수진님이 풀었다. 알고리즘이 적힌 유일한 해설지! 현장풀이로만

새해복 많이받으세요

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

짝수형

5지선다형

23. 다항식 $(x+2)^7$의 전개식에서 x^5의 계수는? [2점]

① 42 ② 56 ③ 70 ④ 84 ⑤ 98

${}_7C_2(2)^2$

$= 4\cdot 21 = 84$

24. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따르고 $\mathrm{V}(2X) = 40$일 때, n의 값은? [3점]

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

$X \sim B\left(n, \frac{1}{3}\right)$

$E(X) = \frac{n}{3}$

$4V(X) = 40 \quad \therefore V(X) = 10$

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times n = 10$

$n = \overset{5}{\cancel{10}} \times 9 \times \frac{1}{2}$

25. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수는? [3점]

↳ 약간 중복조합일것 같은데

(가) $a+b+c+d+e=12$
(나) $\left\|a^2-b^2\right\|=5$ → 너가 기준이네. ok.

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

(가) $_5H_{12}$ 가 전체

(나) $|a^2-b^2|=5$

$|(a-b)(a+b)|=5$

조건나눈 기준

$(a-b)(a+b)=5$ OR $(a-b)(a+b)=-5$

⊕ 만 음수만

∴ $a>b$ $a<b$

i) $a>b$

$(a-b)(a+b)=5$

$3 \; 2 > 1 \quad 5$

$\cancel{5 \quad 1}$ 말안됨

ii) $a<b$

$(a-b)(a+b)=-5$

⊖ ⊕

$-1 \quad 5$

$2 \; 3$ → ok

∴ $a=2$ $b=3$

∴ $2+3+c+d+e=12$

$c+d+e=7$

$c'+d'+e'=4$ ($\because c>0, d>0, e>0$)

∴ $_3H_4={}_6C_4$ ∴ 15

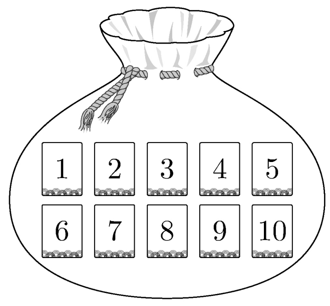
a, b 자리바꿈 ok ∴ $15\times2=30$

26. 1부터 10까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 3장을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 세 자연수 중에서 가장 작은 수가 4 이하이거나 7 이상일 확률은? [3점]

↳ 1.2.3 넘맞다 → 여사건Go. 7 8 9 10

임의추출 ok

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{13}{15}$ ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{14}{15}$



조건 여사건처리

↓

↳ 가장 작은수가 4초과 7미만

∴ 5, 6 only

5 ↑↑

6 7 8 9 10 중 2개 $_5C_2=10$

6 ↑↑

7 8 9 10 중 2개 $_4C_2=6$

∴ $\frac{16}{120}=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$

∴ $\frac{13}{15}$

27. 어느 자동차 회사에서 생산하는 전기 자동차의 1회 충전 주행 거리는 평균이 m이고 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. $X \sim N(m, \sigma^2)$
이 자동차 회사에서 생산한 전기 자동차 100대를 임의추출하여 ($n=100$) 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다.
이 자동차 회사에서 생산한 전기 자동차 400대를 임의추출하여 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $c \le m \le d$이다.
$\overline{x_1} - \overline{x_2} = 1.34$이고 $a = c$일 때, $b - a$의 값은? (단, 주행 거리의 단위는 km이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(|Z| \le 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \le 2.58) = 0.99$로 계산한다.) [3점]

① 5.88 ② 7.84 ③ 9.80 ④ 11.76 ⑤ 13.72

$m_1 - \frac{6}{10} \times 1.96 \le m_1 \le m_1 + \frac{6}{10} \times 1.96$

$m_2 - \frac{6}{\cancel{20}\,10} \times \cancel{2.58}\,1.29 \le m_2 \le m_2 + \frac{6}{\cancel{20}\,10} \times \cancel{2.58}\,1.29$

$-$

$\underbrace{(m_1 - m_2)}_{1.34} + \underbrace{0.129\sigma - 0.196\sigma}_{-1.34}$

$\therefore\ 129\sigma - 196\sigma = 1340$

$67\sigma = 1340$

$\sigma = 20$

$\therefore b - a = 2 \cdot \frac{\cancel{20}}{\cancel{10}} \times 1.96$

$= 4 \times 1.96 = 7.84$

28. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X에서 Y로의 함수 f의 개수는? [4점]

→ ok 함수의 개수 → 고정기본연결될수도

(가) 집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $f(x) \ge \sqrt{x}$이다.
(나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.

→ 치역원소가 기준이네.

① 128 ② 138 ③ 148 ④ 158 ⑤ 168

(가) X의 모든원소면 X에 1~5 대입해야!

가능원소

$x=1$

$f(1) \ge 1$ → 1.2.3.4.5

$f(2) \ge \sqrt{2} = 1.xxx$ → 2.3.4.5

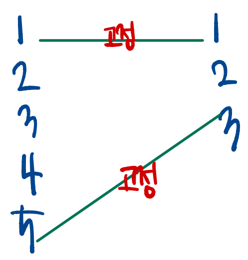
$f(3) \ge \sqrt{3} = 1.xxx$ → 2.3.4.5

$f(4) \ge \sqrt{4} = 2$ → 2.3.4.5

$f(5) \ge \sqrt{5} = 2.xxx$ → 3.4.5

(나) 치역 ① 1.2.3 ② 1.2.4 ③ 1.3.4 ④ 2.3.4

①

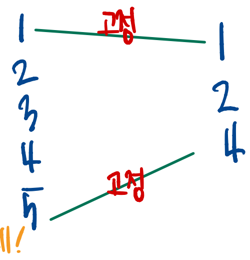


2 × 2 × 2 −1 = 7

4가 갈수 있는곳 2.3 / 3이 갈수 있는곳 2.3 / 2가 갈수 있는곳 2.3

→ 몰빵제거

②



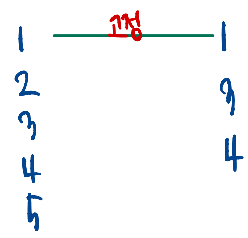
두가지 case는 동일하네!

2×2×2 −2 = 7

2가 갈수 있는곳 2.4 / 3 " / 4 "

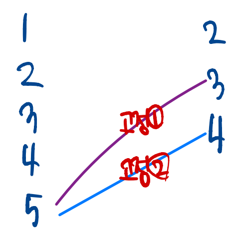
2로몰빵 or 4로몰빵 제거

③



2×2×2×2 −2 = 14

④



① $f(5)=3$

② $f(5)=4$

① 과 동일하니까 ×2 하자!

$3^4 - \{3 + (2^4 - 2) \times 2\}$

2로, 3로, 4로 몰빵 / (2.3) (3.4) 몰빵

정의역원소 '5' 빼고는 모두 대응 가능하니까 '5'의 대응을 기준으로 "케이스분류해야겠다"

$= 7 + 7 + 14 + (81 - (3 + 28)) \times 2$

$28 + 50 \times 2$

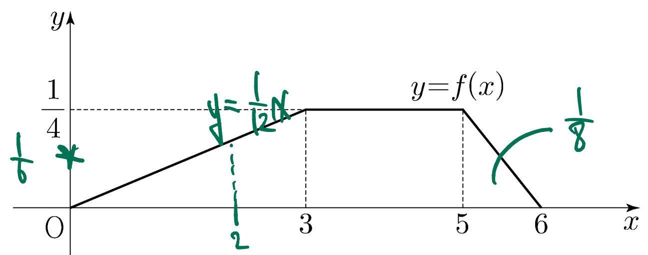
$= 128$

단답형

↳ 출제자가 센스있으면 밀도함수 주겠지 → 근데 뭐네. 의시평가원

29. 두 연속확률변수 X와 Y가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 6$, $0 \le Y \le 6$이고, X와 Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$이다. 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 그림과 같다.

↳ 범위내의 넓이합!



$0 \le x \le 6$인 모든 x에 대하여

모든 시점에서의 두확률의 합이 일정하다는 뜻이겠죠

$$f(x)+g(x)=k \quad (k\text{는 상수})$$

를 만족시킬 때, $\mathrm{P}(6k \le Y \le 15k)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

31

확률알려면 y의 식이 필요한데
(∵ y 또한 연속확률변수)
↓
f(x) + g(x) = k를 이용해
g(x) 식 가져오자.

i) $g(x) = k - f(x)$

알고있는건 확률의 합 뿐이니... ∫ 써서 범위내합 check하자!

$\int_0^6 g(x) = \int_0^6 k - \int_0^6 f(x)$

$1 = 6k - 1$

$\therefore k = \frac{1}{3}$

ii) $P(2 \le Y \le 5)$

※ 정적분은 넓이니까... 최대한 계산 아껴보자!

$1 - \left[\left(\int_0^2 \frac{1}{3} - f(x)\right) + \left(\int_5^6 \frac{1}{3} - f(x)\right)\right]$

$1 - \left(\left[\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right] + \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{8}\right]\right)$

$\frac{3}{6} + \frac{5}{24} = \frac{17}{24}$

$\therefore \frac{7}{24} = 31$

30. 흰 공과 검은 공이 각각 10개 이상 들어 있는 바구니와 비어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

A　B
흰　검

↳ 주사위는 이거준이네!

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 5 이상이면
> 바구니에 있는 흰 공 2개를 주머니에 넣고,
> 나온 눈의 수가 4 이하이면
> 바구니에 있는 검은 공 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 5번 반복할 때, $n(1 \le n \le 5)$번째 시행 후 주머니에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 a_n, b_n이라 하자. $a_5+b_5 \ge 7$일 때, $a_k=b_k$인 자연수 $k(1 \le k \le 5)$가 존재할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5 6 　W2 → 주머니 → $P_1 = \frac{1}{3}$
1 2 3 4 　B1 → 주머니 → $P_2 = \frac{2}{3}$
↓
5번

→ 주머니공 7개이상

문제 → 수식적 표현

※ 7개 이상 되는 루트 떠올려보면

2 2 2 2 2
2 2 2 2 1
2 2 2 1 1
2 2 1 1 1

기준
① 2 1 1 $\boxed{2\ 2}$
② 2 1 1 $\boxed{1\ 2}$

i) 전체사건
${}_5C_5 \left(\frac{1}{3}\right)^5$ 　1
${}_5C_4 \left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^1$ 　10
${}_5C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^2$ 　40
${}_5C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3$ 　80

ii) 원하는사건
${}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times {}_2C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)$ 　48
${}_3C_1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2$ 　12

$\therefore \frac{60}{80+40+10+1} = \frac{60}{131} = 191$

> ※ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.