

CKS 연구소

2023 수능특강 선별&변형

수1 1강 지수

0이 아닌 실수 a 가

$$\text{등식 } \frac{\sqrt[4]{a^6}}{\sqrt[4]{|a|} \times \sqrt[4]{|a|}} \times (\sqrt[3]{a+1})^3 = a-3$$

을 만족시킬 때, a 의 값은?

- ① -5
- ② -3
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 3

정답 및 해설

$$\frac{\sqrt[4]{a^6}}{\sqrt[4]{|a|} \times \sqrt[4]{|a|}} = |a|^{\frac{6}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}}$$

$$= |a|$$

따라서

$$|a| \times (a+1) = a-3$$

1) $a > 0$ 일 때

$$a^2 + a = a - 3$$

$$a^2 = -3$$

만족하는 실수 해가 없다

2) $a < 0$ 일 때

$$-a^2 - a = a - 3$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$(a-1)(a+3) = 0$$

$$a < 0 \text{이므로}$$

$$a = -3$$

따라서 가능한 a 의 값은 -3 이다.

TIP 지수 법칙 계산 시 절댓값 유무 확인하기!

ex) n 이 짝수이고 a 가 실수일 때,

$$\sqrt[n]{a} = |a|^{\frac{1}{n}} \quad (\neq a^{\frac{1}{n}})$$

1강 17p 1번

$2 \leq n \leq 7$ 인 자연수 n 과 정수 a 가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 순서쌍 (n, a) 의 개수는?

(가) $\sqrt[n]{a} < 0$ (나) $\sqrt[n]{(-1)^n} \times \sqrt[n+1]{(n+a)^{n+1}} = -3$

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

TIP (나) 조건을 봤을 때 n 이 짝수/홀수임에 따라서 case가 분류된다는 것을 알아야 해요!

이후에는 대표적 짝수/홀수를 넣어보면 case 파악이 더 쉽게 될 거예요!

정답 및 해설

조건 (가)를 통해 n 은 홀수이고 a 는 음수임을 알 수 있다.

n 이 홀수이므로 조건 (나)에서 $\sqrt[n]{(-1)^n} \times \sqrt[n+1]{(n+a)^{n+1}} = -3 = - |n+a| = -3$ (헛갈리신다면 대표적인 홀수 $n=3$ 을 넣어보세요!)

1) $n+a=3$ 일 때
가능한 n 은 3, 5, 7이고 $a < 0$ 이므로

구하는 순서쌍
 $(n, a) = (5, -2), (7, -4)$

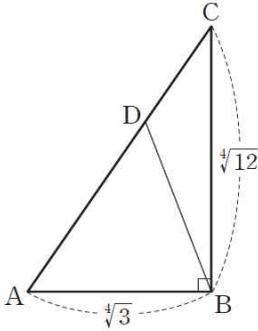
2) $n+a=-3$ 일 때
가능한 n 은 3, 5, 7이고 $a < 0$ 이므로

구하는 순서쌍
 $(n, a) = (3, -6), (5, -8), (7, -10)$

따라서 구하는 모든 순서쌍 (n, a) 의 개수는 $2+3=5$

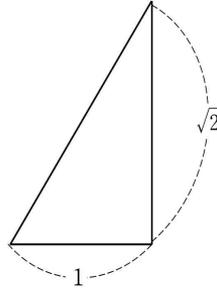
1강 17p 3번

그림과 같이 $\overline{AB} = \sqrt[4]{3}$, $\overline{BC} = \sqrt[4]{12}$,
 $\angle ABC = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 변 CA 위
 에 점 D를 $\overline{AB} = \overline{BD}$ 가 되도록 잡을 때, 삼각형
 ABD의 넓이를 S라 하자. $3 \times S^2$ 의 값을 구하시
 요.



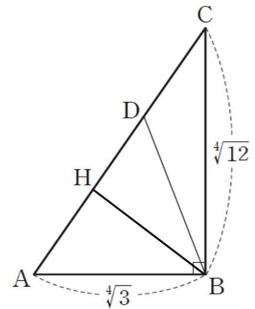
정답 및 해설

삼각형 ABC의 기본형은 $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$ 의 비를 가
 진 아래 삼각형과 같다.



위의 삼각형의 닮음비를 이용해서 문제를 풀어
 보자.

점 B에서 선분 \overline{AC} 로
 수선의 발을 내리고 이를
 점 H라 하자.



이때,
 $\triangle ABH$, $\triangle DBH$, $\triangle ACB$ 가
 닮음이다.

이때 닮음비는
 $\triangle ABH : \triangle ACB = (\overline{AH})^2 : (\overline{AB})^2 = 1 : (\sqrt{3})^2$
 ($\triangle ABH$ 가 $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$ 의 비를 가졌으므로)

삼각형 ACB의 넓이는 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 이므로 삼각형 ABH
 의 넓이는 $\frac{\sqrt{6}}{6}$ 이다.

이때 $\triangle ABH$ 와 $\triangle DBH$ 는 합동이므로
 삼각형 ABD 넓이는 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

따라서 정답은 $3 \times (\frac{\sqrt{6}}{3})^2 = 2$

TIP $\triangle ABC$ 와 닮은 삼각형을 생각해서 계산을
 최소화 해주자!