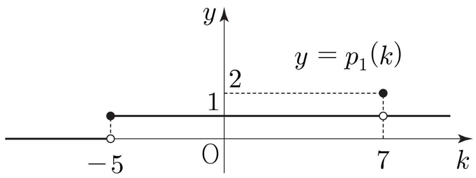
$|f(x)|=|x^3-kx+6|$ 에서 $|f(x)|=-x^3+kx-6$ 또는 $|f(x)|=x^3-kx+6$ 이므로
방정식 $|f(x)|=g(x)$ 에서 $-x^3+kx-6=2x^2-2$ 또는 $x^3-kx+6=2x^2-2$ 이다.
즉, $x\le -1$ 또는 $x\ge 1$ 에서 $x^3+2x^2+4=kx$ 와 $x^3-2x^2+8=kx$ 를 관찰하자.

(1) $x^3+2x^2+4=kx$
$h_1(x)=x^3+2x^2+4=x^2(x+2)+4$ 라 하고
곡선 $y=h_1(x)$ 와 직선 $y=kx$ 의 위치관계를 살펴보자.

곡선 $y=h_1(x)$ 와 직선 $y=kx$ 가 접하는 경우, 접점의 x좌표를 α 라 하자.
$h_1(\alpha)=k\alpha$ 에서 $\alpha^3+2\alpha^2+4=k\alpha$, $h_1'(\alpha)=k$ 에서 $3\alpha^2+4\alpha=k$ 이므로
$\alpha^3+2\alpha^2+4=k\alpha=3\alpha^3+4\alpha^2$ 이므로 $2\alpha^3+2\alpha^2-4=2(\alpha-1)(\alpha^2+2\alpha+2)=0$ 이다.
즉, 곡선 $y=h_1(x)$ 와 직선 $y=kx$ 의 접점의 x좌표 중 실수인 값은 1뿐이고,
이때, $k=3\times 1^2+4\times 1=7$ 이다.



한편, $h_1(-1)=5$ 이므로 $k=-5$ 일 때,
곡선 $y=h_1(x)$ 와 직선 $y=kx$ 는 점 $(-1,5)$ 에서 만난다.



$x \le -1$ 또는 $x \ge 1$에서 곡선 $y=h_1(x)$와 직선 $y=kx$의 교점의 개수를 $p_1(k)$라 하면

$k<-5$일 때, $p_1(k)=0$,

$k=-5$일 때, $p_1(k)=1$,

$-5<k<7$일 때, $p_1(k)=1$,

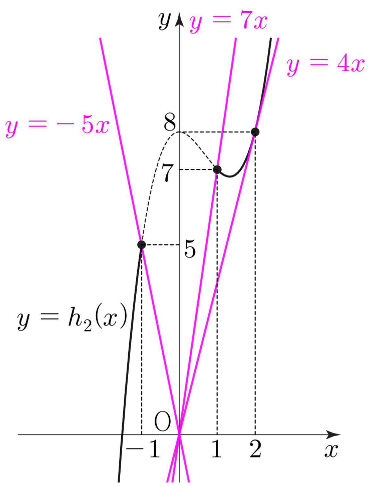
$k=7$일 때, $p_1(k)=2$,

$k>7$일 때, $p_1(k)=1$이다.

(2) $x^3-2x^2+8=kx$

$h_2(x)=x^3-2x^2+8$이라 하자.

선지 ㄴ에서 곡선 $y=x^3-2x^2+8$과 직선 $y=kx$의 접점의 x좌표 중 실수인 값은 2뿐이고, 이때 k의 값이 4이다.

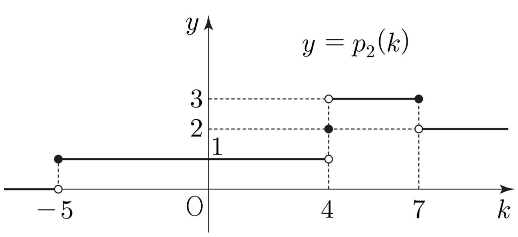


한편, $h(-1)=5$이므로 $k=-5$일 때,

곡선 $y=h_2(x)$와 직선 $y=kx$는 점 $(-1,\ 5)$에서 만나고,

$h(1)=7$이므로 $k=7$일 때,

곡선 $y=h_2(x)$와 직선 $y=kx$는 점 $(1,\ 7)$에서 만난다.



$x \le -1$ 또는 $x \ge 1$에서 곡선 $y=h_2(x)$와 직선 $y=kx$의 교점의 개수를 $p_2(k)$라 하면

$k<-5$일 때, $p_2(k)=0$,

$k=-5$일 때, $p_2(k)=1$,

$-5<k<4$ 일 때, $p_2(k)=1$,
$k=4$ 일 때, $p_2(k)=2$,
$4<k<7$ 일 때, $p_2(k)=3$,
$k=7$ 일 때, $p_2(k)=3$,
$k>7$ 일 때, $p_2(k)=2$ 이다.

(1), (2)에 의하여 $p_1(7)+p_2(7)=5$ 이지만, 두 방정식 $h_1(x)=7x$, $h_2(x)=7x$ 는 $x=1$ 을 공통인 실근으로 가지므로, 방정식 $|f(x)|=g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수의 최댓값은 4 이다. 선지 ㄷ은 거짓.
답은 ②!!

comment)
선지 (ㄷ)이 상당히 까다로운 문항이다. 절댓값을 포함한 방정식에서 실근을 구하기 위해서는 절댓값을 제거해줘야 한다. 하지만 $f(x)=0$의 실근을 알 수 없으므로 단순히 $f(x)$의 부호를 기준으로 두 가지 CASE를 살펴볼 수밖에 없다. 선지 (ㄱ)에서 살펴본 $-f(x)=g(x)$와 선지 (ㄴ)에서 살펴본 $f(x)=g(x)$를 통합하여 묻는 선지가 (ㄷ)이다.

22년 3월 교육청 22번

1. **조건 (가)의 우변의 피적분함수가 실수 전체의 집합에서 연속인 함수이므로 함수 $x|g(x)|$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수이다.**
$x=2a$ 에서 (우변)$=0$ 이므로 $g(2a)=0$이고, $x=2a$ 에서 우변이 미분가능하므로 함수 $x|g(x)|$ 는 $x=2a$ 에서 미분가능하다. 따라서 $g'(2a)=0$ 이다.

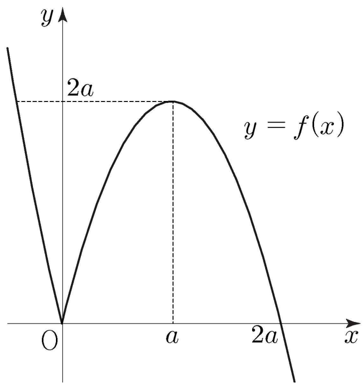
이때, 함수 $g(x)$ 의 최고차항의 계수가 1 이고, $g(0)=g(2a)=g'(2a)=0$ 이므로 $g(x)=x(x-2a)^2$ 이다.

$$x|g(x)|=x\left|x(x-2a)^2\right|=\begin{cases}-x^2(x-2a)^2 & (x<0)\\ x^2(x-2a)^2 & (x\geq 0)\end{cases}$$ 이므로

조건 (가)의 양변을 x 에 대하여 미분하면
$$(a-x)f(x)=\begin{cases}-4x(x-a)(x-2a) & (x<0)\\ 4x(x-a)(x-2a) & (x\geq 0)\end{cases}$$ 이다.

따라서 $$f(x)=\begin{cases}4x(x-2a) & (x<0)\\ -4x(x-2a) & (x\geq 0)\end{cases}$$ 이다.

2. 조건 (나)를 살펴보자. 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 두 실근이 $x=0$, $x=2a$ 이므로
방정식 $f(x)=0$, $f(x)=2a$ 의 서로 다른 실근의 개수의 합이 4 이어야 한다.
따라서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 그려보자.



이때, 방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2 이므로 방정식 $f(x)=2a$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2 이고, 그래프에서 알 수 있듯이 네 실근은 서로 다르다.
따라서 함수 $f(x)$ 의 극댓값은 $2a$ 이어야 하므로 $f(a)=2a$ 이다.

$-4a(a-2a)=4a^2=2a$ 에서 $a=\frac{1}{2}$ 이므로

$$\int_{-2a}^{2a} f(x)dx = \int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} 4x(x-1)dx + \frac{4\times(1-0)^3}{6}$$

$$= 4\times\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{0} + \frac{2}{3} = \frac{10}{3}+\frac{2}{3} = 4$$ 이다.

답은 4!!

comment)
핵심 출제 의도는 조건 (가)에서 우변이 미분가능하므로 좌변도 미분가능하다는 점을 파악하는 것이다.
다항함수의 절댓값 함수가 미분가능하다는 말은 곧 x축과의 교점에서 접해야 한다는 말과 같다.

미적분

22년 3월 교육청 미적분 24번

1. $\lim_{n\to\infty}(3a_n-5n)=2$로 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty}\frac{3a_n-5n}{n}=0$으로 수렴한다.

   즉, $\lim_{n\to\infty}\frac{3a_n}{n}=5$이므로 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=\frac{5}{3}$이다.

2. $\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)a_n}{4n^2}$의 분자와 분모에 n^2을 나누어 관찰하자.

   $$\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)a_n}{4n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{2n+1}{n}\times\frac{a_n}{n}}{4}=\frac{2\times\frac{5}{3}}{4}=\frac{5}{6}$$ 이다.

   답은 ⑤!!

22년 3월 교육청 미적분 27번

1. 좌변에 ${a_n}^2$과 우변의 na_n, n^2항을 활용하여 거듭제곱꼴로 만들어보자.

   ${a_n}^2-4na_n+4n^2<n$에서 $(a_n-2n)^2<n$, $2n-\sqrt{n}<a_n<2n+\sqrt{n}$이다.

   따라서 $\lim_{n\to\infty}\frac{2n-\sqrt{n}}{n}\le\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}\le\lim_{n\to\infty}\frac{2n+\sqrt{n}}{n}$이므로

   $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=2$이다.

2. $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3n}{2n+4}$에의 분자와 분모를 n으로 나누면

   $$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n+3n}{2n+4}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{a_n}{n}+3}{2+\frac{4}{n}}=\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$$ 이다.

   답은 ①!!

22년 3월 교육청 미적분 28번

1. n에 자연수를 순서대로 대입하고 나열하여 관찰하자.

   A_1은 원점이므로 $\mathrm{A}_2(a,\,0)$, $\mathrm{A}_3(a,\,a+1)$, $\mathrm{A}_4(2a,\,a+1)$, $\mathrm{A}_5(2a,\,2a+2)$, $\cdots$

   $\mathrm{A}_{2n}(an,\,(a+1)(n-1))$, $\mathrm{A}_{2n+1}(an,\,(a+1)n)$이다.

2. $\frac{\overline{\mathrm{A}_1\mathrm{A}_{2n}}}{n}=\frac{\sqrt{a^2n^2+(a+1)^2(n-1)^2}}{n}=\sqrt{a^2+(a+1)^2\times\frac{(n-1)^2}{n^2}}$ 이므로

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{A}_1\mathrm{A}_{2n}}}{n}=\sqrt{a^2+(a+1)^2}=\frac{\sqrt{34}}{2}$$ 이다.

따라서 $a^2+(a+1)^2=\frac{17}{2}$ 이므로 $4a^2+4a-15=0$ 에서

$(2a+5)(2a-3)=0$, $a=\frac{3}{2}$ 이다.

답은 ①!!

22년 3월 교육청 미적분 29번

1. 분자, 분모가 x 의 범위에 따라 값이 변하므로 구간을 나누어 함수를 나누어 관찰하자.

(1) $x>1$ 인 경우

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{2x^{2n+1}-1}{x^{2n}+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{2x-\frac{1}{x^{2n}}}{1+\frac{1}{x^{2n}}}=2x$$ 이다.

(2) $x=1$ 인 경우

$f(1)=\frac{2-1}{1+1}=\frac{1}{2}$ 이다.

(3) $-1<x<1$ 인 경우

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{2x^{2n+1}-1}{x^{2n}+1}=\frac{-1}{1}=-1$$ 이다.

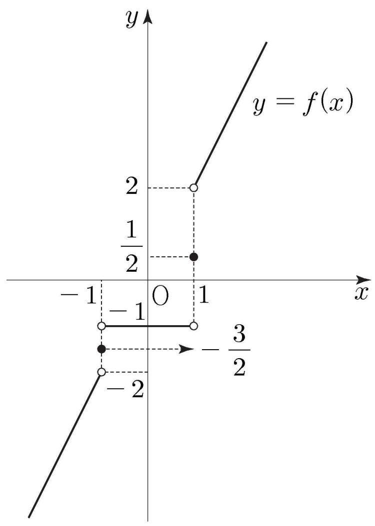
(4) $x=-1$ 인 경우

$f(-1)=\frac{2\times(-1)-1}{1+1}=-\frac{3}{2}$ 이다.

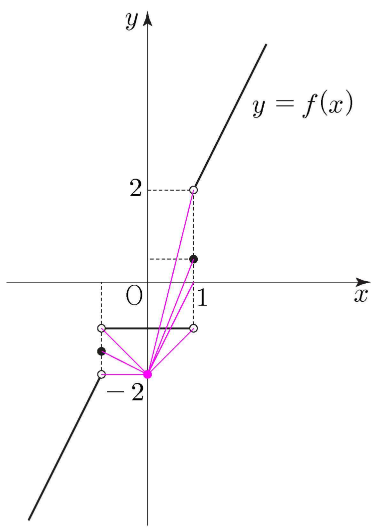
(5) $x<-1$ 인 경우

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{2x^{2n+1}-1}{x^{2n}+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{2x-\frac{1}{x^{2n}}}{1+\frac{1}{x^{2n}}}=2x$$ 이다.

(1)~(5)에 의하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



2. 직선 $y=tx-2$ 는 기울기가 t 이고 y 절편이 -2 인 직선이다.



직선 $y=tx-2$ 의 그래프가 점 $(1+,\ f(1+))$ 을 지나는 경우와
점 $(1,\ f(1))$ 을 지나는 경우와 점 $(1-,\ f(1-))$ 를 지나는 경우와
점 $(-1-,\ f(-1-))$ 를 지나는 경우와 점 $(-1,\ f(-1))$ 을 지나는 경우와
점 $(-1+,\ f(-1+))$ 을 지나는 경우와
직선 $y=tx-2$ 의 기울기가 직선 $y=2x$ 와 평행한 경우에 직선 $y=tx-2$ 가
함수 $f(x)$ 의 그래프와 만나는 점의 개수가 변하므로 $m=7$ 이다.
이때, a_7 의 값은 두 점 $(0,\ -2)$, $(1,\ 2)$ 를 지나는 직선의 기울기이므로 $a_7=4$ 이다.
따라서 $m\times a_m=7\times a_7=7\times 4=28$ 이다.

답은 28!!

22년 3월 교육청 미적분 30번

1. 점 P_n 은 곡선 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{n+1}x^2\ (x\ge 0)$ 위의 점이므로 P_n 의 좌표를 $\mathrm{P}_n\left(t,\ \dfrac{\sqrt{3}}{n+1}t^2\right)$ 이라 하자.

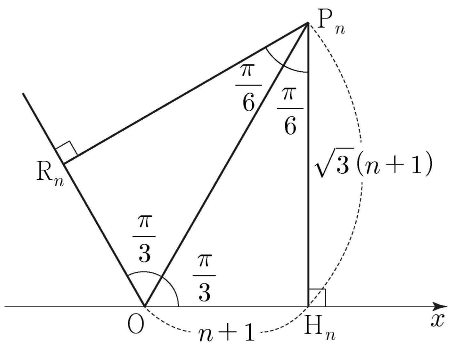
$\overline{\mathrm{OP}_n}=\sqrt{t^2+\dfrac{3t^4}{(n+1)^2}}=2n+2$ 이므로 양변을 제곱하면

$t^2+\dfrac{3t^4}{(n+1)^2}=4(n+1)^2$, $3t^4+(n+1)^2t^2-4(n+1)^4=0$ 에서

$\{3t^2+4(n+1)^2\}\{t^2-(n+1)^2\}=0$ 이므로 $t=n+1$ 이다. $(\because t>0)$

따라서 점 $\mathrm{P}_n=(n+1,\ \sqrt{3}(n+1))$ 이므로 직선 OP_n 의 기울기는 $\sqrt{3}$,

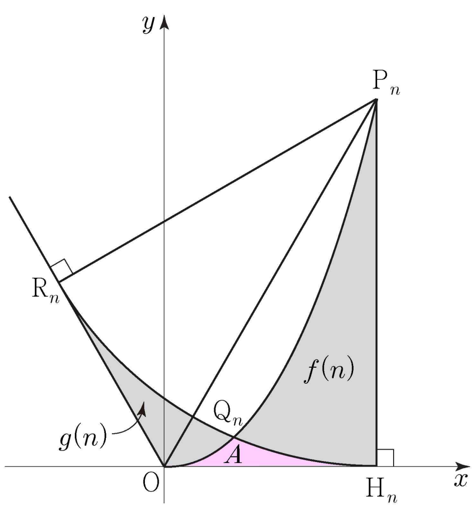
$\angle \mathrm{P}_n\mathrm{OH}_n=\dfrac{\pi}{3}$, $\angle \mathrm{OP}_n\mathrm{H}_n=\dfrac{\pi}{6}$ 이다.



이때, 점 R_n 은 점 O 에서 원 C_n 에 그은 접선의 접점이므로

$\angle \mathrm{P}_n\mathrm{OR}_n=\angle \mathrm{P}_n\mathrm{OH}_n=\dfrac{\pi}{3}$, $\angle \mathrm{OP}_n\mathrm{R}_n=\dfrac{\pi}{6}$ 이다.

2. $f(n)$ 과 $g(n)$ 을 직접 구하기는 어려우므로 인접한 도형을 활용하여 나타내자.
호 HQ_n, 선분 OH_n, 곡선 T_n 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A 라 하면
$f(n)-g(n)=\{f(n)+A\}-\{g(n)+A\}$ 이므로 $f(n)+A$ 와 $g(n)+A$ 를 구하자.



(1) $f(n)+A$

곡선 T_n 과 x 축, 직선 $x=n+1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이이므로

$\int_0^{n+1}\frac{\sqrt{3}}{n+1}x^2dx=\frac{\sqrt{3}}{3}(n+1)^2$ 이다.

(2) $g(n)+A$

사각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{R}_n\mathrm{OH}_n$ 의 넓이에서 부채꼴 $\mathrm{P}_n\mathrm{R}_n\mathrm{H}_n$ 의 넓이를 뺀 것과 같다.

사각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{R}_n\mathrm{OH}_n$ 의 넓이는 삼각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{OH}_n$ 의 넓이의 두 배이므로

$2\times\frac{1}{2}\times(n+1)\times\sqrt{3}(n+1)=\sqrt{3}(n+1)^2$ 이고,

부채꼴 $\mathrm{P}_n\mathrm{R}_n\mathrm{H}_n$ 은 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{H}_n}$ 이고, 중심각의 크기가 $\angle\mathrm{R}_n\mathrm{P}_n\mathrm{H}_n$ 이므로

$\frac{1}{2}\times\{\sqrt{3}(n+1)\}^2\times\frac{\pi}{3}=\frac{(n+1)^2}{2}\pi$ 이다.

따라서 $g(n)+A=\sqrt{3}(n+1)^2-\frac{(n+1)^2}{2}\pi=\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}\right)(n+1)^2$ 이다.

(1), (2)에 의하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{f(n)-g(n)}{n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)(n+1)^2}{n^2}=\frac{\pi}{2}-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이므로

$k=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$, $60k^2=80$ 이다.

답은 80!!

확률과 통계

22년 3월 교육청 확률과 통계 27번

1. 첫 번째 칸에 꽂은 책의 수를 a, 두 번째 칸에 꽂은 책의 수를 b, 세 번째 칸에 꽂은 책의 수를 c라 하자. 책이 총 8권이므로 $a+b+c=8$에서 전체 경우의 수는
$_3\mathrm{H}_8={}_{10}\mathrm{C}_8=45$이다.

2. 조건을 만족시키며 책을 꽂는 경우의 수는 전체 경우의 수에서 여사건의 경우의 수를 빼서 구한다.
a와 b에는 6권 이상의 책이 들어갈 수 없으므로 여사건을 활용하자.

   먼저 a와 b중에 6권을 꽂을 칸을 선택하는 경우의 수는 2,
   나머지 2권의 책을 세 칸에 분배하는 경우의 수는 $_3\mathrm{H}_2={}_4\mathrm{C}_2=6$이므로
   여사건의 경우의 수는 $2\times6=12$이다.

   따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $45-12=33$이다.
   답은 ③!!

22년 3월 교육청 확률과 통계 28번

1. 학생 B가 받는 사탕의 개수가 2 이하이므로 학생 B가 받는 사탕의 개수를 기준으로 경우를 나누어 관찰하자.

   (1) 학생 B가 받는 사탕의 개수가 0인 경우
   서로 다른 5개의 사탕을 두 학생 A, C에게 나누어 주는 전체 경우의 수는 $_2\Pi_5=2^5=32$이다.
   이때, 학생 A가 적어도 하나의 사탕을 받으므로, 학생 A가 사탕을 받지 않는
   경우의 수인 1을 빼면 $32-1=31$이다.

   (2) 학생 B가 받는 사탕의 개수가 1인 경우
   서로 다른 5개의 사탕 중에서 학생 B가 받을 사탕을 고르는 경우의 수는 $_5\mathrm{C}_1=5$이다.
   남은 4개의 사탕을 두 학생 A, C에게 나누어 주는 전체 경우의 수는 $_2\Pi_4=2^4=16$이다.
   이때, 학생 A가 적어도 하나의 사탕을 받으므로, 학생 A가 사탕을 받지 않는
   경우의 수인 1을 빼면 $16-1=15$이다. 따라서 (2)의 경우의 수는 $5\times15=75$이다.

   (3) 학생 B가 받는 사탕의 개수가 2인 경우
   서로 다른 5개의 사탕 중에서 학생 B가 받을 사탕을 고르는 경우의 수는 $_5\mathrm{C}_2=10$이다.
   남은 3개의 사탕을 두 학생 A, C에게 나누어주는 전체 경우의 수는 $_2\Pi_3=2^3=8$이다.
   이때, 학생 A가 적어도 하나의 사탕을 받으므로, 학생 A가 사탕을 받지 않는
   경우의 수인 1을 빼면 $8-1=7$이다. 따라서 (2)의 경우의 수는 $10\times7=70$이다.

   (1)~(3)에 의하여 구하고자 하는 경우의 수는 $31+75+70=176$이다. **답은 ④!!**

22년 3월 교육청 확률과 통계 29번

1. 조건 (가)를 만족시키는 함수 f의 개수는 Y의 원소 중에서 중복을 허락하여 5개를 선택하는 중복조합의 경우의 수와 같다.
이때, 조건 (나)를 만족시키기 위해서는 -1과 1을 적어도 한 번 선택하거나, 0을 적어도 두 번 선택해야 한다.

(1) -1과 1을 적어도 한 번 선택하는 경우
-1과 1을 한 번씩 선택한 후에, Y의 원소 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택하는 경우의 수는 ${}_5\mathrm{H}_3 = {}_7\mathrm{C}_3 = 35$이다.

(2) 0을 적어도 두 번 선택하는 경우
0을 두 번 선택한 후에 Y의 원소 중에서 중복을 허락하여 3개를 선택하는 경우의 수는 ${}_5\mathrm{H}_3 = {}_7\mathrm{C}_3 = 35$이다.

(3) -1과 1을 적어도 한 번 선택하고 0을 적어도 두 번 선택하는 경우
-1과 1을 한 번씩 선택하고 0을 두 번 선택한 후에 Y의 원소 중에서 중복을 허락하여 1개를 선택하는 경우의 수는 ${}_5\mathrm{H}_1 = {}_5\mathrm{C}_1 = 5$이다.

(1)~(3)에 의하여 구하고자 하는 함수 f의 개수는 $35+35-5=65$이다.
답은 65!!

22년 3월 교육청 확률과 통계 30번

1. 선택된 4개의 원판 중 같은 문자가 적힌 원판이 있는 경우와 같은 문자가 적힌 원판이 없는 경우로 나누어 관찰하자.

2. 선택된 4개의 원판 중에서 같은 문자가 있는 경우

(1) 같은 문자가 1개인 경우
같은 문자인 원판이 선택되는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_1 = 4$,
나머지 문자 3개 중에서 2개를 선택하는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2 = 3$,
나머지 문자의 흑백을 정하는 경우의 수는 ${}_2\Pi_2 = 2^2 = 4$,
같은 문자가 적힌 원판의 순서는 정해졌으므로 선택된 4개의 원판의 순서를 정하는 경우의 수는 $\dfrac{4!}{2!} = 12$

따라서 이 경우의 수는 $4 \times 3 \times 4 \times 12 = 576$이다.

(2) 같은 문자가 2개인 경우
같은 문자인 원판이 선택되는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2 = 6$,

같은 문자가 적힌 원판의 순서는 정해졌으므로 선택된 4개의 원판의 순서를 정하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!2!}=6$

따라서 이 경우의 수는 $6\times6=36$이다.

3. 선택된 4개의 원판 중에서 같은 문자가 없는 경우
   4개의 원판의 흑백을 정하는 경우의 수는 ${}_2\Pi_4=2^4=16$,
   D가 적힌 원판을 맨 아래에 놓고 나머지 문자의 원판의 순서를 정하는 경우의 수는 $3!=6$

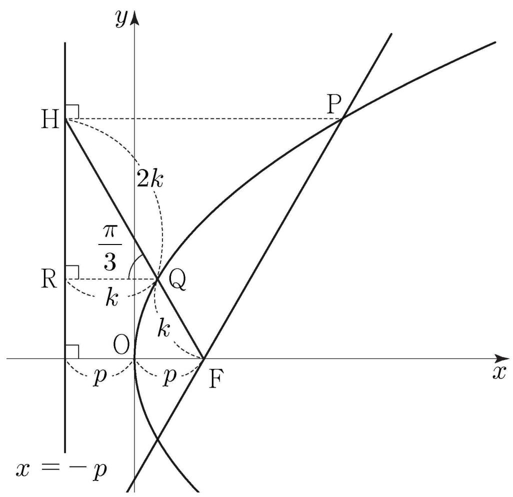
   따라서 이 경우의 수는 $16\times6=96$이다.

4. (1), (2)에 의하여 구하고자 하는 경우의 수는 $576+36+96=708$이다.
   답은 708!!

기하

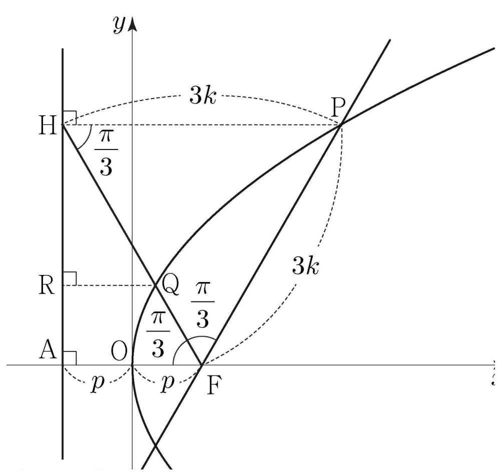
22년 3월 교육청 기하 27번

1. 조건 (가)에서 $\overline{\mathrm{FQ}} : \overline{\mathrm{QH}} = 1:2$ 이므로 $\overline{\mathrm{FQ}} = k$ 라 하면 $\overline{\mathrm{QH}} = 2k$ 이다.
   이때, 점 Q 에서 준선에 내린 수선의 발을 R 라 하면 포물선의 정의에 의하여
   $\overline{\mathrm{QR}} = \overline{\mathrm{FQ}} = k$ 이고, $\overline{\mathrm{HQ}} = 2k$ 이므로 $\angle \mathrm{HQR} = \dfrac{\pi}{3}$ 이다.



   이때, 준선이 x 축과 만나는 점을 A 라 하면 $\overline{\mathrm{QR}} : \overline{\mathrm{FA}} = \overline{\mathrm{HQ}} : \overline{\mathrm{HF}} = 2:3$ 이고, $\overline{\mathrm{QR}} = k$,
   $\overline{\mathrm{FA}} = 2p$ 이므로 $4p = 3k$, $k = \dfrac{4}{3}p$ 이다.

2. $\angle \mathrm{HFA} = \angle \mathrm{HQR} = \dfrac{\pi}{3}$ ($\because$ 동위각)이고,
   $\angle \mathrm{PHF} = \angle \mathrm{HFA} = \dfrac{\pi}{3}$ ($\because$ 엇각), $\angle \mathrm{PFH} = \angle \mathrm{PHF} = \dfrac{\pi}{3}$ ($\because \overline{\mathrm{FP}} = \overline{\mathrm{PH}}$)이므로
   삼각형 PHF 는 정삼각형이다.



   $\overline{\mathrm{HF}} = 3\overline{\mathrm{QF}}$ 에서 삼각형 PHF 의 넓이는 삼각형 PQF 의 넓이의 3 배이므로

삼각형 PHF의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times(3k)^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4p)^2=3\times\frac{8\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}$ 이다.

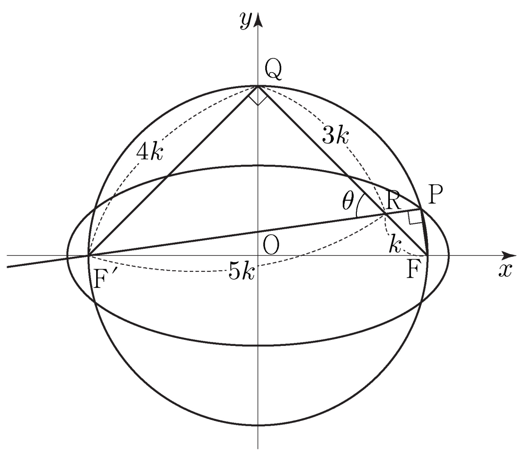
따라서 $4p^2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ 이므로 $p=\sqrt{2}\ (\because p>0)$이다.

답은 ①!!

22년 3월 교육청 기하 28번

1. 점 P는 두 점 $\mathrm{F},\ \mathrm{F'}$을 초점으로 하는 타원 위의 점이므로 $\overline{\mathrm{PF}}+\overline{\mathrm{PF'}}=2a$ 이고,
두 점 $\mathrm{P},\ \mathrm{Q}$는 선분 $\mathrm{FF'}$을 지름으로 하는 원 C 위의 점이므로
$\angle\mathrm{FPF'}=\angle\mathrm{FQF'}=\frac{\pi}{2}$ 이다. 두 직선 $\mathrm{F'P},\ \mathrm{QF}$의 교점을 R라 하자.

$\angle\mathrm{FRP}=\angle\mathrm{F'RQ}=\theta$ ($\because$ 엇각)이고, $\sin\theta=\frac{4}{5}$이므로 $\overline{\mathrm{F'R}}=5k$라 하면
$\overline{\mathrm{RQ}}=3k,\ \overline{\mathrm{F'Q}}=4k$ 이다. 이때, 대칭성에 의하여 $\overline{\mathrm{QF'}}=\overline{\mathrm{QF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{FR}}=k$ 이다.



또한, $\angle\mathrm{FRP}=\angle\mathrm{F'RQ}=\theta$ 이므로 $\overline{\mathrm{RP}}=\frac{3}{5}k,\ \overline{\mathrm{PF}}=\frac{4}{5}k$ 이고, $\overline{\mathrm{PF'}}=\frac{28}{5}k$ 이다.

따라서 $2a=\frac{32}{5}k,\ a=\frac{16}{5}k,\ a^2=\frac{256}{25}k^2$ 이다.

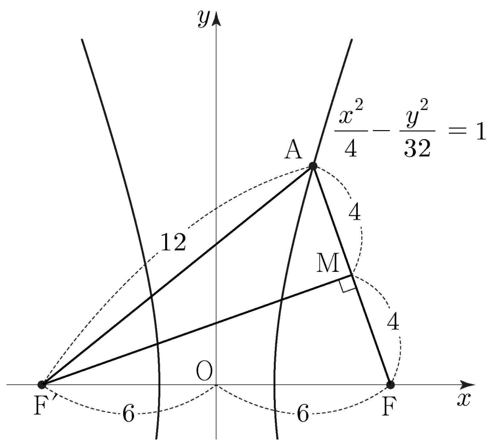
2. 삼각형 $\mathrm{QF'F}$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{\mathrm{FF'}}=4\sqrt{2}k,\ \overline{\mathrm{OF}}=2\sqrt{2}k$ 이다.
따라서 $b^2=a^2-\overline{\mathrm{OF}}^2=\frac{256}{25}k^2-8k^2=\frac{56}{25}k^2$ 이므로 $\frac{b^2}{a^2}=\frac{56}{256}=\frac{7}{32}$ 이다.
답은 ④!!

22년 3월 교육청 기하 29번

1. 두 쌍곡선의 초점을 $\mathrm{F}(c,\,0)$, $\mathrm{F}'(-c,\,0)\,(c>0)$, 원점을 O라 하자.
$c^2=4+32=36$이므로 $c=6$이다. 따라서 $\overline{\mathrm{OF}}=6$, $\overline{\mathrm{FF}'}=12$이다.

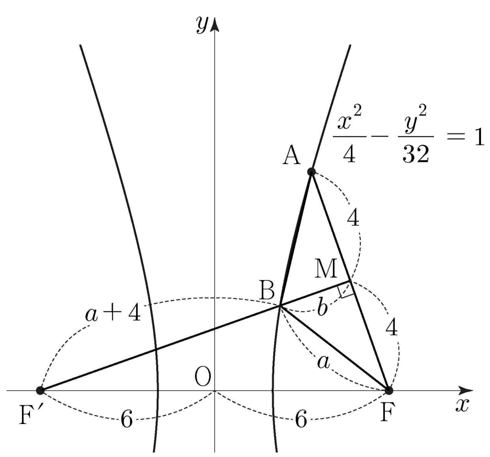
조건 (가)에서 $\overline{\mathrm{AF}}<\overline{\mathrm{AF}'}$이므로 점 A의 x좌표는 양수이다.
편의상 A를 제1사분면 위의 점이라 하자.

조건 (나)에서 선분 AF의 수직이등분선이 점 F'을 지나므로
삼각형 $\mathrm{F}'\mathrm{AF}$는 $\overline{\mathrm{F}'\mathrm{A}}=\overline{\mathrm{F}'\mathrm{F}}=12$인 이등변삼각형이다.



이때, 쌍곡선의 장축의 길이가 4이므로 $\overline{\mathrm{F}'\mathrm{A}}-\overline{\mathrm{FA}}=12-\overline{\mathrm{FA}}=4$, $\overline{\mathrm{FA}}=8$이다.
따라서 $\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{FM}}=4$이다.

2. 직선 $\mathrm{F}'\mathrm{M}$은 선분 AF의 수직이등분선이므로 선분 $\mathrm{F}'\mathrm{M}$ 위의 점 B에 대하여
$\overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{BF}}$를 만족시킨다. $\overline{\mathrm{BF}}=a$라 하면 쌍곡선의 정의에 의하여 $\overline{\mathrm{BF}'}=a+4$이다.
$\overline{\mathrm{BM}}=b$라 하자.



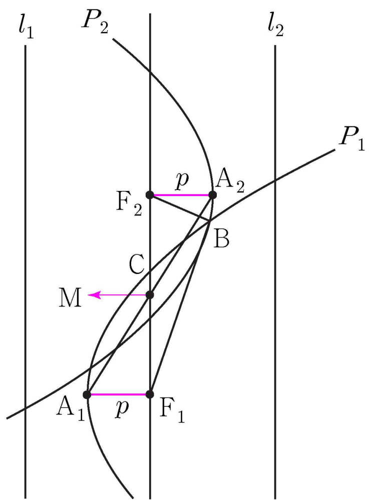
삼각형 BFM의 둘레의 길이는 $a+b+4$이고, 이는 선분 $\mathrm{F}'\mathrm{M}$의 길이와 같다.
삼각형 $\mathrm{FF}'\mathrm{M}$에서 피타고라스 정리를 활용하면
$\overline{\mathrm{F}'\mathrm{M}}^2=\overline{\mathrm{F}'\mathrm{A}}^2-\overline{\mathrm{FM}}^2=144-16=128$이므로 $a+b+4=8\sqrt{2}$이다.

따라서 $k=8\sqrt{2}$ 이므로 $k^2=128$ 이다.

답은 128!!

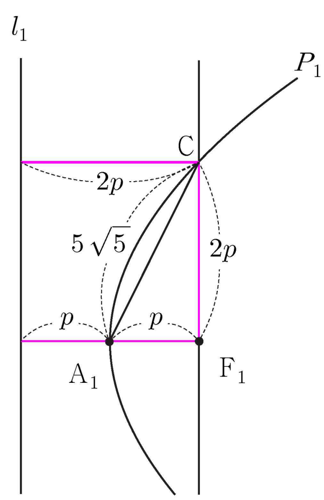
22년 3월 교육청 기하 30번

1. **포물선의 정의를 활용하기 위하여 준선을 그리자.**
   포물선 P_1 의 준선을 l_1, 포물선 P_2 의 준선을 l_2 라 하자.



   두 포물선의 준선이 모두 직선 $\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2$ 와 평행하고, 두 선분 $\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2$, $\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2$ 의 중점이 서로 일치하므로 중점을 M 이라 하면 두 삼각형 $\mathrm{MA}_1\mathrm{F}_1$, $\mathrm{MA}_2\mathrm{F}_2$ 는 서로 합동이다.
   $\overline{\mathrm{A}_1\mathrm{F}_1}=\overline{\mathrm{A}_2\mathrm{F}_2}=p$ 라 하자.

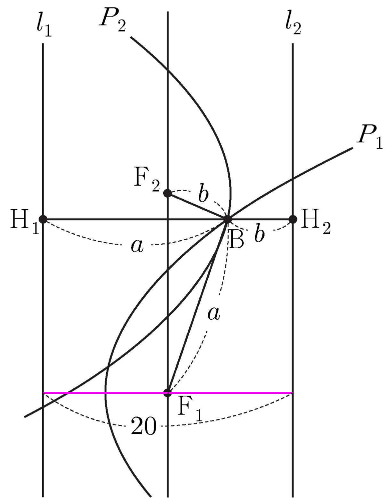
2. 조건 (가)에서 $\overline{\mathrm{A}_1\mathrm{C}}=5\sqrt{5}$ 이므로 $\overline{\mathrm{A}_1\mathrm{F}_1}$, $\overline{\mathrm{CF}_1}$ 을 살펴보자.
   삼각형 $\mathrm{CA}_1\mathrm{F}_1$ 은 직각삼각형이고,
   점 C 에서 준선까지의 거리는 $\overline{\mathrm{A}_1\mathrm{F}_1}$ 의 두 배이므로 $\overline{\mathrm{CF}_1}=2p$ 이다.



   따라서 $\overline{\mathrm{CA}_1}^2=(p^2)+(2p)^2=5p^2=125$ 이므로 $p=5$ 이다.

따라서 두 준선 l_1, l_2 사이의 거리는 $4p = 20$ 이다.

3. 점 B 는 두 포물선 P_1, P_2 위의 점이므로 포물선의 정의를 활용하기 위하여
점 B 에서 두 준선 l_1, l_2 에 수선의 발을 내리자. 두 수선의 발을 각각 H_1, H_2 라 하자.

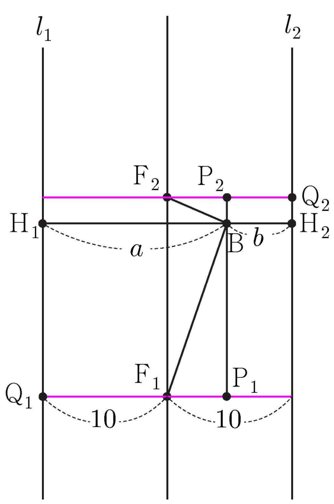


$\overline{\mathrm{BF}_1} = \overline{\mathrm{BH}_1} = a$, $\overline{\mathrm{BF}_2} = \overline{\mathrm{BH}_2} = b$ 라 하면 조건 (나)에 의하여 $a - b = \dfrac{48}{5}$ 이다.

또한 두 준선 사이의 거리가 20 이므로 $a + b = 20$ 이다.

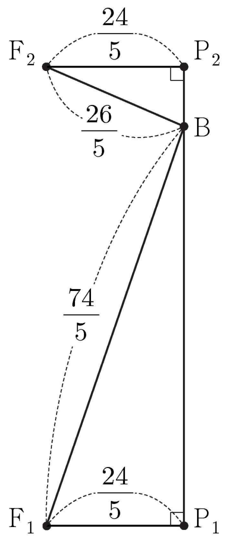
따라서 $a = \dfrac{74}{5}$, $b = \dfrac{26}{5}$ 이다.

4. 삼각형 $\mathrm{BF}_2\mathrm{F}_1$ 의 넓이를 구하기 위하여 점 B 에서 두 직선 $\mathrm{A}_1\mathrm{F}_1$, $\mathrm{A}_2\mathrm{F}_2$ 에 수선을 내리자.
두 수선의 발을 각각 P_1, P_2 라 하고, 점 P_1 에서 l_1 에 내린 수선의 발을 Q_1, 점 P_2 에서 l_2 에 내린 수선의 발을 Q_2 라 하자.



$\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{F}_1} = \overline{\mathrm{P}_2\mathrm{F}_2} = \overline{\mathrm{BH}_1} - \overline{\mathrm{F}_1\mathrm{Q}_1} = a - 10 = \dfrac{24}{5}$ 이다.

이때, $\overline{\mathrm{BF}_1} = \dfrac{74}{5}$, $\overline{\mathrm{BF}_2} = \dfrac{26}{5}$ 이므로 두 삼각형 $\mathrm{BF}_1\mathrm{P}_1$, $\mathrm{BF}_2\mathrm{P}_2$ 에서 피타고라스 정리를 활용하여 선분 $\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2$ 의 길이를 구하자.



$\overline{\mathrm{BF_1}} = \dfrac{74}{5}$, $\overline{\mathrm{F_1P_1}} = \dfrac{24}{5}$ 이므로

삼각형 $\mathrm{BF_1P_1}$ 에서 피타고라스 정리를 활용하면 $\overline{\mathrm{BP_1}} = 14$ 이다.

마찬가지로 $\overline{\mathrm{BF_2}} = \dfrac{26}{5}$, $\overline{\mathrm{F_2P_2}} = \dfrac{24}{5}$ 이므로

삼각형 $\mathrm{BF_2P_2}$ 에서 피타고라스 정리를 활용하면 $\overline{\mathrm{BP_2}} = 2$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{F_1F_2}} = \overline{\mathrm{P_1P_2}} = 14 + 2 = 16$ 이므로 $10S = 10 \times \dfrac{1}{2} \times 16 \times \dfrac{24}{5} = 384$ 이다.

답은 384!!