

# 랑데뷰수학

수능특강 2023 수학I - Level3 변형

## 수학I



## 1단원

1) 황보백 송원학원 2022/02/03

$2 \leq n \leq 8$ 인 자연수  $n$ 과 정수  $k$ 가

$\sqrt[n]{(-1)^n \times^{n+1} \sqrt{(n+k)^{n+1}} = -1$ 을 만족시킬 때, 모든 순서쌍  $(n, k)$ 의 개수는?

- ① 8    ② 9    ③ 10    ④ 11    ⑤ 12

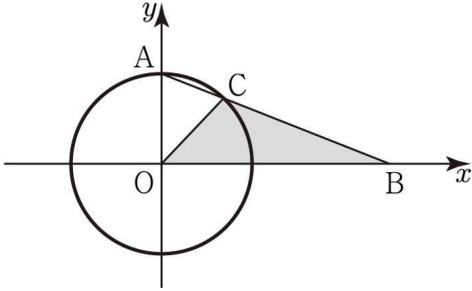
2) 황보백 송원학원 2022/02/03

함수  $y = x^3$ 의 그래프와 두 직선  $y = \sqrt[3]{4}$ ,  $y = \sqrt[3]{-4}$ 가 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 OA를 지름으로 하는 원이  $x$ 축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 C, 선분 OB를 지름으로 하는 원이  $x$ 축과 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 D라 하자. 사각형 ADCB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

- ①  $2^{\frac{16}{9}}$     ②  $2^{\frac{17}{9}}$     ③ 4    ④  $2^{\frac{19}{9}}$     ⑤  $2^{\frac{20}{9}}$

3) 황보백 송원학원 2022/02/03

그림과 같이 좌표평면에 두 점  $A(0, \sqrt{2})$ ,  $B(\sqrt[4]{8}, 0)$ 이 있다. 선분 OA를 반지름으로 하는 원이 선분 AB와 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 OBC의 넓이는?



- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

4) 황보백 송원학원 2022/02/03

3이상의 자연수  $\alpha$ 에 대하여

$\frac{1}{2} + \log_3 \sqrt{\alpha} + \log_3 \sqrt{\log_3 \alpha}$ 의 값이 자연수가 되도록

하는  $\alpha$ 의 값을 작은 것부터 차례로  $a_1, a_2, a_3, \dots$

라 할 때,  $\log_3(a_1 a_2 a_3)$ 의 값을 구하시오.

5) 황보백 송원학원 2022/02/03

두 양의 실수  $a, b$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) (\log_8 a + \log_4 b)^2 - (\log_8 a - \log_4 b)^2 = 6$$

(나)  $\log_8 a$ 와  $\log_2 b$ 는 모두 정수이다.

$a \times b$ 의 최댓값을  $A$ ,  $a + b$ 의 최솟값을  $B$ 라 할 때,  
 $AB$ 의 값을 구하시오.

6) 황보백 송원학원 2022/02/03

세 양의 실수  $a, b, c$  ( $b \neq 1, c \neq 1$ )이 다음 조건을  
만족시킨다.

$$(가) \log_b c = 2 \log_c a$$

$$(나) a \times c = b^4$$

$\log_b a - \log_b c$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자.

$M - m$ 의 값을 구하시오.

2단원

7) 황보백 송원학원 2022/02/04

2이상의 서로 다른 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 직선  $y=1$ 이 두 함수  $y=\log_a x, y=\log_b x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q, 직선  $y=2$ 가 두 함수  $y=\log_a x, y=\log_b x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 R, S라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{OR} > \overline{OS}$
- (나) 사각형 PQSR의 넓이는 11이다.

$a$ 의 최댓값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 8    ② 9    ③ 10    ④ 11    ⑤ 12

8) 황보백 송원학원 2022/02/04

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

—<보 기>—

- ㄱ.  $0 < a < 1$ 일 때, 방정식  $a^x - \log_a x = 0$ 은 실근을 가진다.
- ㄴ.  $a > 1$ 일 때,  $0 < x < 1$ 에서  $\log_a x < a^x$ 가 항상 성립한다.
- ㄷ. 부등식  $\log_a x > 1$ 의 해는  $0 < a < 1$ 일 때,  $x < a$ 이고,  $a > 1$ 일 때  $x > a$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9) 황보백 송원학원 2022/02/04

함수  $y = \log_2(x-1) - 2$ 의 그래프 위의 두 점 A, B  
와 함수  $y = -\log_2(1-x) - 2$ 의 그래프 위의 두 점  
C, D가 다음 조건을 만족시킨다.

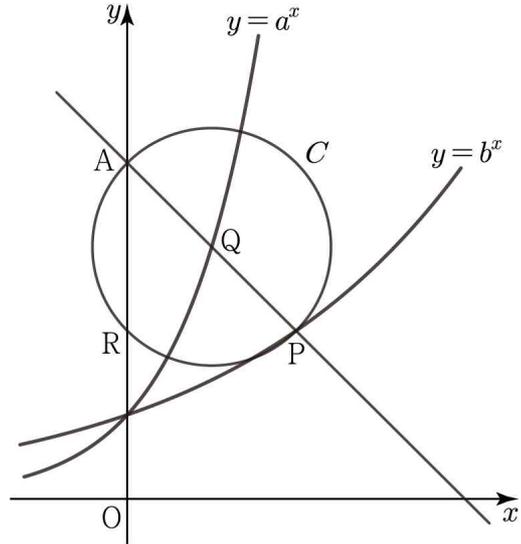
(가)  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ,  $\overline{AB} = \overline{CD}$

(나) 직선 BC는  $x$ 축과 평행하고 삼각형 ABD의  
무게중심의  $y$ 좌표는  $\frac{5}{3}$ 이다.

사각형 ABCD의 넓이를 구하시오.

10) 황보백 송원학원 2022/02/04

그림과 같이 양수  $a, b$  ( $a > b > 1$ )에 대하여 점  
A(0, 4)를 지나고 기울기가  $-1$ 인 직선이 두 함수  
 $y = b^x$ ,  $y = a^x$ 의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점  
을 P, Q라 하자. 점 Q를 중심으로 하는 원을  $C$ 라  
할 때, 원  $C$ 는 두 점 A와 P를 지난다. 이 원  $C$ 와  
 $y$ 축이 만나는 점 중 A가 아닌 점 R에 대하여  
 $\overline{AR} = 2$ 이다.  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.



11) 황보백 송원학원 2022/02/04

두 함수  $y = (3+2\sqrt{2})^x$ ,  $y = m - \frac{1}{(3+2\sqrt{2})^x}$  ( $m > 2$ )의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P, Q라 할 때, 두 점 P, Q가 원  $C: x^2 + (y-3)^2 = r^2$  ( $r > 0$ )위에 있다. 두 상수  $m, r$ 에 대하여  $m+r$ 의 값을 구하시오.

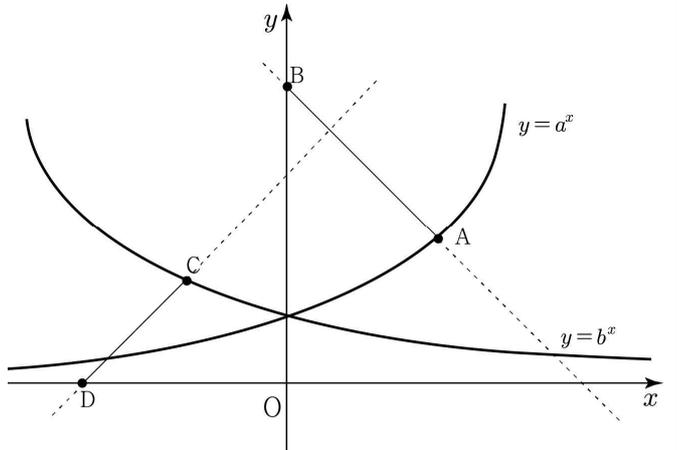
12) 황보백 송원학원 2022/02/05

그림과 같이 곡선  $y = a^x$  위의 제1사분면에 있는 점 A를 지나고  $y = -x$ 에 평행한 직선이  $y$ 축과 만나는 점을 B라 하자. 또 곡선  $y = b^x$  위의 제2사분면에 있는 점 C를 지나고  $y = x$ 에 평행한 직선이  $x$ 축과 만나는 점을 D라 하자. 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킬 때,  $a^2 + b^3$ 의 값은? (단, O는 원점이고  $0 < b < 1 < a$ 이다.)

(가)  $2\overline{OB} - \sqrt{2}(\overline{AB} + \overline{CD}) = 1$

(나) 두 점 A, C의  $y$ 좌표의 합은  $\frac{7}{2}$ 이다.

(다)  $\angle OAB = \angle OCD = \frac{\pi}{2}$

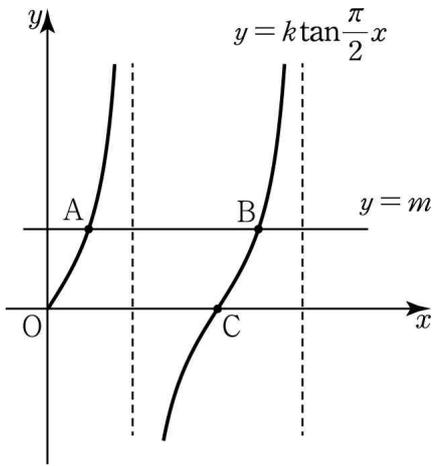


- ①  $\frac{22}{9}$     ②  $\frac{23}{9}$     ③  $\frac{8}{3}$     ④  $\frac{25}{9}$     ⑤  $\frac{26}{9}$

3단원

13) 황보백 송원학원 2022/02/05

그림과 같이  $0 \leq x < 3$ 일 때,  $y = k \tan \frac{\pi}{2}x$  ( $k > 0$ )의 그래프가 직선  $y = m$  ( $m > 0$ )가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 직선 OA의 기울기가 직선 OB의 기울기의 4배이고 점 C(2, 0)에 대하여  $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ 일 때,  $m^2 = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 점 O는 원점이고  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)



14) 황보백 송원학원 2022/02/05

실수  $a$ 에 대하여  $0 \leq x < 2\pi$ 에서 함수

$y = \sin^2 x + 2|a| \cos x + 3a - 1$ 의 최댓값을  $f(a)$ 라 하자. 함수  $f(a)$ 가 미분가능하지 않은  $a$ 의 개수를  $k$ 라 할 때,  $f'(k)$ 의 값은?

- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

15) 황보백 송원학원 2022/02/05

자연수  $n$ 에 대하여 두 함수  $f(x) = \sin \frac{\pi}{2} x$ ,

$g(x) = 4 \cos n \pi x$ 가 있다.  $0 < x < 2$ 에서 방정식

$(f \circ g)(x) = \frac{1}{2}$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $a_n$ 이라

할 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오.

4단원

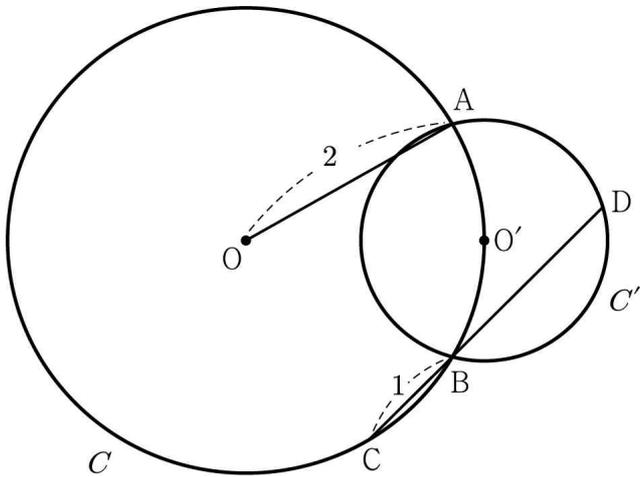
16) 황보백 송원학원 2022/02/06

그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 2인 원 C 위의 점 O'를 중심을 하는 원 C'가 있다. 두 원 C와 C'의 두 교점을 A, B라 하고 점 B를 지나는 직선이 두 원 C, C'와 만나는 점을 각각 C, D라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $5\angle AOB = 2\angle AO'B$

(나)  $\overline{BC} = 1$

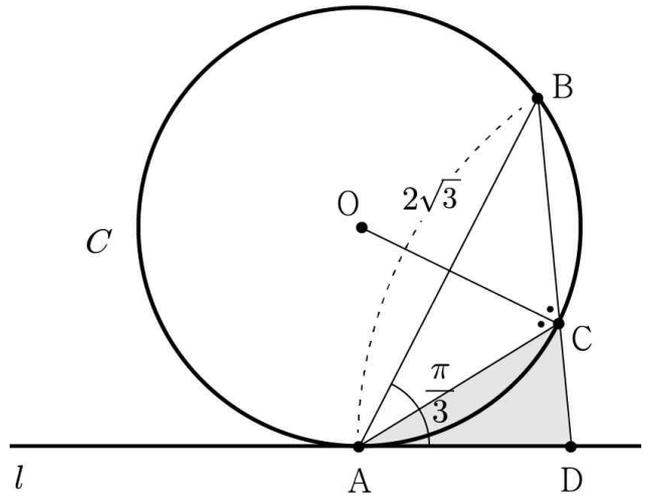
선분 BD의 길이는?



- ①  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{15} - 1}{4}$
- ②  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{15} - 2}{4}$
- ③  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{15} + 1}{2}$
- ④  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{15} - 2}{2}$
- ⑤  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{15} - 3}{2}$

17) 황보백 송원학원 2022/02/05

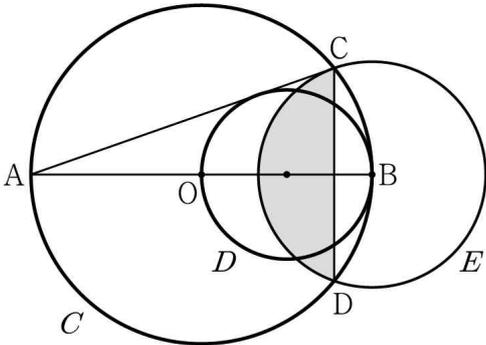
그림과 같이 원 C와 원 C 위의 점 A에 접하는 직선 l이 있다.  $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ 인 원 위의 점 B와 호 AB 위의 점 C에 대하여 직선 BC와 직선 l의 교점을 D라 하자.  $\angle ACB$ 의 이등분선이 원 C의 중심 O를 지나고  $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ 일 때, 삼각형 ACD의 넓이는?



- ①  $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- ②  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ④  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- ⑤  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

18) 황보백 송원학원 2022/02/05

그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원 C와 원 C의 중심 O와 점 B를 지름의 양 끝으로 하는 원 D가 있다. 점 A에서 원 D에 그은 한 접선이 원 C와 만나는 점을 C라 하고 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{BC}$ 인 원 E가 원 C와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 점 D라 하자.  $\angle CBD = \theta$ 일 때, 색칠된 활꼴 도형의 넓이를  $\theta$ 에 관한 식으로 나타낸 것은?



- ①  $\frac{8}{9}\theta - \frac{16\sqrt{2}}{81}$       ②  $\frac{8}{9}\theta - \frac{32\sqrt{2}}{81}$   
 ③  $\frac{8}{9}\theta - \frac{64\sqrt{2}}{81}$       ④  $\frac{4}{5}\theta - \frac{16\sqrt{2}}{81}$   
 ⑤  $\frac{4}{5}\theta - \frac{32\sqrt{2}}{81}$

## 5단원

19) 황보백 송원학원 2022/02/06

등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때, 2이상의 어떤 자연수  $k$ 에 대하여  $a_k + a_{k+1} + a_{k+2} + a_{k+3} = 54$ ,  $S_{k-1} = -21$ ,  $S_{k+1} = 0$ 을 만족시킨다.  $k - a_1$ 의 값을 구하시오. (단,  $k \geq 2$ )

20) 황보백 송원학원 2022/02/06

등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때, 모든  $S_n$ 의 값을 작은 수부터 차례대로

나열한 수열을  $b_n$ 이라 할 때, 
$$\begin{cases} b_{2n-1} = 3n - 69 \\ b_{2n} = 3n - 68 \end{cases} \quad \text{이}$$

다.  $|a_n|$ 의 최솟값을 구하시오. (단,  $S_n \neq S_{n+1}$ )

21) 황보백 송원학원 2022/02/06

모든 항이 양수인 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 은

$$a_n a_{n+1} = 1, \quad \sum_{n=1}^{10} \sqrt{b_{2n-1}} = \alpha$$

을 만족시킨다. 함수

$f(x) = x^3 + x$ 에 대하여 점  $(a_n, f(a_n))$ 을 지나고 기울

기가  $b_n$ 인 직선이  $(a_{n+1}, f(a_{n+1}))$ 을 지날 때,  $\sum_{n=1}^{20} a_n$

의 값은? (단,  $\alpha$ 는 상수이다.)

- ①  $\frac{1}{2}\alpha$     ②  $\alpha$     ③  $\frac{3}{2}\alpha$     ④  $2\alpha$     ⑤  $\frac{5}{2}\alpha$

## 6단원

22) 황보백 송원학원 2022/02/06

수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) a_1 \times a_2 \times a_3 = 63$$

$$(나) \sum_{k=1}^n a_k = 2^{n+1} - cn + c - 1$$

$a_1 + a_5$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  
 $M+m$ 의 값을 구하시오. (단,  $c$ 는 상수이다.)

23) 황보백 송원학원 2022/02/06

자연수  $n$ 에 대하여 두 집합  $A_n, B_n$ 을

$$A_n = \{x \mid 2^{n-5} \leq x \leq \log_8 n + 7, x \text{는 자연수}\}$$

$$B_n = \{y \mid 2^{3n-21} \leq y \leq \log_2 n + 5, y \text{는 자연수}\}$$

에 대하여 집합  $(A_n \cup B_n) - (A_n \cap B_n)$ 의 원소의 개

수를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{12} a_n$ 의 값을 구하시오.

24) 황보백 송원학원 2022/02/06

두 정수  $p, q$  ( $p > 0$ )와 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = p - q, a_{n+1} = 2a_n + pn + q$$

를 만족시킨다.  $a_3 > 10, a_4 < 32$ 이 성립할 때,  $a_1 + a_2$ 의 최댓값  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자.  $M+m$ 의 값을 구하시오.

25) 황보백 송원학원 2022/02/06

수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때

$$S_1 = 1, S_{n+1} - 3S_n = 2^{n+1} - 1 \quad (n \geq 1)$$

이 성립한다. 다음은 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식에 의하여

$$S_n - 3S_{n-1} = 2^n - 1 \quad (n \geq 2) \quad \text{..... ㉠}$$

이다. 주어진 식에서 ㉠을 빼서 정리하면

$$a_{n+1} - 3a_n = \boxed{\text{(가)}} \quad \text{..... ㉡}$$

이다. 식 ㉡에  $n=2$ 를 대입하면

$$a_2 = \boxed{\text{(나)}}$$

이다. ㉡을  $2^{n+1}$ 으로 나누고  $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ 이라 하고

$b_n$ 의 관계식을 유도하면 수열  $\{b_{n+1}\}$ 은 등비수열이다. 이를 이용하여  $a_n$ 을 구하면

$$a_n = 2^n \times \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (다)에 들어갈 식을 각각  $f(n), g(n)$ 이라 하고 (나)에 들어가는 정수를  $p$ 라 할 때,

$$\frac{8p \times f(3) \times (g(6) + 1)}{45}$$

의 값은?

- ① 45                      ② 48                      ③ 56
- ④ 81                      ⑤ 108

26) 황보백 송원학원 2022/02/06

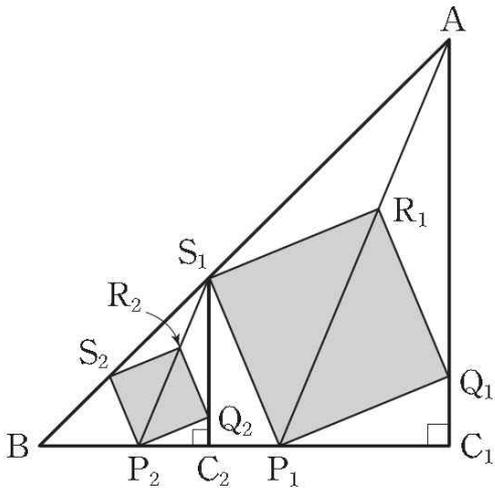
그림과 같이  $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$ ,  $\overline{AC_1} = \overline{BC_1}$  이고

$\angle BC_1A = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형  $ABC_1$ 이 있다.

$\angle C_1AB$ 의 이등분선이 선분  $BC_1$ 과 만나는 점을  $P_1$ 이라 하자. 선분  $AC_1$ , 선분  $AP_1$ , 선분  $AB$  위에 각각 점  $Q_1, R_1, S_1$ 을 사각형  $P_1Q_1R_1S_1$ 이 정사각형이 되도록 잡을 때, 정사각형  $P_1Q_1R_1S_1$ 의 한 변의 길이를  $a_1$ 이라 하자. 점  $S_1$ 에서 선분  $BC_1$ 에 내린 수선의 발을  $C_2$ 라 하고,  $\angle C_2S_1B$ 의 이등분선이 선분  $BC_2$ 와 만나는 점을  $P_2$ 라 하자. 선분  $S_1C_2$ , 선분  $S_1P_2$ , 선분  $S_1B$  위에 각각 세 점  $Q_2, R_2, S_2$ 를 사각형  $P_2Q_2R_2S_2$ 가 정사각형이 되도록 잡을 때, 정사각형  $P_2Q_2R_2S_2$ 의 한 변의 길이를  $a_2$ 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 정사각형  $P_nQ_nR_nS_n$ 의 한 변의 길이를  $a_n$ 이라 할 때, 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(a_1)^2 = p, a_{n+1} = qa_n$$

을 만족시킨다.  $p+56q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 상수이고  $a_n > a_{n+1}$ 이다.)



### 빠른답

- 1) 정답 ③
- 2) 정답 ②
- 3) 정답 ②
- 4) 정답 91
- 5) 정답 514
- 6) 정답 12
- 7) 정답 ④
- 8) 정답 ③
- 9) 정답 5
- 10) 정답 11
- 11) 정답 9
- 12) 정답 ①
- 13) 정답 17
- 14) 정답 ①
- 15) 정답 440
- 16) 정답 ④
- 17) 정답 ③
- 18) 정답 ②
- 19) 정답 20
- 20) 정답 1
- 21) 정답 ②
- 22) 정답 58
- 23) 정답 8
- 24) 정답 38
- 25) 정답 ④
- 26) 정답 24

상세해설 : 19쪽~31쪽

### 2022년 제작 랑데뷰 콘텐츠(선생님용)

[시즌 시작은 2022년 3월 부터(자료 제공은 2월 중순부터)]

- ① 2023학년도 3, 4, 7, 10월 교육청 수I, 수II, 미적분 4점 전문항
- ② 2023학년도 6, 9평가원 싱크로율99% (46문항 전체)
- ③ 2023학년도 EBS 수능특강 수I, 수II, 미적분 Lev3 전문항 변형
- ④ 2023학년도 EBS 수능완성 수I, 수II, 미적분 주요문항 변형
- ⑤ 3월~7월 매주 R27(샘플참고) & 매달 모의고사 (8월은 쉼)
- ⑥ 9월~10월 매주 랑데뷰모의고사 모든 파일 한글 제공이며 출판물 제외하고 자유로이 사용가능합니다.

위 프리패스 이용 고객중 (황보백T 현강용 자료 각지역 한분에게만 제공됨)

- ⑦ 3월~7월, 9월~10월 매주 R<sup>+</sup>27 (8월은 쉼)

문의

카톡 : hbb100,

전화 : 010-5673-8601 (문자)