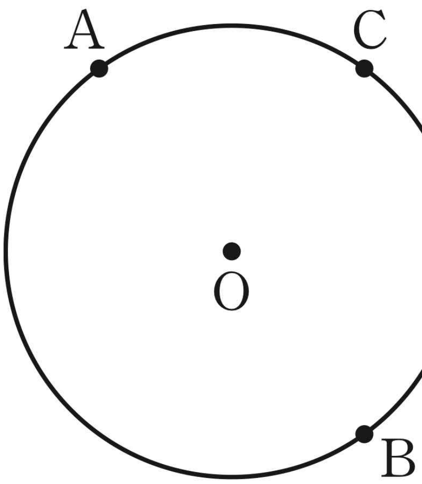
벡터의 연산 유제 1번

그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 5인 원 위에 서로 다른 세 점 A, B, C가 있다. $\overrightarrow{OA}=-\overrightarrow{OB}$이고 $|\overrightarrow{AC}|=6$일 때, $|\overrightarrow{BC}|$의 값은?

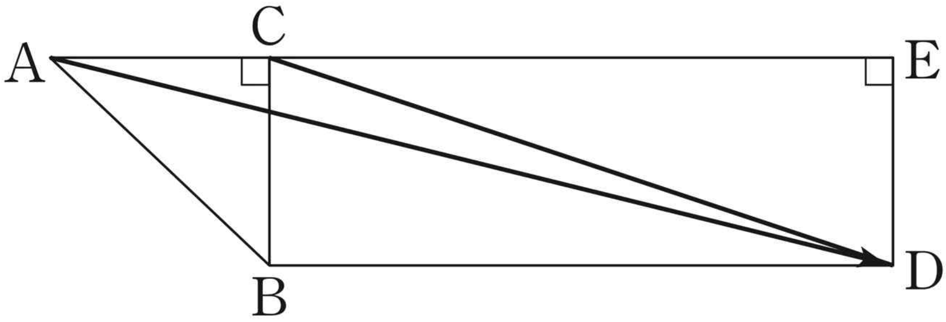
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8



벡터의 연산 유제 2번

한 평면에 그림과 같이 $\angle ACB = 90^\circ$, $\overline{CA} = \overline{CB}$인 직각이등변삼각형 ABC와 직사각형 CBDE가 있다. $3|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$이고, $|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{10}$일 때, 벡터 $\overrightarrow{AD}$의 크기는?

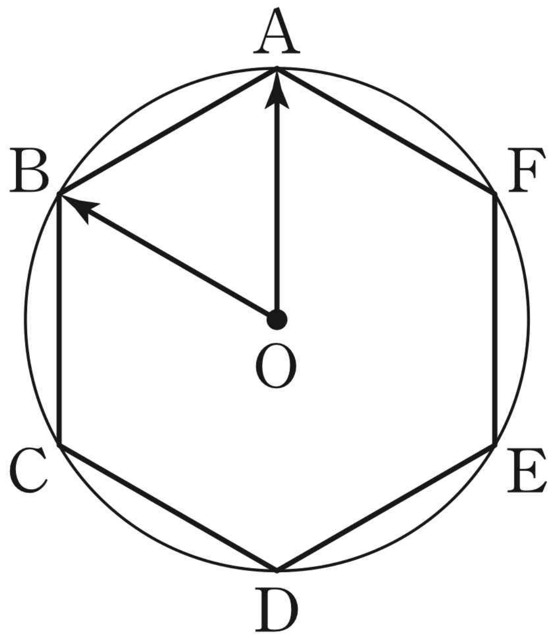
① $\sqrt{14}$ ② $\sqrt{15}$ ③ 4 ④ $\sqrt{17}$ ⑤ $3\sqrt{2}$



벡터의 연산 유제 3번

그림과 같이 중심이 O인 원에 내접하는 정육각형 ABCDEF에서 $\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|=\sqrt{6}$일 때, 이 원의 둘레의 길이는?

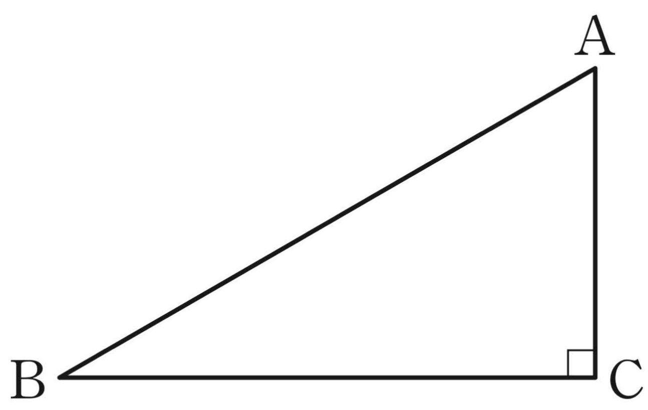
① 2π ② $2\sqrt{2}\pi$ ③ $2\sqrt{3}\pi$ ④ 4π ⑤ $2\sqrt{5}\pi$



벡터의 연산 유제 4번

그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 2\overline{AC}$인 직각삼각형 ABC에서 $\left|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}\right| = 4$일 때, $\left|\overrightarrow{AC}\right| \times \left|\overrightarrow{BC}\right|$의 값은?

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$



벡터의 연산 유제 5번

영벡터가 아니고 서로 평행하지 않은 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$$\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{b},\ \vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b},\ \vec{r} = 2\vec{a} + m\vec{b}$$

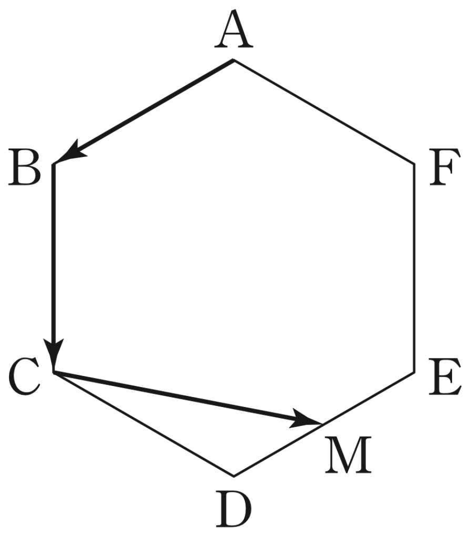
일 때, 두 벡터 $\vec{p} - 2\vec{r}$, $\vec{q}$가 서로 평행하도록 하는 실수 m의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

벡터의 연산 유제 6번

그림과 같이 정육각형 ABCDEF에 대하여 선분 DE의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{CM}}=m\overrightarrow{\mathrm{AB}}+n\overrightarrow{\mathrm{BC}}$를 만족시키는 두 실수 m, n에 대하여 $m+n$의 값은?

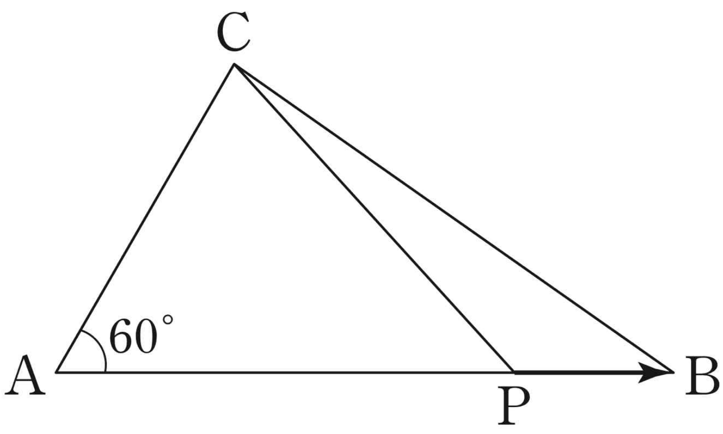
① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



벡터의 연산 Level 1 1번

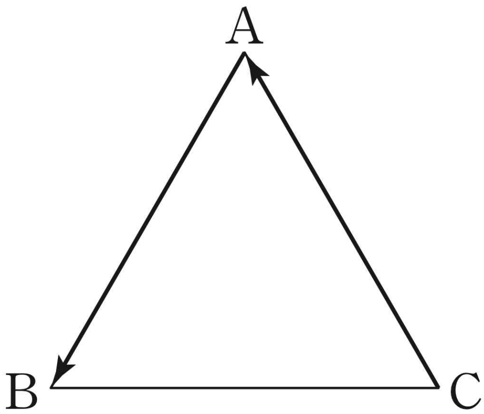
그림과 같이 $\overline{AC}=\sqrt{3}$, $\overline{AB}=3$, $\angle CAB=60^\circ$인 삼각형 ABC의 변 AB 위의 한 점 P에 대하여 삼각형 APC의 넓이가 $\frac{7}{4}$일 때, 벡터 $\overrightarrow{PB}$의 크기는?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$



벡터의 연산 Level 1 2번

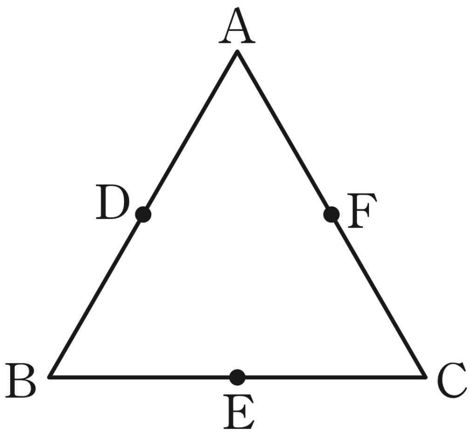
그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$인 정삼각형 ABC에 대하여 $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right|$의 값을 구하시오.



벡터의 연산 Level 1 3번

그림과 같이 정삼각형 ABC에서 세 변 AB, BC, CA의 중점을 각각 D, E, F라 하자.
$\left|\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{FC}}+\overrightarrow{\mathrm{AB}}-\overrightarrow{\mathrm{CE}}\right|=6$일 때, 정삼각형 ABC의 넓이는?

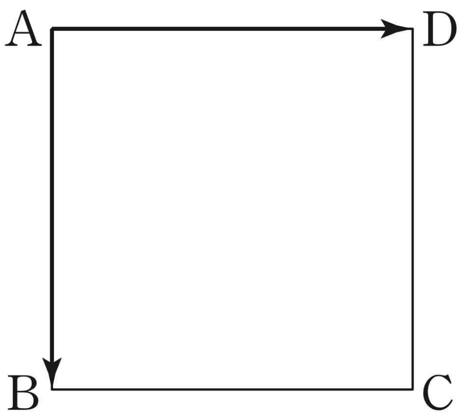
① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$



벡터의 연산 Level 1 4번

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에 대하여 $\left|\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}-2\overrightarrow{\mathrm{AD}}\right|$의 값은?

① $\sqrt{15}$　② 4　③ $\sqrt{17}$　④ $3\sqrt{2}$　⑤ $\sqrt{19}$



벡터의 연산 Level 1 5번

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 평행하지 않을 때,

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{a} + \vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{AC}} = \vec{a} - \vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{AD}} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

라 하자. $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = k\overrightarrow{\mathrm{AB}} + l\overrightarrow{\mathrm{AC}}$일 때, 두 실수 k, l에 대하여 $2k+l$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

벡터의 연산 Level 1 6번

삼각형 ABC에서 $m\overrightarrow{\mathrm{AB}}+n\overrightarrow{\mathrm{AC}}=3\overrightarrow{\mathrm{AB}}+4\overrightarrow{\mathrm{BC}}-2\overrightarrow{\mathrm{CA}}$를 만족시키는 두 실수 m, n에 대하여 $m+n$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

벡터의 연산 Level 1 7번

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 평행하지 않을 때,

$$\vec{p} = 3\vec{a} - \vec{b},\ \vec{q} = \vec{a} + k\vec{b}$$

라 하자. 두 벡터 $\vec{p} + 2\vec{q}$, $\vec{p} - \vec{q}$가 서로 평행할 때, 실수 k의 값은?

① $-\frac{1}{6}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

벡터의 연산 Level 1 8번

한 평면 위의 서로 다른 네 점 O, A, B, C에 대하여

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}-\vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}}=2\vec{a}+3\vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{OC}}=k\vec{a}-2\vec{b}$$

이다. 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있도록 하는 실수 k의 값은?
(단, 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$는 서로 평행하지 않다.)

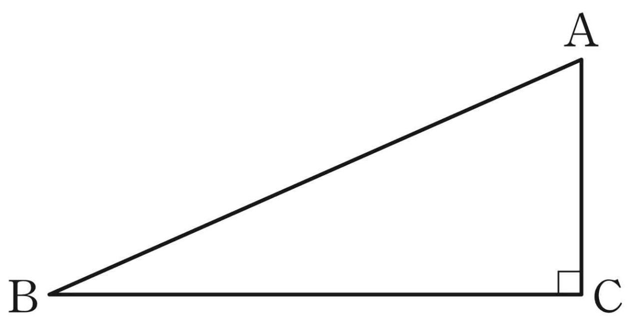
① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

벡터의 연산 Level 2 1번

그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 변 AB 위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{PC}|$의 값은?

(가) $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = 4\lvert\overrightarrow{BP}\rvert$, $\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{AQ} = \vec{0}$ (나) $\lvert\overrightarrow{AC}\rvert = 4$, $\lvert\overrightarrow{QC}\rvert = \sqrt{14}$

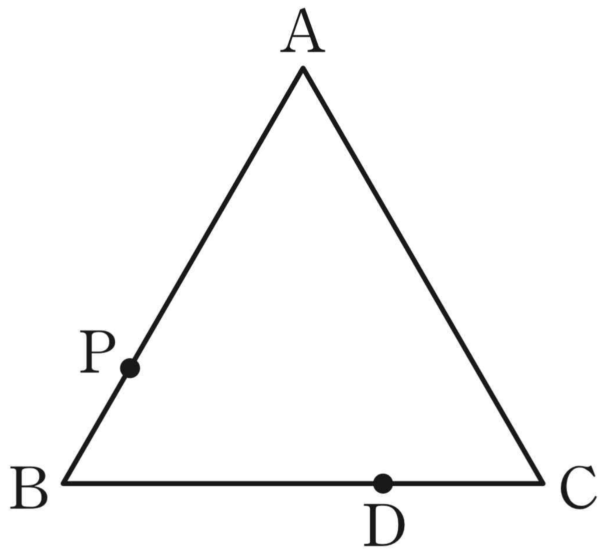
① $\sqrt{42}$　② $2\sqrt{11}$　③ $\sqrt{46}$　④ $4\sqrt{3}$　⑤ $5\sqrt{2}$



벡터의 연산 Level 2 2번

그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC에서 변 BC를 2:1로 내분하는 점을 D라 하자. 변 AB 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}|$의 최댓값은?

① $\sqrt{70}$　　② $6\sqrt{2}$　　③ $\sqrt{74}$　　④ $2\sqrt{19}$　　⑤ $\sqrt{78}$



벡터의 연산 Level 2 3번

$\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{AD}}=2$, $\angle\mathrm{DAB}=30^{\circ}$ 인 사각형 ABCD와 그 내부의 한 점 P가 다음 조건을 만족시킬 때, $\left|\overrightarrow{\mathrm{PD}}+\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|$의 값은?

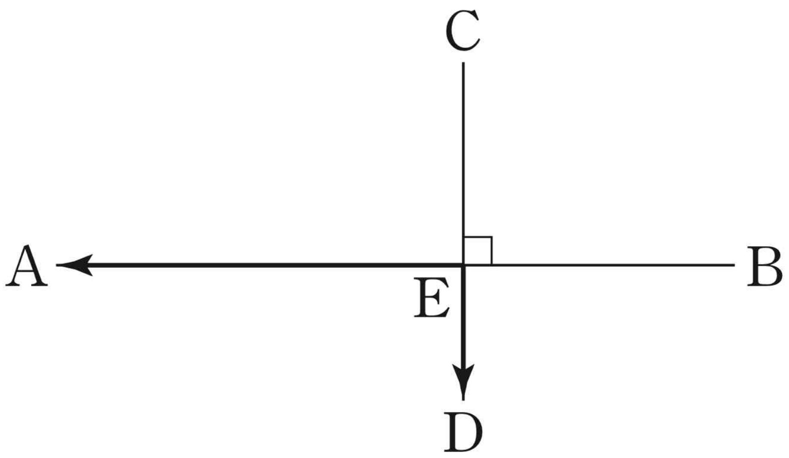
(가) $\overrightarrow{\mathrm{PA}}+\overrightarrow{\mathrm{PC}}=\overrightarrow{\mathrm{PB}}+\overrightarrow{\mathrm{PD}}$ (나) $\overrightarrow{\mathrm{AD}}+\overrightarrow{\mathrm{AB}}+2\overrightarrow{\mathrm{PA}}=\vec{0}$

① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

벡터의 연산 Level 2 4번

그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{CD}=1$인 두 선분 AB, CD가 점 E에서 서로 수직으로 만나고 $3\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{AD}$를 만족시킬 때, $|\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{ED}|$의 값은?

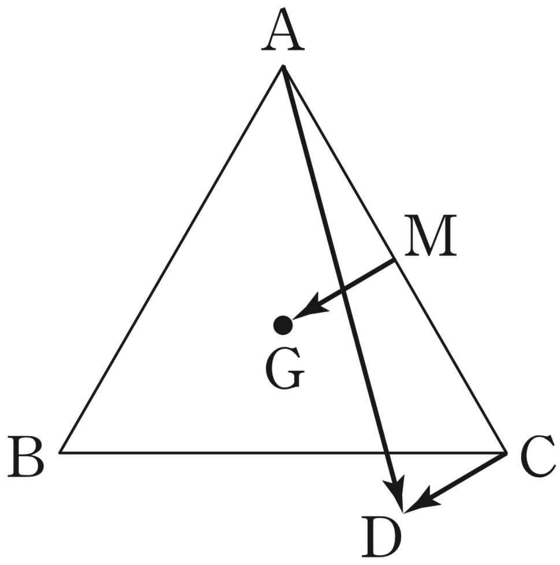
① $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ④ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{2}$



벡터의 연산 Level 2 5번

그림과 같이 정삼각형 ABC의 무게중심을 G, 선분 AC의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{MG}}=\overrightarrow{\mathrm{CD}}$가 되도록 점 D를 잡으면 $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=a\overrightarrow{\mathrm{AB}}+b\overrightarrow{\mathrm{AC}}$를 만족시킨다. 두 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

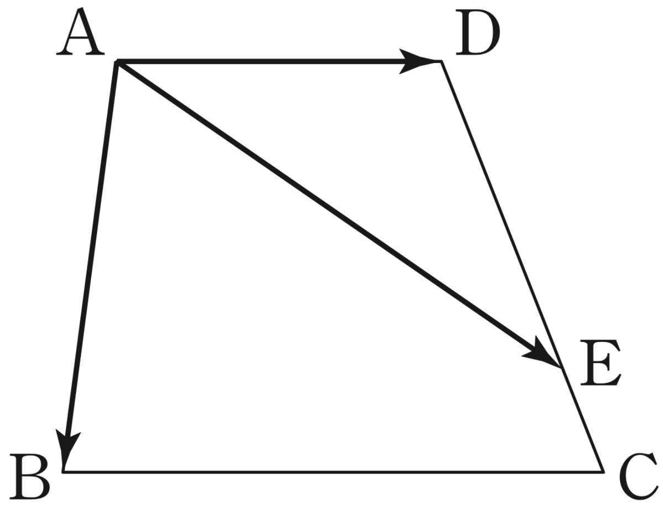
① $\frac{13}{12}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{17}{12}$



벡터의 연산 Level 2 6번

그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{BC}}$인 사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{BC}} = 3:5$이고 변 DC를 $3:1$로 내분하는 점을 E라 할 때, $m\overrightarrow{\mathrm{AE}} = n\overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{AD}}$를 만족시킨다. 두 실수 m, n에 대하여 mn의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3



벡터의 연산 Level 2 7번

영벡터가 아닌 세 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$와 실수 k가 다음 조건을 만족시킬 때, $k+\dfrac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$의 값을 구하시오.

(가) 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$는 서로 평행하고, 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{c}$는 서로 평행하지 않다. (나) $2\vec{a}+k(2\vec{c}-3\vec{a})+2\vec{b}=8\vec{c}$

벡터의 연산 Level 2 8번

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 평행하지 않을 때,

$$\vec{a}+3\vec{x}=k\vec{a}+\vec{b},\ \vec{x}+2\vec{y}=2\vec{a}-\vec{b}$$

를 만족시키는 두 벡터 $\vec{x}$, $\vec{y}$가 서로 평행하도록 하는 실수 k의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

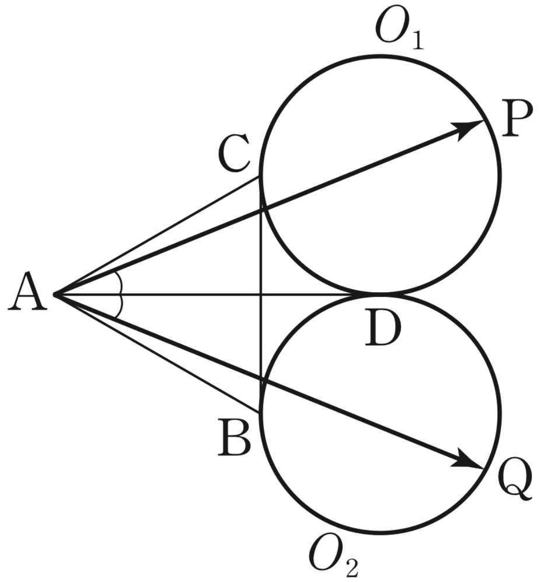
벡터의 연산 Level 3 1번

한 평면에 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC와 반지름의 길이가 같은 두 원 O_1, O_2가 있다. 그림과 같이 두 원 O_1, O_2는 점 D에서만 만나고 직선 BC와 각각 두 점 C, B에서 접한다. 원 O_1 위의 한 점 P와 원 O_2 위의 한 점 Q에 대하여

$$|\overrightarrow{\mathrm{AP}}| = |\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|,\ \angle \mathrm{PAD} = \angle \mathrm{QAD}$$

일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{AP}} + \overrightarrow{\mathrm{AQ}}|$의 최댓값과 최솟값의 합은?

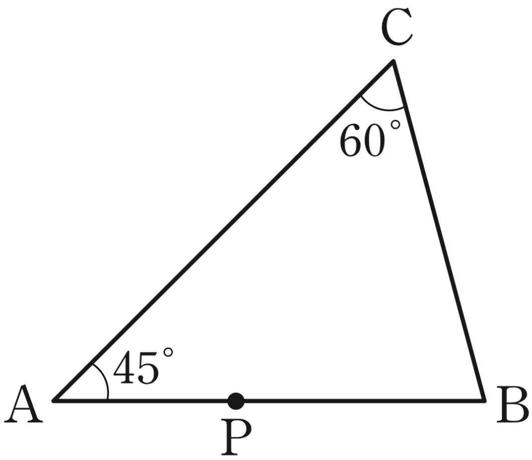
① $2+2\sqrt{3}$ ② $3+2\sqrt{3}$ ③ $2+3\sqrt{3}$
④ $3+4\sqrt{3}$ ⑤ $4+4\sqrt{3}$



벡터의 연산 Level 3 2번

그림과 같이 $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$인 삼각형 ABC의 변 AB 위의 점 P에 대하여 점 Q가 $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AQ}$를 만족시킨다. 점 Q가 나타내는 도형의 길이가 $2\sqrt{2}$일 때, 벡터 $\overrightarrow{BC}$의 크기는?

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$



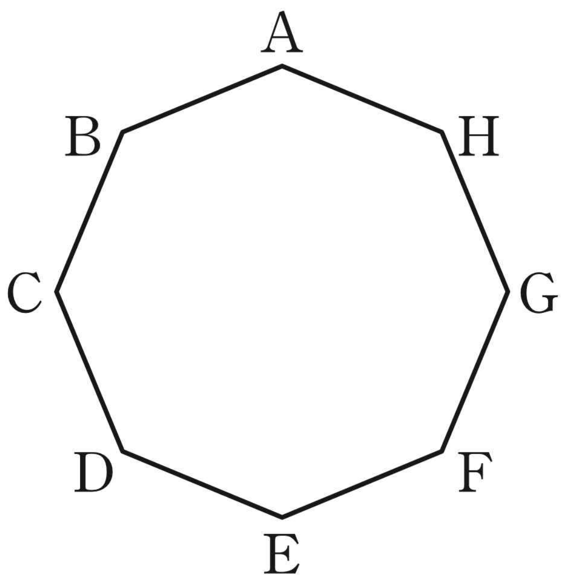
벡터의 연산 Level 3 3번

한 평면 위에 있는 정팔각형 ABCDEFGH와 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $2\overrightarrow{\mathrm{CB}}+3\overrightarrow{\mathrm{DE}}=2\overrightarrow{\mathrm{CH}}+3\overrightarrow{\mathrm{DP}}$

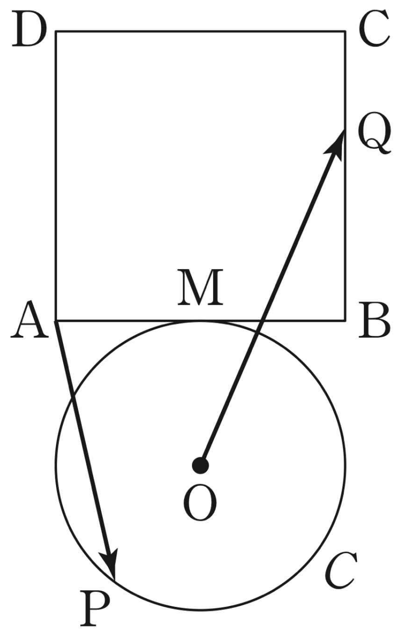
(나) $\left|\overrightarrow{\mathrm{DE}}-\overrightarrow{\mathrm{AD}}\right|=6\sqrt{2}$

사각형 EHBP의 넓이가 $p+q\sqrt{2}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 자연수이다.)



벡터의 연산 Level 3 4번

한 평면에 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD의 변 AB와 변 AB의 중점 M에서 접하고 반지름의 길이가 1, 중심이 O인 원 C가 있다. 원 C 위의 점 P와 변 BC 위의 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$의 값이 최소일 때 $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$의 값을 m, $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$의 값이 최대일 때 $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$의 값을 M이라 하자. m^2+M^2의 값을 구하시오.
(단, 점 O는 사각형 ABCD의 외부에 있다.)



벡터의 연산 Level 3 5번

한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC와 실수 k에 대하여 점 P가

$$\overrightarrow{\mathrm{PA}} + 2\overrightarrow{\mathrm{PB}} + 3\overrightarrow{\mathrm{PC}} = k\overrightarrow{\mathrm{AB}}$$

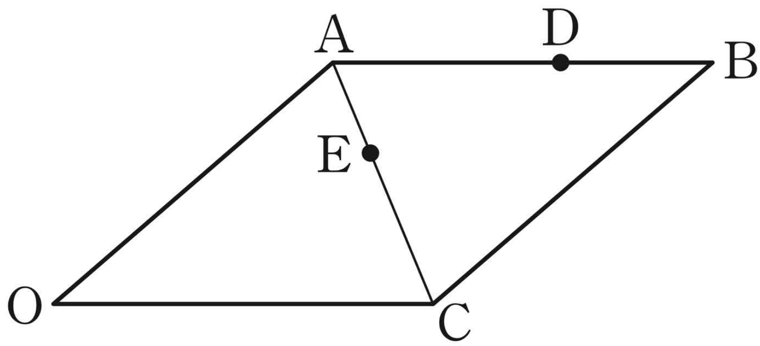
를 만족시킨다. $|\overrightarrow{\mathrm{BP}}|$의 값이 최소가 되도록 하는 실수 k의 값은?

① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

벡터의 연산 Level 3 6번

그림과 같이 평행사변형 OCBA의 변 AB를 3 : 2로 내분하는 점 D와 대각선 AC를 2 : k로 내분하는 점 E가 있다. 세 점 O, E, D가 한 직선 위에 있도록 하는 양수 k의 값은?

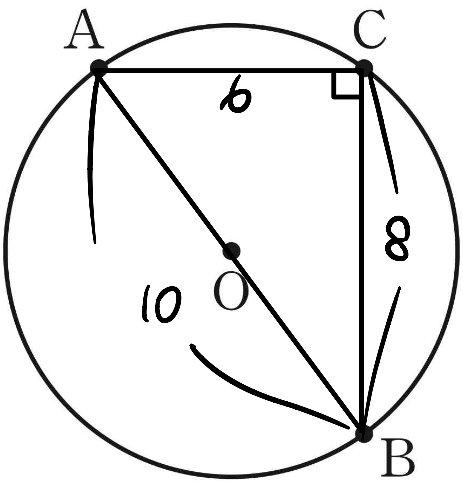
① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$



벡터의 연산 유제 1번

그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 5인 원 위에 서로 다른 세 점 A, B, C가 있다. $\overrightarrow{OA}=-\overrightarrow{OB}$이고 $|\overrightarrow{AC}|=6$일 때, $|\overrightarrow{BC}|$의 값은?

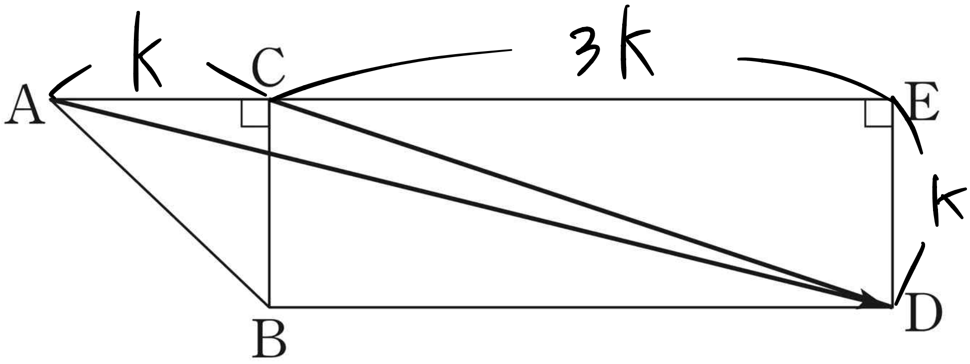
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8



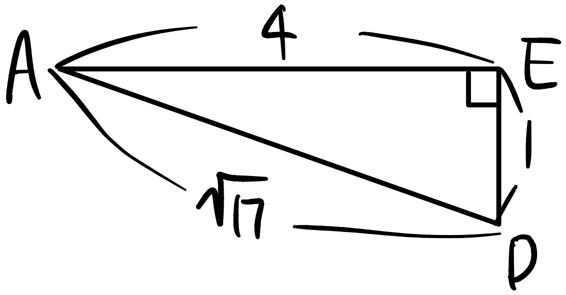
벡터의 연산 유제 2번

한 평면에 그림과 같이 $\angle ACB = 90^\circ$, $\overline{CA} = \overline{CB}$인 직각이등변삼각형 ABC와 직사각형 CBDE가 있다. $3|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$이고, $|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{10}$일 때, 벡터 $\overrightarrow{AD}$의 크기는?

① $\sqrt{14}$ ② $\sqrt{15}$ ③ 4 ④ $\sqrt{17}$ ⑤ $3\sqrt{2}$



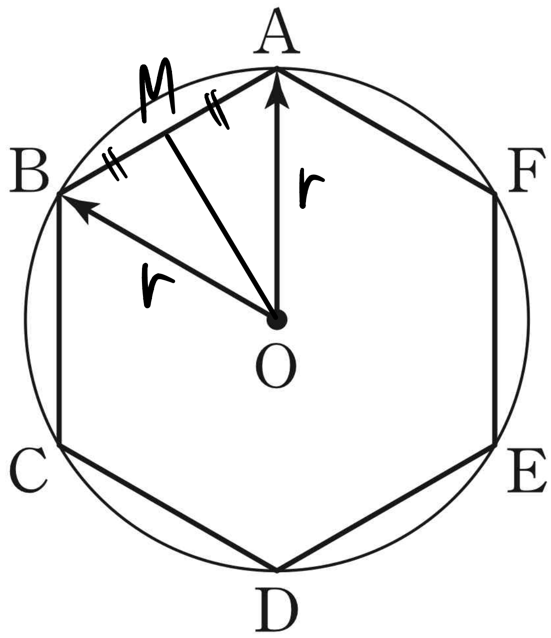
$\overline{CD} = \sqrt{10}k = \sqrt{10} \quad \therefore k=1$



벡터의 연산 유제 3번

그림과 같이 중심이 O인 원에 내접하는 정육각형 ABCDEF에서 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=\sqrt{6}$일 때, 이 원의 둘레의 길이는?

① 2π　　② $2\sqrt{2}\pi$　　③ $2\sqrt{3}\pi$　　④ 4π　　⑤ $2\sqrt{5}\pi$



삼각형 OAB : 정삼각형

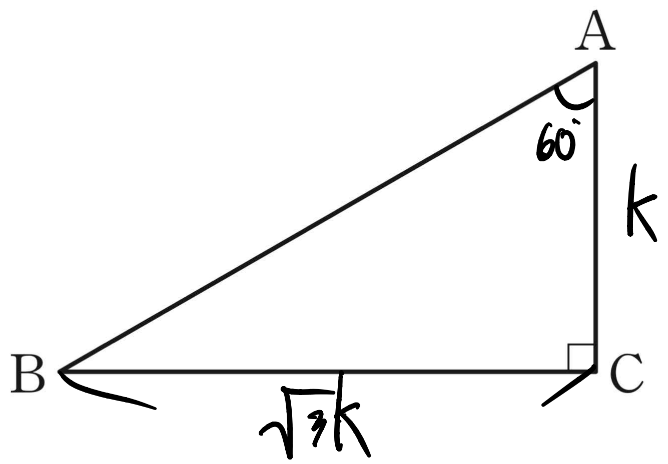
$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}| = 2|\overrightarrow{OM}| = \sqrt{6}$

$|\overrightarrow{OM}| = \frac{\sqrt{6}}{2} = r \times \frac{\sqrt{3}}{2}$　　$\therefore$ $r=\sqrt{2}$

벡터의 연산 유제 4번

그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 2\overline{AC}$인 직각삼각형 ABC에서 $|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}| = 4$일 때, $|\overrightarrow{AC}| \times |\overrightarrow{BC}|$의 값은?

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$



$$|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}| = 4$$

$$|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{BC}| = 4$$

$$\sqrt{3}k = 2$$

$$\therefore k = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$|\overrightarrow{AC}| \times |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{3}k^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

벡터의 연산 유제 5번

영벡터가 아니고 서로 평행하지 않은 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여

$$\vec{p}=\vec{a}+2\vec{b},\ \vec{q}=3\vec{a}-\vec{b},\ \vec{r}=2\vec{a}+m\vec{b}$$

일 때, 두 벡터 $\vec{p}-2\vec{r}$, $\vec{q}$가 서로 평행하도록 하는 실수 m의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

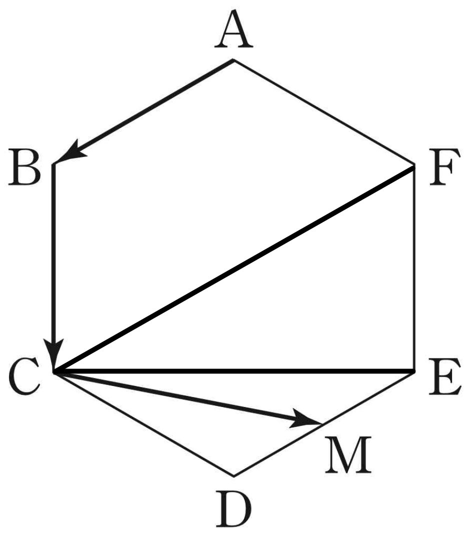
$$\vec{p}-2\vec{r} = -3\vec{a}+(2-2m)\vec{b}$$
$$\vec{q} = 3\vec{a}-\vec{b}$$

$$(2-2m)=1$$

벡터의 연산 유제 6번

그림과 같이 정육각형 ABCDEF에 대하여 선분 DE의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{CM}} = m\overrightarrow{\mathrm{AB}} + n\overrightarrow{\mathrm{BC}}$를 만족시키는 두 실수 m, n에 대하여 $m+n$의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



$$\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{CE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FE} = -2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

$$\therefore \overrightarrow{CM} = \left(-2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$= -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

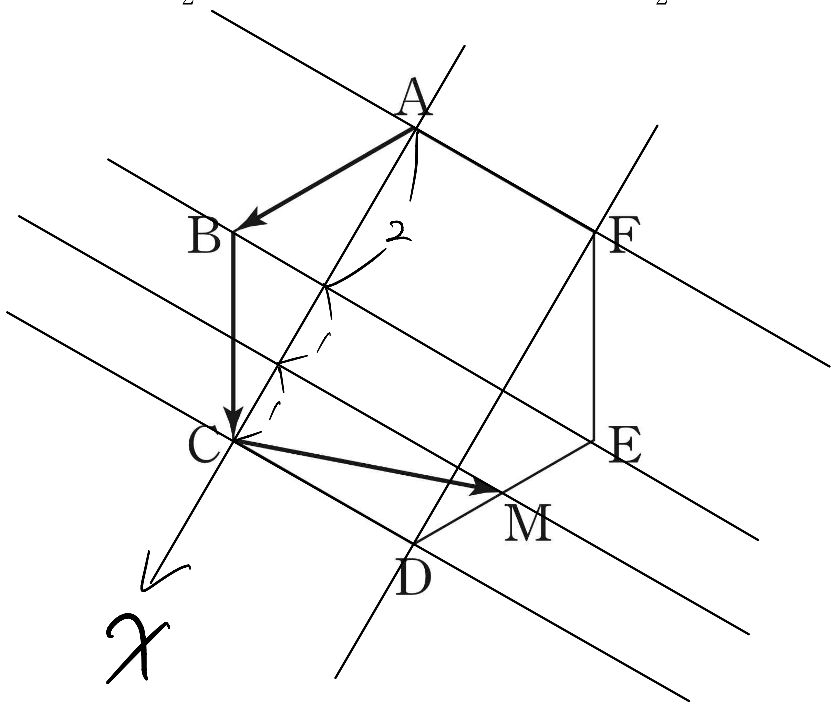
$$m = -\frac{3}{2},\ n = 1$$

☆ 다른 풀이 $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ 꼴이고, $m+n$을 물었을 때,
$\vec{a}, \vec{b}$의 x성분 또는 y성분이 같다면
(같게 되도록 좌표축을 설정해줄 수 있다면)

벡터의 연산 유제 6번

그림과 같이 정육각형 ABCDEF에 대하여 선분 DE의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{CM}} = m\overrightarrow{\mathrm{AB}} + n\overrightarrow{\mathrm{BC}}$를 만족시키는 두 실수 m, n에 대하여 $m+n$의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



$\overrightarrow{AB} = (2,\ ?)$ $\overrightarrow{BC} = (2,\ ?)$

$\overrightarrow{CM} = (-1,\ ?)$ (y성분 계산할 필요 없음)

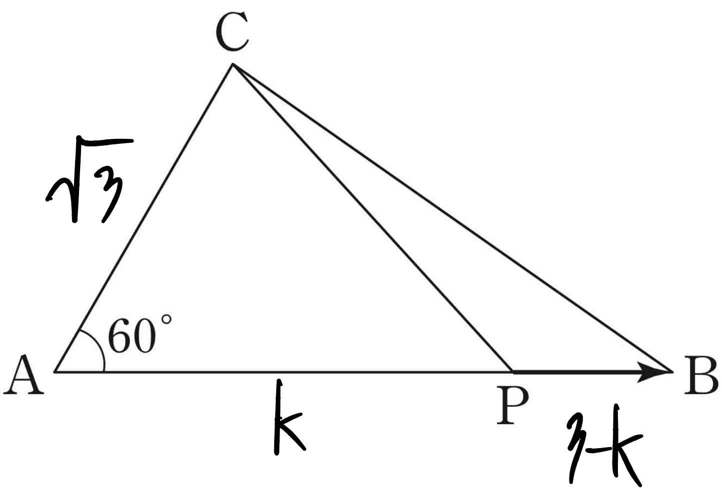
$m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{BC} = (2m+2n,\ ?)$

$2m + 2n = -1 \quad \therefore m+n = -\frac{1}{2}$

벡터의 연산 Level 1 1번

그림과 같이 $\overline{AC} = \sqrt{3}$, $\overline{AB} = 3$, $\angle CAB = 60^\circ$ 인 삼각형 ABC의 변 AB 위의 한 점 P에 대하여 삼각형 APC의 넓이가 $\frac{7}{4}$일 때, 벡터 $\overrightarrow{PB}$의 크기는?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

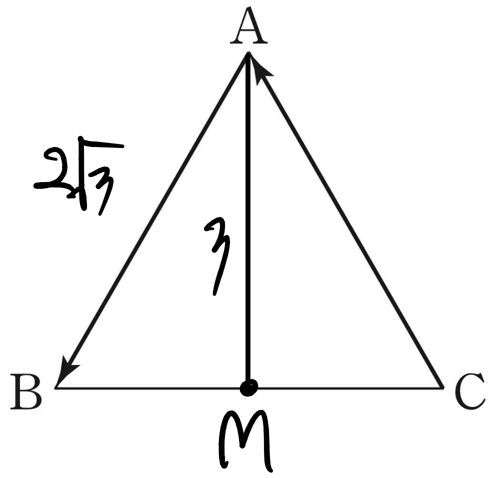


$$\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times k \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7}{4} \longrightarrow k = \frac{7}{3}$$

$$\therefore 3-k = \frac{2}{3}$$

벡터의 연산 Level 1 2번

그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$인 정삼각형 ABC에 대하여 $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right|$의 값을 구하시오.

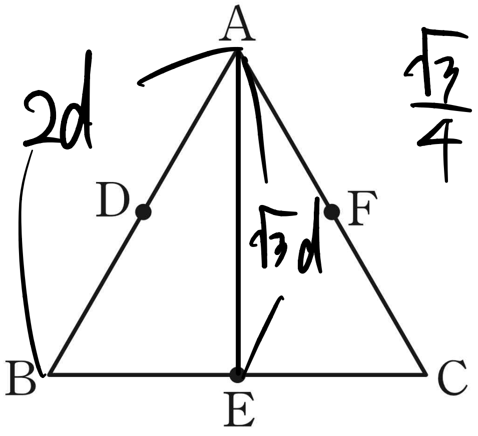


$$\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right| = 2\left|\overrightarrow{AM}\right| = \boxed{6}$$

벡터의 연산 Level 1 3번

그림과 같이 정삼각형 ABC에서 세 변 AB, BC, CA의 중점을 각각 D, E, F라 하자. $|\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CE}|=6$일 때, 정삼각형 ABC의 넓이는?

① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$



$$\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4d^2=\sqrt{3}d^2=?$$

$$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CE}$$
$$=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AF}+2\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}$$
$$=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{AF}+2\overrightarrow{AD}$$
$$=2\overrightarrow{AF}+2\overrightarrow{AD}$$
$$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}$$

$$|\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}|=6=2|\overrightarrow{AE}|$$

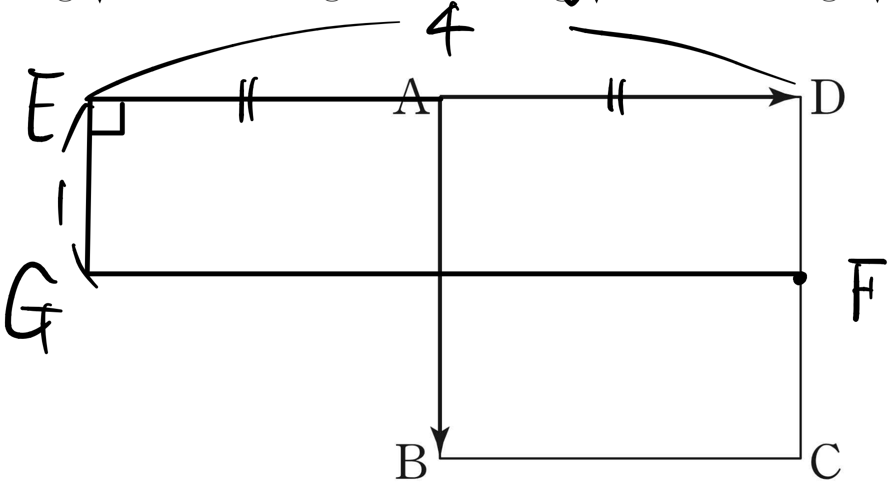
$$\therefore |\overrightarrow{AE}|=\sqrt{3}d=3$$

$$\therefore d=\sqrt{3}$$

벡터의 연산 Level 1 4번

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에 대하여 $\left|\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AD}\right|$의 값은?

① $\sqrt{15}$ ② 4 ③ $\sqrt{17}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{19}$



$$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DF}$$

$$-2\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DE}$$

$$\left|\overrightarrow{DF}+\overrightarrow{DE}\right|=\left|\overrightarrow{DG}\right|=\sqrt{17}$$

벡터의 연산 Level 1 5번

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 평행하지 않을 때,

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{a} + \vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{AC}} = \vec{a} - \vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{AD}} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

라 하자. $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = k\overrightarrow{\mathrm{AB}} + l\overrightarrow{\mathrm{AC}}$일 때, 두 실수 k, l에 대하여 $2k+l$의 값은?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

$$(k+l)\vec{a} + (k-l)\vec{b} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$$

$k=3 \quad l=1$

벡터의 연산 Level 1 6번

삼각형 ABC에서 $m\overrightarrow{\mathrm{AB}}+n\overrightarrow{\mathrm{AC}}=3\overrightarrow{\mathrm{AB}}+4\overrightarrow{\mathrm{BC}}-2\overrightarrow{\mathrm{CA}}$를 만족시키는 두 실수 m, n에 대하여 $m+n$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}+4(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})+2\overrightarrow{AC}$$

$$=-\overrightarrow{AB}+6\overrightarrow{AC}$$

$$\therefore m=-1 \quad n=6$$

벡터의 연산 Level 1 7번

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 평행하지 않을 때,

$$\vec{p} = 3\vec{a} - \vec{b},\ \vec{q} = \vec{a} + k\vec{b}$$

라 하자. 두 벡터 $\vec{p} + 2\vec{q}$, $\vec{p} - \vec{q}$가 서로 평행할 때, 실수 k의 값은?

① $-\frac{1}{6}$　② $-\frac{1}{5}$　③ $-\frac{1}{4}$　④ $-\frac{1}{3}$　⑤ $-\frac{1}{2}$

$\vec{p} + 2\vec{q} = 5\vec{a} + (2k-1)\vec{b}$

$\vec{p} - \vec{q} = 2\vec{a} - (k+1)\vec{b}$

$-(k+1) \times \frac{5}{2} = 2k-1$

$\rightarrow -5k-5 = 4k-2$

$9k = -3$

벡터의 연산 Level 1 8번

한 평면 위의 서로 다른 네 점 O, A, B, C에 대하여

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a} - \vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}} = 2\vec{a} + 3\vec{b},\ \overrightarrow{\mathrm{OC}} = k\vec{a} - 2\vec{b}$$

이다. 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있도록 하는 실수 k의 값은?

(단, 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$는 서로 평행하지 않다.)

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ 가 평행

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{a} + 4\vec{b}$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = (k-1)\vec{a} - \vec{b}$

$(k-1) \times (-4) = 1$

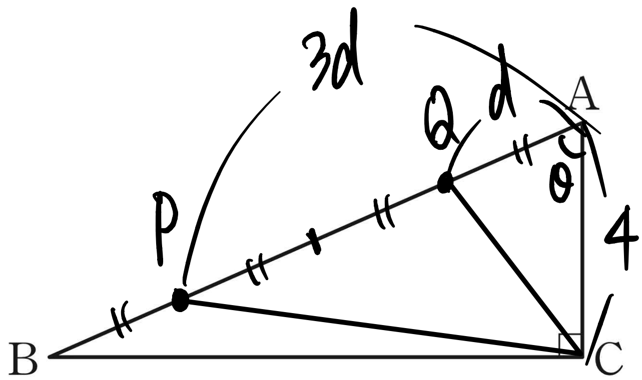
$k = \frac{3}{4}$

벡터의 연산 Level 2 1번

그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 변 AB 위의 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{PC}|$의 값은?

(가) $|\overrightarrow{AB}| = 4|\overrightarrow{BP}|$, $\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{AQ} = \vec{0}$ (나) $|\overrightarrow{AC}| = 4$, $|\overrightarrow{QC}| = \sqrt{14}$

① $\sqrt{42}$　　② $2\sqrt{11}$　　③ $\sqrt{46}$　　④ $4\sqrt{3}$　　⑤ $5\sqrt{2}$



$\cos\theta = \frac{1}{d}$

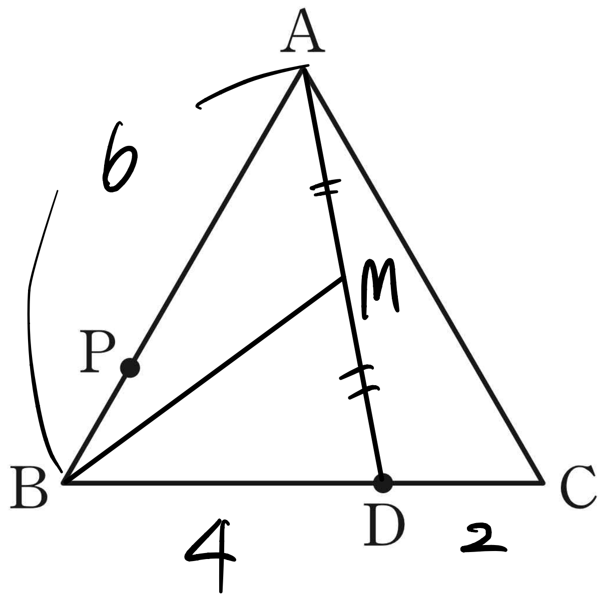
$14 = 16 + d^2 - 8d\cos\theta = 8 + d^2 \qquad \therefore d^2 = 6$

$\overline{PC}^2 = 16 + 9d^2 - 24d\cos\theta = -8 + 9d^2 = 54 - 8 = 46$

벡터의 연산 Level 2 2번

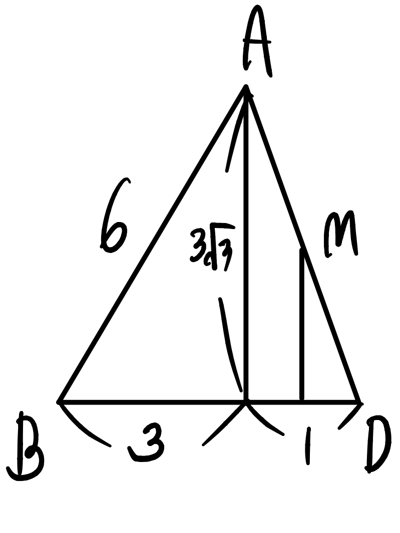
그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC에서 변 BC를 2:1로 내분하는 점을 D라 하자. 변 AB 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}|$의 최댓값은?

① $\sqrt{70}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{74}$ ④ $2\sqrt{19}$ ⑤ $\sqrt{78}$



$$|\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{BD}|$$

$|\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{BD}|$는 P가 A일 때 최대, 최댓값 $= 2|\overrightarrow{BM}|$



$$\overline{BM}^2 = \left(3+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{49+27}{4} = \frac{76}{4}$$

$$\therefore \overline{BM} = \frac{\sqrt{76}}{2} = \sqrt{19}$$

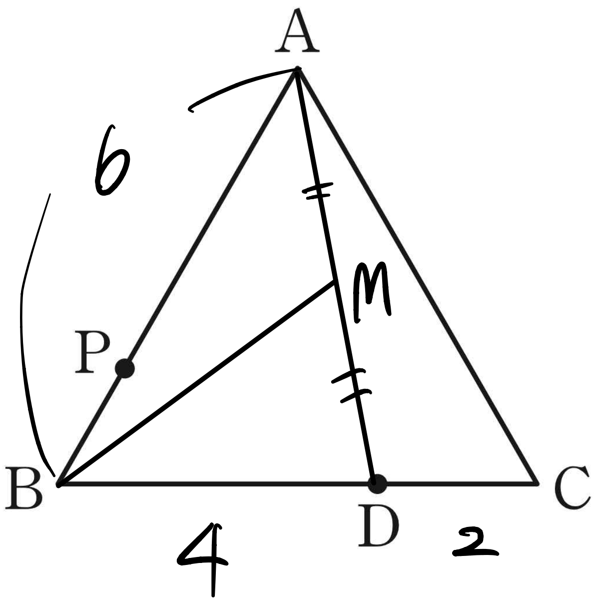
$\overline{BM}$ 구하는 다른 방법 (내적)

벡터의 연산 Level 2 2번

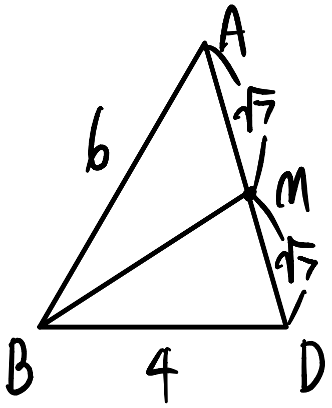
그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC에서 변 BC를 2:1로 내분하는 점을 D라 하자. 변 AB 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}|$의 최댓값은?

① $\sqrt{70}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{74}$ ④ $2\sqrt{19}$ ⑤ $\sqrt{78}$

✓



$\overline{AD} = 2\sqrt{7}$



$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD} = 6\times4\times\cos60^\circ = 12$

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MA})\cdot(\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MD})$

$= |\overrightarrow{BM}|^2 + \overrightarrow{BM}\cdot(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}) + \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MD}$

$= |\overrightarrow{BM}|^2 + \overrightarrow{BM}\cdot\vec{0} - |\overrightarrow{MA}|^2$

$= |\overrightarrow{BM}|^2 - 7 = 12$

$\therefore |\overrightarrow{BM}|^2 = 19$

벡터의 연산 Level 2 3번

$\overline{AB}=2\sqrt{3}$, $\overline{AD}=2$, $\angle DAB=30°$ 인 사각형 ABCD와 그 내부의 한 점 P가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{PD}+\overrightarrow{AB}|$의 값은?

(가) $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}$ (나) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{PA}=\vec{0}$

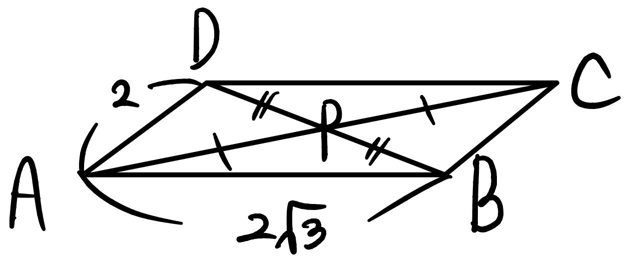
① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

선분 AC 중점 M, 선분 BD 중점 N

(가) $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{PN} \longrightarrow M=N$

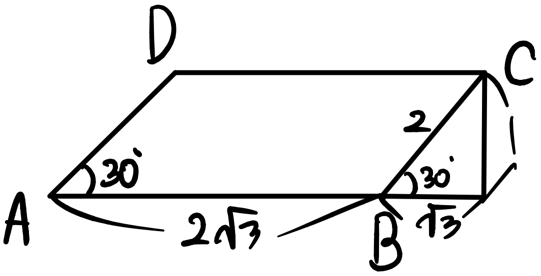
(나) $2\overrightarrow{AN}+2\overrightarrow{PA}=\vec{0} \longrightarrow \overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AP}$

$\therefore$ P는 $\overline{AC}$ 중점이면서 동시에 $\overline{BD}$ 중점이다.



$|\overrightarrow{PD}+\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AP}|=\ ?$

$\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

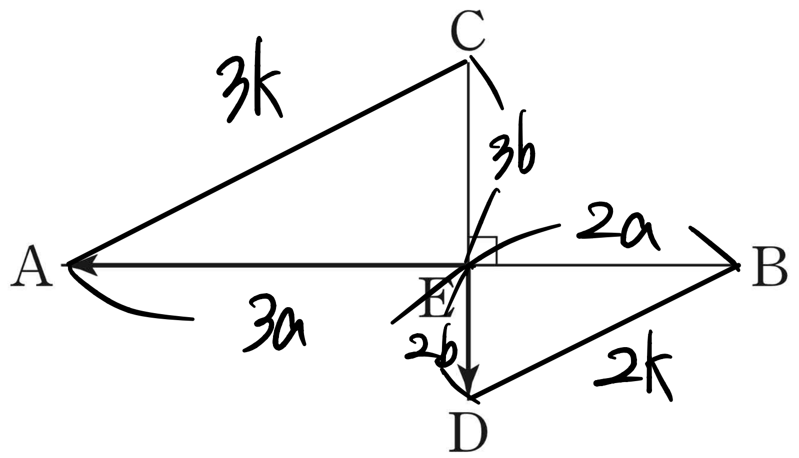


$\overline{AC}=2\sqrt{7}$

벡터의 연산 Level 2 4번

그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{CD}=1$인 두 선분 AB, CD가 점 E에서 서로 수직으로 만나고 $3\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}+3\overrightarrow{AD}$를 만족시킬 때, $|\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{ED}|$의 값은?

① $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ④ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{2}$

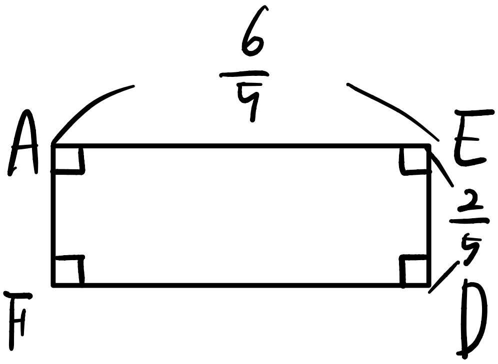


$$3(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}) = 2\overrightarrow{AC}$$

$$5a=2 \quad 5b=1$$

$$3\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{AC}$$

$$a=\frac{2}{5} \quad b=\frac{1}{5}$$

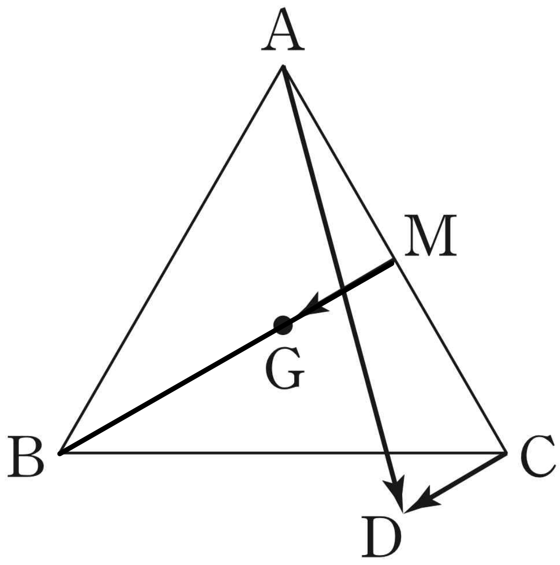


$$|\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{ED}| = |\overrightarrow{EF}| = \frac{2}{5}\sqrt{10}$$

벡터의 연산 Level 2 5번

그림과 같이 정삼각형 ABC의 무게중심을 G, 선분 AC의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{MG}}=\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ 가 되도록 점 D를 잡으면 $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=a\overrightarrow{\mathrm{AB}}+b\overrightarrow{\mathrm{AC}}$를 만족시킨다. 두 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① $\frac{13}{12}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{17}{12}$



$$\overrightarrow{MG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AM}\right)$$
$$=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right)$$
$$=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$$

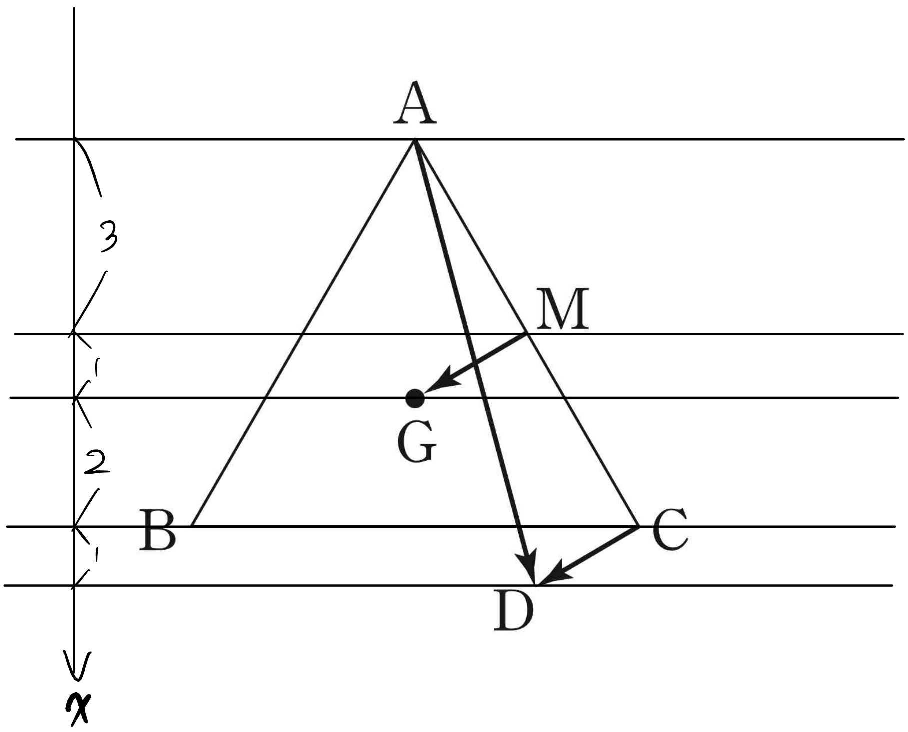
$$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{MG}$$
$$=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{5}{6}\overrightarrow{AC}$$

☆ 다른 풀이 $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ 꼴이고, $m+n$을 물었을 때,
$\vec{a}$, $\vec{b}$의 x성분 또는 y성분이 같다면
(같게 되도록 좌표축을 설정해줄 수 있다면)

벡터의 연산 Level 2 5번

그림과 같이 정삼각형 ABC의 무게중심을 G, 선분 AC의 중점을 M이라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{MG}} = \overrightarrow{\mathrm{CD}}$가 되도록 점 D를 잡으면 $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = a\overrightarrow{\mathrm{AB}} + b\overrightarrow{\mathrm{AC}}$를 만족시킨다. 두 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① $\frac{13}{12}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{17}{12}$



$\overrightarrow{AD} = (7,\ ?)$

$\overrightarrow{AB} = (6,\ ?)$, $\overrightarrow{AC} = (6,\ ?)$

y성분 계산할 필요 없음

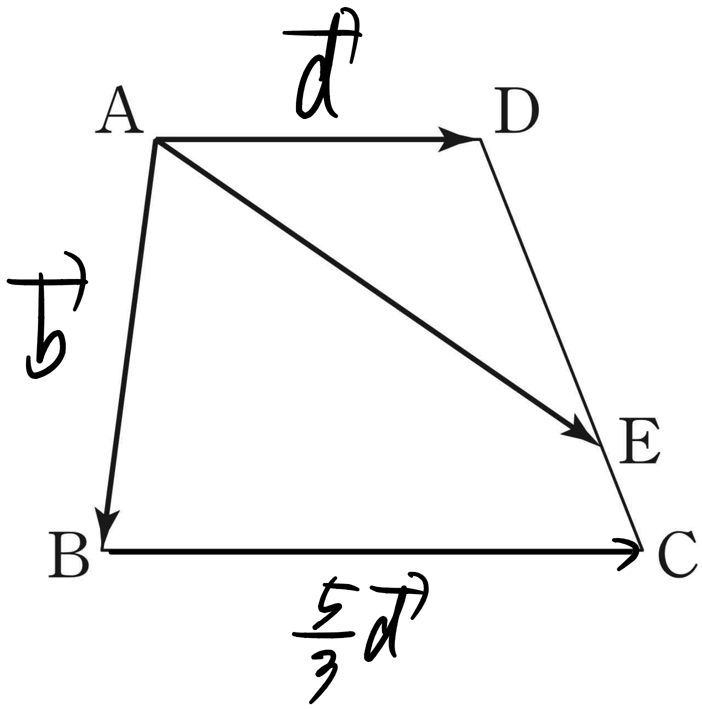
$\overrightarrow{AD} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC} = (6a+6b,\ ?)$

$6a+6b = 7 \rightarrow a+b = \frac{7}{6}$

벡터의 연산 Level 2 6번

그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} : \overline{BC} = 3:5$이고 변 DC를 $3:1$로 내분하는 점을 E라 할 때, $m\overrightarrow{AE} = n\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$를 만족시킨다. 두 실수 m, n에 대하여 mn의 값은?

① $\frac{1}{3}$　　② $\frac{1}{2}$　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3



$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

$$= \frac{1}{4}\vec{d} + \frac{3}{4}\left(\vec{b} + \frac{5}{3}\vec{d}\right)$$

$$= \frac{3}{4}\vec{b} + \frac{3}{2}\vec{d}$$

$$m\overrightarrow{AE} = n\vec{b} + \vec{d}$$

$$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\vec{b} + \frac{3}{2}\vec{d}$$

$\longrightarrow$ $m = \frac{2}{3}$, $n = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

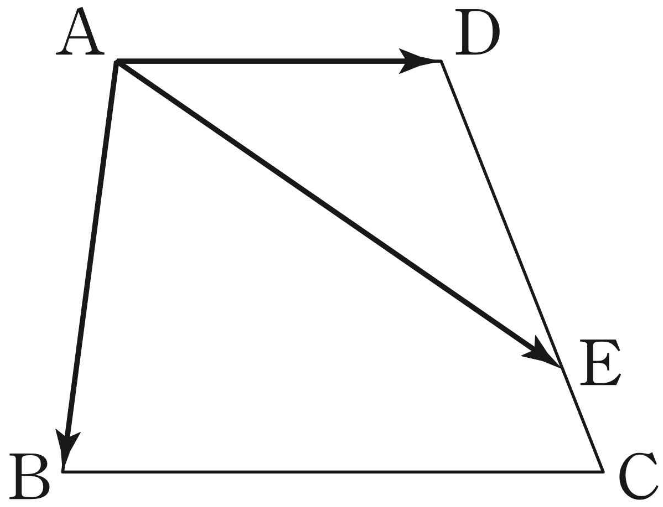
다른 풀이 : $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 말고는 사다리꼴 모양에 대한 조건 없음

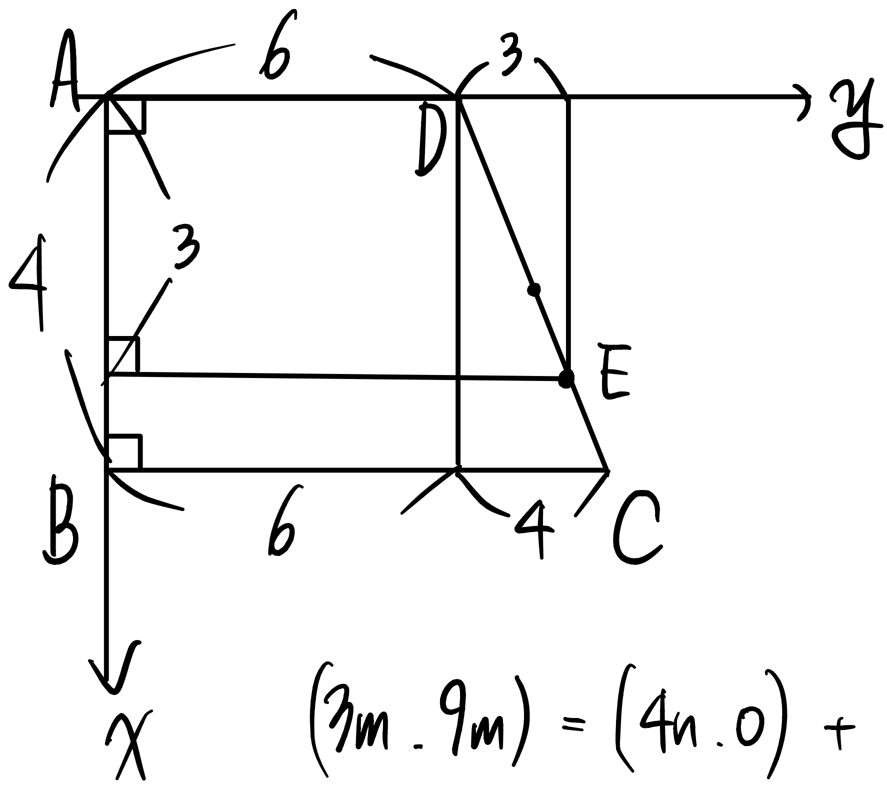
$\overline{AB} \perp \overline{AD}$, $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ 로 생각하고, 길이 적당히 잡자.

벡터의 연산 Level 2 6번

그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD}:\overline{BC}=3:5$이고 변 DC를 $3:1$로 내분하는 점을 E라 할 때, $m\overrightarrow{AE}=n\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$를 만족시킨다. 두 실수 m, n에 대하여 mn의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3





$\overrightarrow{AE} = (3,\ 9)$

$\overrightarrow{AB} = (4,\ 0)$

$\overrightarrow{AD} = (0,\ 6)$

$(3m,\ 9m) = (4n,\ 0) + (0,\ 6)$

$9m = 6 \rightarrow m = \frac{2}{3}$

$3m = 2 = 4n \longrightarrow n = \frac{1}{2}$

벡터의 연산 Level 2 7번

영벡터가 아닌 세 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$와 실수 k가 다음 조건을 만족시킬 때, $k+\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$의 값을 구하시오.

(가) 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$는 서로 평행하고, 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{c}$는 서로 평행하지 않다.
(나) $2\vec{a}+k(2\vec{c}-3\vec{a})+2\vec{b}=8\vec{c}$

$2\vec{a}+2k\vec{c}-3k\vec{a}+2\vec{b}=8\vec{c}$

$k=4$

$-10\vec{a}+2\vec{b}=\vec{0}$

$10\vec{a}=2\vec{b}$

$\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}=5$

$\boxed{9}$

벡터의 연산 Level 2 8번

영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 서로 평행하지 않을 때,

$$\vec{a}+3\vec{x}=k\vec{a}+\vec{b},\ \vec{x}+2\vec{y}=2\vec{a}-\vec{b}$$

를 만족시키는 두 벡터 $\vec{x}$, $\vec{y}$가 서로 평행하도록 하는 실수 k의 값은?

① -3　　② -2　　③ -1　　④ 1　　⑤ 2

$$3\vec{x}=(k-1)\vec{a}+\vec{b}$$

$$3\vec{x}+6\vec{y}=6\vec{a}-3\vec{b}$$

$\vec{x}$, $\vec{y}$가 평행하면 $3\vec{x}$와 $3\vec{x}+6\vec{y}$도 평행하다.

$$(k-1)\times(-3)=6$$

$$k-1=-2$$

$$k=-1$$

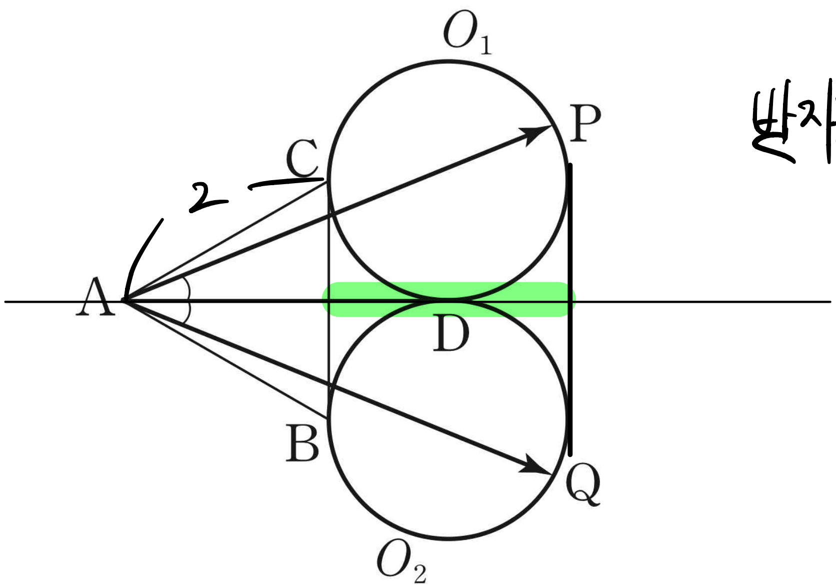
벡터의 연산 Level 3 1번

한 평면에 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC와 반지름의 길이가 같은 두 원 O_1, O_2가 있다. 그림과 같이 두 원 O_1, O_2는 점 D에서만 만나고 직선 BC와 각각 두 점 C, B에서 접한다. 원 O_1 위의 한 점 P와 원 O_2 위의 한 점 Q에 대하여

$$|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|,\ \angle \mathrm{PAD}=\angle \mathrm{QAD}$$

일 때, $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① $2+2\sqrt{3}$ ② $3+2\sqrt{3}$ ③ $2+3\sqrt{3}$
④ $3+4\sqrt{3}$ ⑤ $4+4\sqrt{3}$



반지름 길이 1

P와 Q가 직선 AD에 대하여 대칭이다.

$\overline{PQ}$ 중점 M M은 직선 AD 위의 점이다.

M 자취

$|\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AQ}| = 2|\overrightarrow{AM}|$

$|\overrightarrow{AM}|$ 최솟값 $\sqrt{3}$

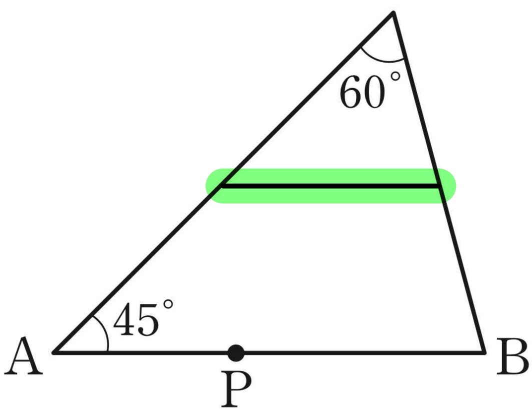
최댓값 $\sqrt{3}+2$

$(2\sqrt{3}+2)\times 2$

벡터의 연산 Level 3 2번

그림과 같이 $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ 인 삼각형 ABC의 변 AB 위의 점 P에 대하여 점 Q가 $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AQ}$를 만족시킨다. 점 Q가 나타내는 도형의 길이가 $2\sqrt{2}$일 때, 벡터 $\overrightarrow{BC}$의 크기는?

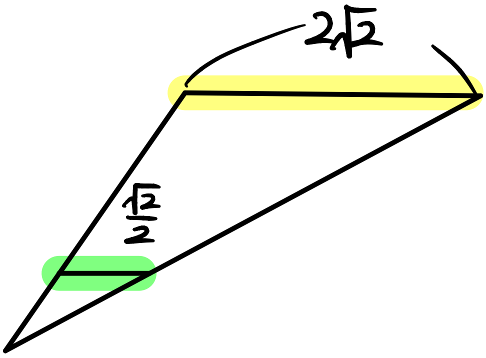
① $\frac{\sqrt{3}}{3}$　② $\frac{\sqrt{6}}{3}$　③ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$　④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$　⑤ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

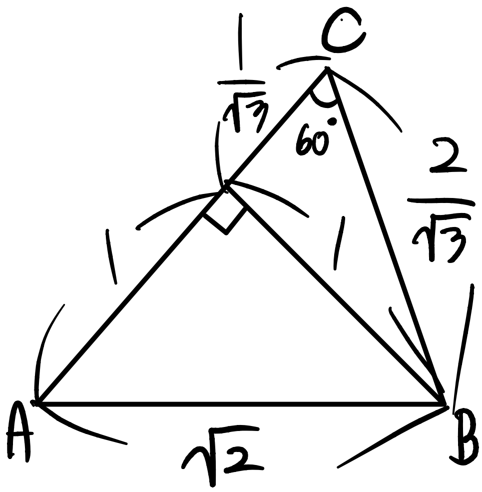


선분 PC 중점 M

$$\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AQ}$$

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AQ}$$





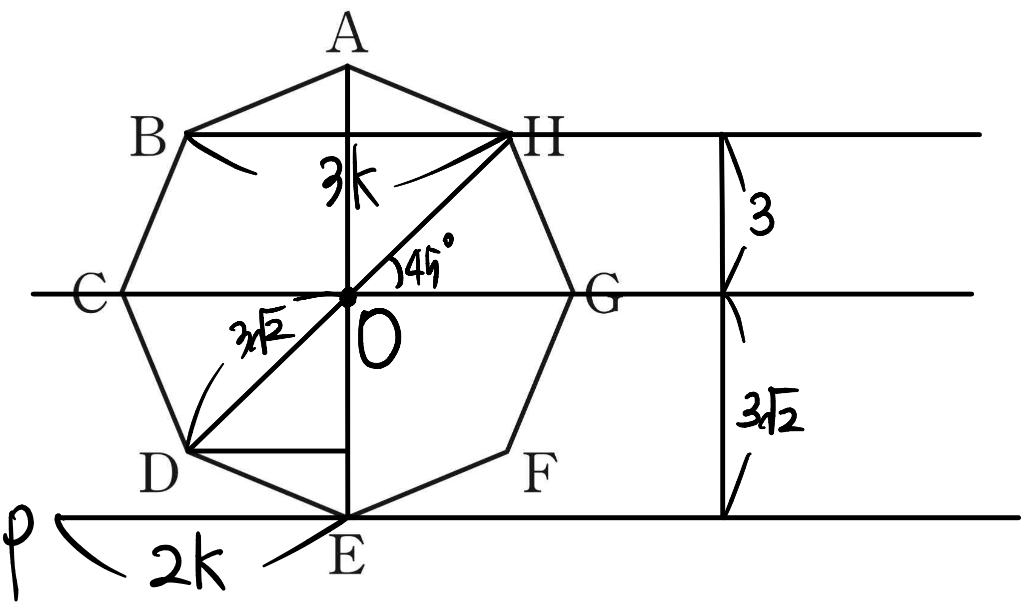
∴ $\overline{AB} = \sqrt{2}$

벡터의 연산 Level 3 3번

한 평면 위에 있는 정팔각형 ABCDEFGH와 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $2\overrightarrow{CB}+3\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{CH}+3\overrightarrow{DP}$ (나) $\lvert\overrightarrow{DE}-\overrightarrow{AD}\rvert=6\sqrt{2}$

사각형 EHBP의 넓이가 $p+q\sqrt{2}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 자연수이다.)



(가) $2(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{HC})=3(\overrightarrow{DP}+\overrightarrow{ED}) \rightarrow 2\overrightarrow{HB}=3\overrightarrow{EP}$

(나) $\lvert\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DE}\rvert=6\sqrt{2}$, $3k=6$ $k=2$

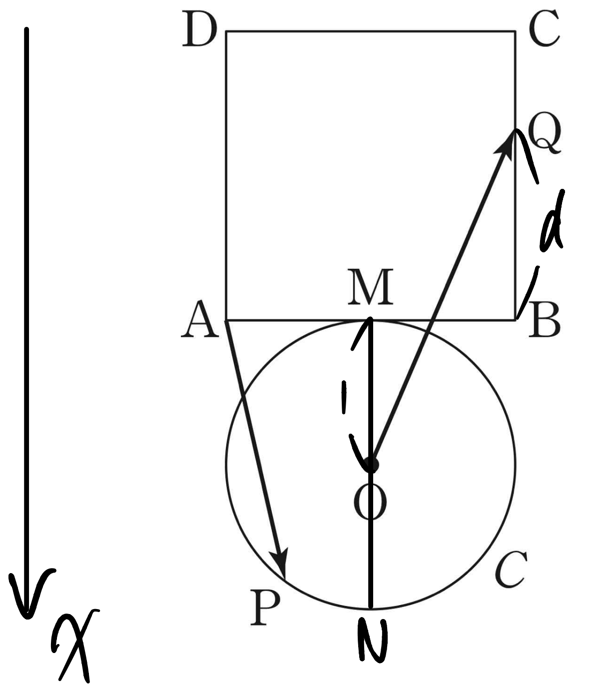
삼각형 BPE 넓이 + 삼각형 BEH 넓이

$=\frac{1}{2}\times 2k\times(3+3\sqrt{2})+\frac{1}{2}\times 3k\times(3+3\sqrt{2})=\frac{5k}{2}\times(3+3\sqrt{2})$

$=15+15\sqrt{2}$ $\boxed{30}$

벡터의 연산 Level 3 4번

한 평면에 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD의 변 AB와 변 AB의 중점 M에서 접하고 반지름의 길이가 1, 중심이 O인 원 C가 있다. 원 C 위의 점 P와 변 BC 위의 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$의 값이 최소일 때 $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$의 값을 m, $|\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$의 값이 최대일 때 $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$의 값을 M이라 하자. m^2+M^2의 값을 구하시오.
(단, 점 O는 사각형 ABCD의 외부에 있다.)



$0 \le d \le 2$

$|\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{OQ}|$

$= |(\cancel{\overrightarrow{AM}} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OP}) + (\overrightarrow{QB} + \cancel{\overrightarrow{BM}} + \overrightarrow{MO})|$

$= |2\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{OP}|$ $\qquad 2\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{QB} = (2+d, 0)$

$= |\vec{a} + \overrightarrow{OP}|$ $\qquad = \vec{a}$

$|\vec{a} + \overrightarrow{OP}|$ 는 $|\vec{a}|$가 최소이고 $\vec{a}$, $\overrightarrow{OP}$ 방향이 반대일 때 최소

$Q = B$, $\quad P = M \quad m = |\overrightarrow{MB}| = 1$

$|\vec{a} + \overrightarrow{OP}|$ 는 $|\vec{a}|$가 최대이고 $\vec{a}$, $\overrightarrow{OP}$ 방향이 같을 때 최대

$Q = C \quad P = N \quad M = |\overrightarrow{NC}| = \sqrt{17}$

$m^2 + M^2 = \boxed{18}$

굳이 1일 필요 없음
4,3 바꾸면 분수 안 나오고 계산 깔끔함

벡터의 연산 Level 3 5번

한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC와 실수 k에 대하여 점 P가

$$\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=k\overrightarrow{AB}$$

를 만족시킨다. $|\overrightarrow{BP}|$의 값이 최소가 되도록 하는 실수 k의 값은?

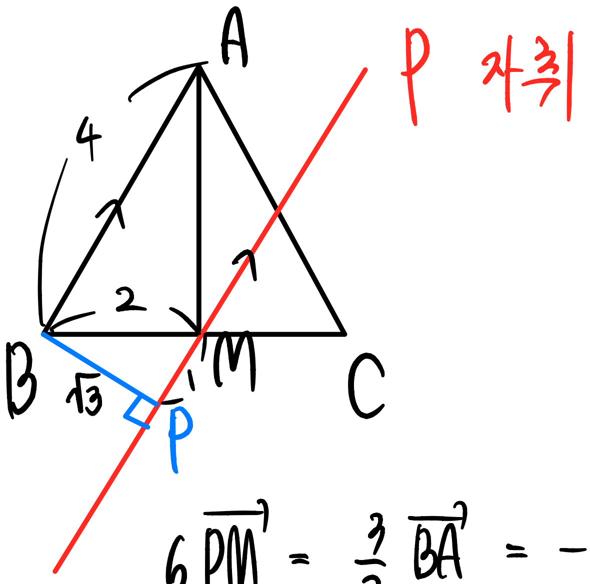
① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA}$$

$$(\overrightarrow{PA}+2\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC})+(\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA})=(k\overrightarrow{AB})+(\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA})$$

$$\longrightarrow 3\overrightarrow{PB}+3\overrightarrow{PC}=(k+1)\overrightarrow{AB}$$

$$\therefore 6\overrightarrow{PM}=(k+1)\overrightarrow{AB}$$



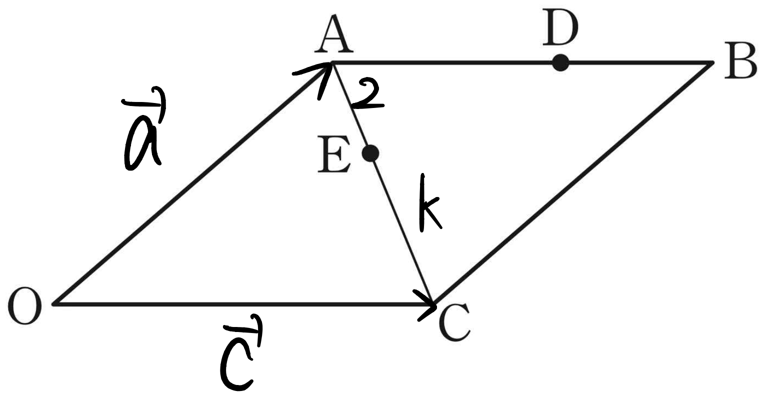
$$6\overrightarrow{PM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BA}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$k+1=-\frac{3}{2}$$

벡터의 연산 Level 3 6번

그림과 같이 평행사변형 OCBA의 변 AB를 3 : 2로 내분하는 점 D와 대각선 AC를 2 : k로 내분하는 점 E가 있다. 세 점 O, E, D가 한 직선 위에 있도록 하는 양수 k의 값은?

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$



$\overrightarrow{OE}$, $\overrightarrow{OD}$ 서로 평행

$\overrightarrow{OD} = \vec{a} + \frac{3}{5}\vec{c}$

$\overrightarrow{OE} = m\vec{a} + n\vec{c}$, $m + n = 1$

$m : n = 5 : 3$

$\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5 = 2 : k$

$\therefore k = \frac{10}{3}$

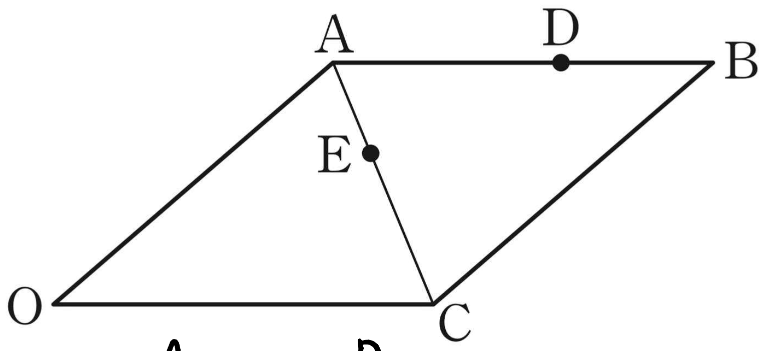
다른 풀이 : 평행사변형 모양에 대한 조건 없음

내가 보기 편한 모양으로 생각

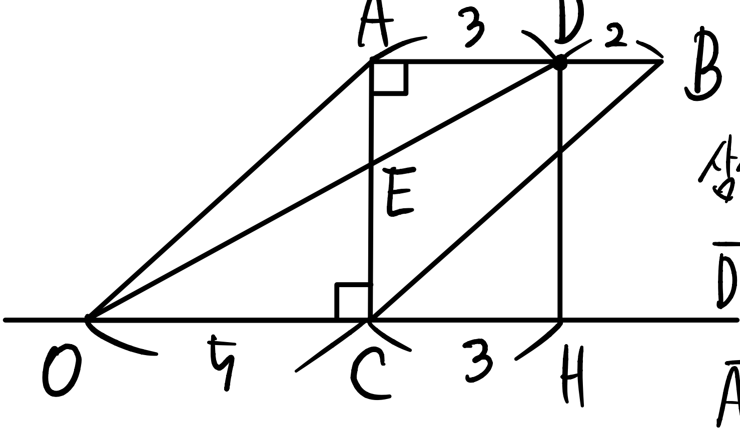
벡터의 연산 Level 3 6번

그림과 같이 평행사변형 OCBA의 변 AB를 $3:2$로 내분하는 점 D와 대각선 AC를 $2:k$로 내분하는 점 E가 있다. 세 점 O, E, D가 한 직선 위에 있도록 하는 양수 k의 값은?

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$



(i)

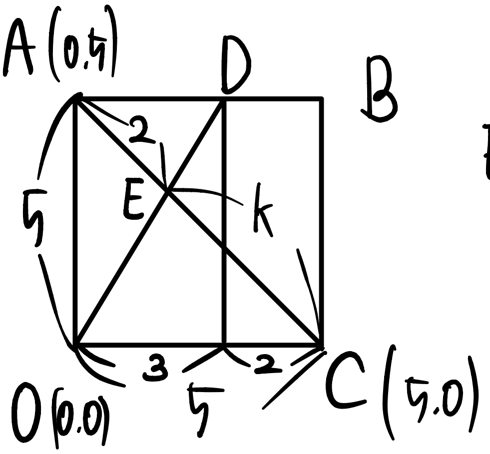


삼각형 EOC, DOH 5:8 닮음

$\overline{DH}=8$로 잡으면 $\overline{EC}=5$, $\overline{AE}=3$

$\overline{AE}:\overline{EC}=3:5=2:k$

(ii)



E(x,y) ⟶ ① $x+y=5$

② $y=\frac{5}{3}x$

$\therefore x=\frac{15}{8}$

$\overline{AE}:\overline{EC}=2:k=x:5-x$

$=\frac{15}{8}:\frac{25}{8}$

$=3:5$