9. $\overline{pr} \perp y=x$

$\overline{pq} \parallel y=x$

$\overline{pr} = \overline{pq}$

↳ $\overline{pr} \parallel y$축이므로 점 p와 r의 x좌표는 같다.

점 p, r의 x좌표를 k라 하면

$\overline{qr} = 2\sqrt{2}$ 이므로 q의 x좌표는 $k+2$, y좌표는 k이다.

$p(k, k-2)$ $q(k+2, k)$

$\log_2 k + a = k-2$

$\log_2 (k+2) + a = k$

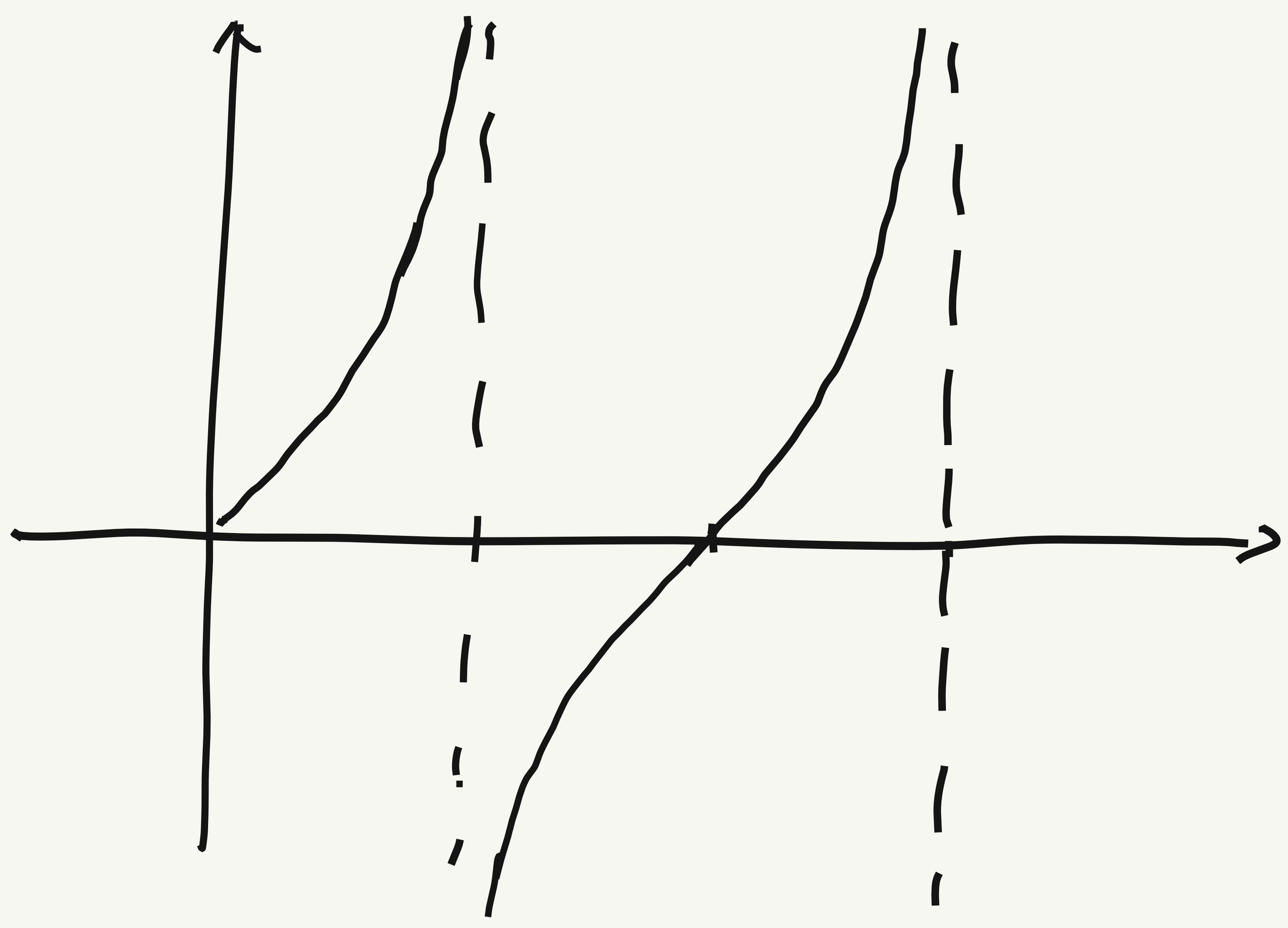
$\log_2 \frac{k+2}{k} = 2$

$k = \frac{2}{3}$

$r(k, k+2) \rightarrow r\left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right)$

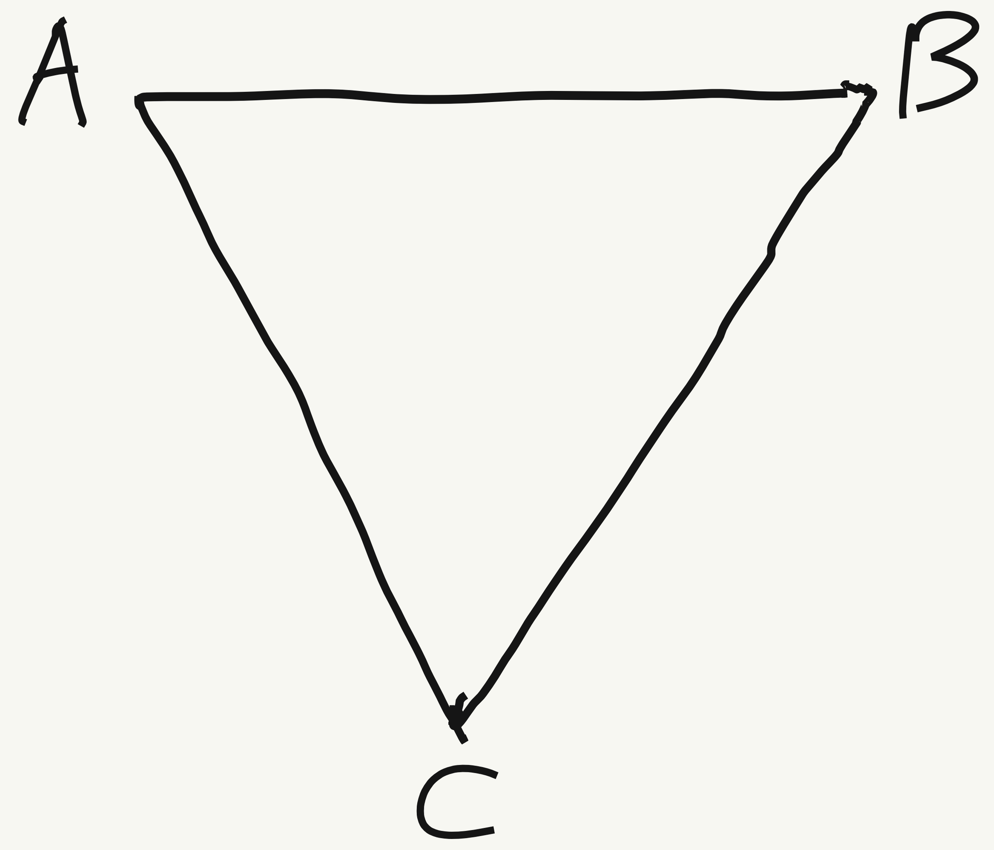
$\boxed{\text{답: ②}}$

11. $\overline{AB} \parallel x$축이고 그래프가



이므로 A와 B는 x좌표가 한 주기 차이이다.

$$\overline{AB} = \frac{1}{b}$$



C의 x좌표를 c라 하면

$$A\left(c - \frac{1}{2b}, \frac{\sqrt{3}}{2b}\right)$$

$$B\left(c + \frac{1}{2b}, \frac{\sqrt{3}}{2b}\right)$$

OA의 기울기 : $\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2b}}{c - \frac{1}{2b}}$

$\overline{OB}$의 기울기 : $\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2b}}{c + \frac{1}{2b}}$

$$\rightarrow \frac{\frac{3}{4b^2}}{c^2 - \frac{1}{4b^2}} = \frac{12}{5}$$

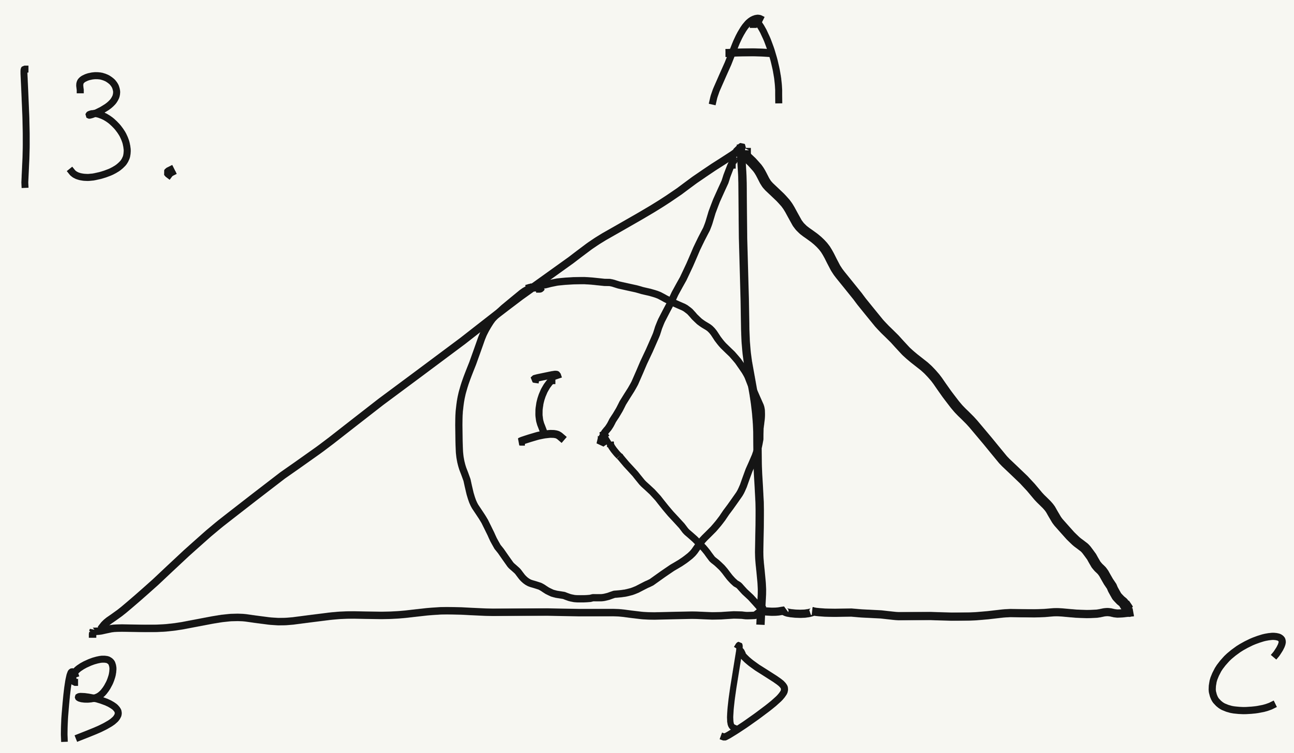
$$\rightarrow c = \frac{3}{4b}$$

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2b}$$

$$a^2 b^2 = \frac{3}{4}$$

$\boxed{\text{답} : ③}$

13.



$\angle AID = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}\angle ABD$ 이므로 $\angle ABD = 2\alpha$ 이면

$\angle AID = \frac{\pi}{2} + \alpha \quad \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{4}\right)$

(가) 조건과 $\triangle AID$ 와 $\triangle ACD$ 가 $\overline{AD}$ 를 공유

한다는 사실을 통해 $\sin(\angle AID) = \sin(\angle ACD)$

$\angle ACD = \beta \quad \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$ 라 하면

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\beta \rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

(나) 조건 $\rightarrow \sin(\angle CAD) = \cos\beta = \cos 2\alpha$

$\hookrightarrow \beta = 2\alpha$

$\beta = \frac{\pi}{3} \quad \alpha = \frac{\pi}{6} \rightarrow \triangle ABC$ 는 정$\triangle$

$\overline{AC} = 4 = 2R \rightarrow R = 2$

$S = 4\pi$

$\boxed{\text{답: ④}}$

15.

※ $\{a_n\}$: 초항 a 공차 d_1

$\{b_n\}$: 〃 b 〃 d_2

(가) 조건에서

$b_{m+1}=0$, $\left|\underbrace{\dfrac{2a+md_1}{2a+(m-1)d_1}}\right|=1$

↳ 분모와 분자가 같기 위해서는 $d_1=0$이어야 한다.

$S_{b_{m+1}}<0$, $b_{m+1}=0$ 이므로 $b<0$, $d_2>0$임을 알수있다.

(i) $d_1=0$

$a\geq 0$ 이면

$S_{b_{2m+2}}$ 부터는 0보다 크므로 (나)조건 만족X

$a<0$이면

$S_{b_n}<0$을 만족하는 n이 5개 뿐이어야 한다.

하지만 $S_{b_1}, \cdots, S_{b_m}, S_{b_{m+1}}, \cdots S_{b_{2m}}$ 까지는 음수,

$S_{b_{2m+1}}=0$ 이므로 $S_{b_n}<0$인 n이 $2m$개, 즉 짝수로

불가능하다.

(ii) $d_1\neq 0$

(가)에서 $4a+(2m-1)d_1=0$, $-\dfrac{m(m+1)}{2}d_2=-45$

$d_1>0$이면 S_{a_n}, S_{b_n} 모두 n이 충분히 크면 모두 양수로

(나) 조건 만족X $\therefore d_1<0 \rightarrow S_{a_m}>0$, $S_{a_{m+1}}<0$

S_{a_n}: $\overset{+}{1}, \cdots, \overset{+}{m}, \overset{-}{m+1} \ \overset{-}{\ } \ \overset{-}{\cdots}$

S_{b_n}: $\underset{-}{1}, \cdots, \underset{-}{m}, \underbrace{\underset{-}{m+1} \ \cdots \ \underset{-}{2m}}$ $\underset{0}{2m+1}$ $\underset{+}{2m+2}$

$S_{a_n}\times S_{b_n}>0$ 만족 $\rightarrow m=5$, $d_2=3$

$4a+9d_1=0$. $S_{b_n}=-42=\dfrac{7(2a_1+6d)}{2}$ $a+3d_1=-6$ $\boxed{\text{답: ④}}$

$a=18$, $d_1=-8$

21. $\overline{BC}=\overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC=\angle CAD$

$\angle BAE=\theta$ 라 하면

$\angle BAC=\angle CAD=2\theta$, $\angle DAE=\angle ACD=3\theta$

직선 AE가 원과 만나는 점을 G라 하자.

$\triangle ABC$가 이등변 삼각형이고 원이 $\triangle ABC$의 외접원이므로

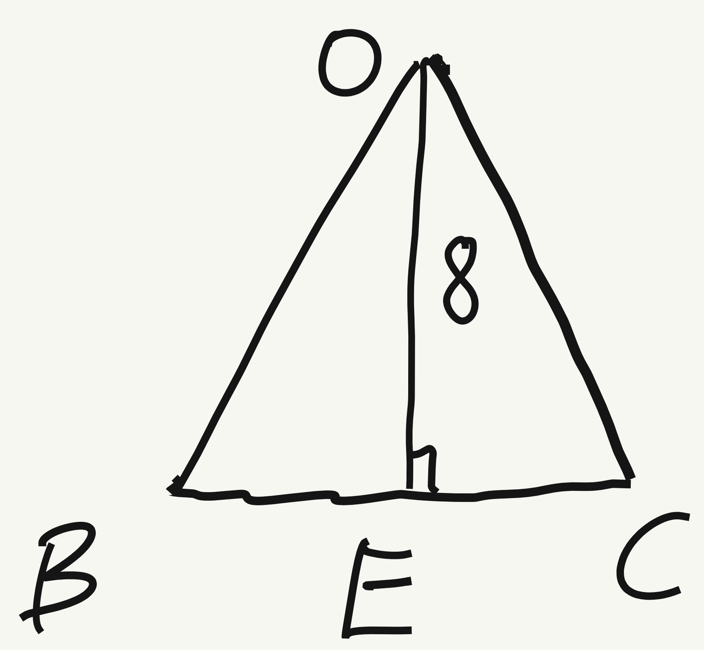
$\overline{AG}$가 지름이다.

$\overset{\frown}{DG}$의 원주각 $=3\theta$

$\overset{\frown}{AD}$의 원주각 $=3\theta$

$\rightarrow 6\theta=\frac{\pi}{2}$

$\theta=\frac{\pi}{12}$



원의 중심을 O라 하면

$\angle BOE=2\theta=\frac{\pi}{6}$

$\angle BOC=\frac{\pi}{3} \rightarrow$ $\triangle OBC$는 정$\triangle$

반지름 $r=\frac{16}{\sqrt{3}}$

$\overline{AD}=2r\sin 3\theta=\frac{32}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{32}{\sqrt{6}}$

$\triangle ADF=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\sin 4\theta\times\overline{AD}\cos 4\theta$

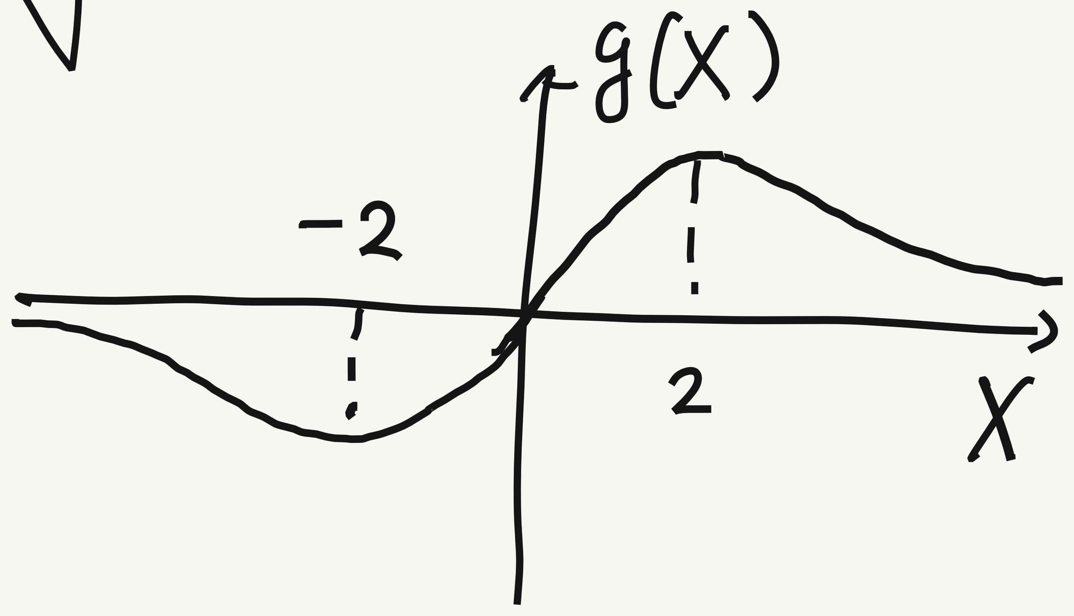
$=\frac{1}{2}\frac{1024}{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{64\sqrt{3}}{3}$

$\boxed{\text{답: } 67}$

29. $X = f(x) - n$

$g(X) = Xe^{-\frac{X^2}{8}}$

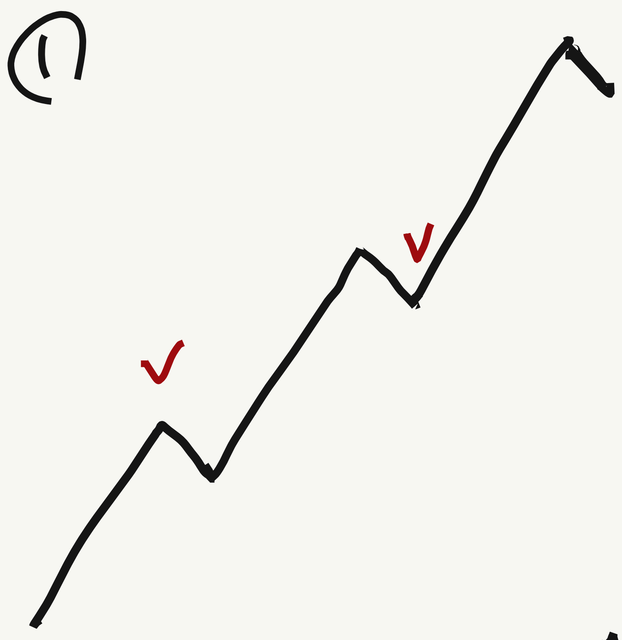
$g'(X) = \left(1 - \frac{X^2}{4}\right) e^{-\frac{X^2}{8}} \rightarrow X = 2, -2$ 일때 $g'(X) = 0$



$x \in (-\infty, \infty)$ 에서 $X \in (-\infty, \infty)$ 이므로 $X = 2$인 경우 $g(X) = L$이다.

$f(x) = n+2, n-2$인 x값이 6개, 이중 정수가 4개

①



②

③

각 그림에서 ✓ 표시한 점들의 y좌표 크기 관계로 분류하면 왼쪽의 3가지 이다.

① 에서는 x값이 정수인 점을 잡으면 $f(x) = n+2, n-2$ 인 x값이 6개가 될수 X

③에서 역시 마찬가지로 불가능

②에서 빨간 선과 같이 $f(x) = n+2, n-2$가 배치되면 (가) 조건을 만족한다.

$g'(x) = \left(1-\frac{x^2}{4}\right)e^{-\frac{x^2}{8}}f'(x)$

(i) $X \neq \pm 2$, $x=k$(k는 정수)이면 $f'(k-)f'(k+)<0$이므로

$g'(k-)g'(k+)<0$이어서 극점이다.

(ii) $X=\pm 2$, $x=l$ (l은 정수X) 이면

$f'(l)>0$, $g'(l)=0$, $g'(l+)g'(l-)<0$

로 극점이다.

(iii) $X=\pm 2$, $x=m$ (m은 정수)이면

x	$\cdots$	m	$\cdots$
$\left(1-\frac{x^2}{4}\right)$	$\pm$	0	$\pm$
$f'(x)$	$\pm$		$\mp$
$g'(x)$	$\pm$	0	$\mp$

$\rightarrow$ 극점이다.

(복부호동순)

$f(x)=n-2$ 인 x좌표 중 가장 작은 값을 c라

하면 $t \leq c-\frac{1}{2}$에서 $k(t)=2$

$c-\frac{1}{2}<t\leq c+\frac{3}{2}$에서 $k(t)=3$ 이다.

$f\left(c+\frac{7}{2}\right)\neq n+2$라면 $k(t)$는 $t=c-\frac{1}{2}, c+\frac{3}{2}$에서

불연속이며 $f(x)=n+2$ 인 x좌표 중 가장 작은 값을

d라 했을 때 $d+\frac{3}{2}$에서 역시 불연속으로 (나)에 모순!

$\therefore f\left(c+\frac{7}{2}\right)=n+2 \rightarrow a=8 \quad b=4$ 이다. $\boxed{\text{답}:12}$