2 교시

9월 4일 수능 모의평가

수리 영역 (나형)

9월 4일 수능 모의평가

수리 영역(나형)

분석 및 해설

정 답									
01 ④	02 ①	03 ④	04 ⑤	05 ③	06 ②	07 ⑤	08 ③	09 ②	10 ⑤
11 ①	12 ③	13 ③	14 ④	15 ①	16 ③	17 ①	18 ②	19 ②	20 ⑤
21 ④	22 2	23 16	24 12	25 14	26 21	27 96	28 12	29 13	30 79

출제 문항 분석

문항	난이도	출제 단원	출제 의도
1	하	행렬	행렬의 계산
2	하	수열의 극한	수열극한의 계산
3	하	수열	등차수열 계산
4	하	행렬과 그래프	역행렬이 존재하지 않을 조건
5	하	함수의 극한	극한과 좌우극한
6	하	지수와 지수함수	거듭제곱은 계산
7	중	상용로그	실생활 응용
8	중	확률	조건부 확률
9	중	수열의 극한	도형과 무한급수**
10	중	통계	이항분포의 분산
11	중	수열	등비수열 계산
12	중	확률	확률의 정의
13	중	함수의 극한	구간별로 정의된 함수의 극한과 연속**
14	중	수열	계차수열의 계산*
15	중	수열의 극한	좌표 위에 정의된 수열의 극한
16	중	행렬	행렬의 참, 거짓
17	중	수열	수열의 증명추론**
18	중	적분법	부정적분의 계산
19	중	미분법	접선의 기울기 응용
20	중	통계	모평균 추정과 신뢰구간
21	상	미분법	그래프 개형과 교점 개수*
22	하	함수의 극한	함수의 극한 계산
23	하	적분법	정적분의 계산
24	중	확률	이항정리와 이항계수
25	중	행렬과 그래프	꼭짓점과 변의 개수
26	중	미분법	미분의 정의
27	중	통계	정규분포의 확률
28	중	수열의 극한	합과 일반항 사이의 관계
29	상	정적분	도형의 넓이*
30	상	로그와 로그함수	로그함수의 그래프 해석**

출제 경향

이번 9월 모의 평가는 지난 6월 모의 평가에 비해 가, 나형 모두 어려운 시험이었다. 6월 모의 평가가 각 단원의 기본 개념과 문제의 착안점을 찾는 것에 중점을 두어 복잡한 계산은 하지 않게 출제한 것과 비교하여 상대적으로 계산 능력도 평가하는 시험이었다고 할 수 있다.

나형의 경우 프랙탈의 성질을 이용한 무한급수와 도형 문제(9번)은 계속 반복 출제되었고, 14번과 15번처럼 일반항을 구하는 수열 문제는 전통적으로 문과 학생들이 어려워하는 문제들이고 지난 2012학년도 대수능에서 처음 추가된 미적분 문제도 작년과는 다르게 다항함수의 그래프의 특성을 묻는 등 조금 심화된 미분법의 내용을 묻는 19번과 21번과 같은 문제도 새로이 출제되었다. 가, 나형 공통 문제에서 정수 조건과 지수-로그함수가 결합된 유형(30번)은 작년 6월과 9월, 2012학년도 대수능뿐만 아니라 올해 6월과 9월까지 계속 까다롭게 출제되었다. 특히 28번처럼 변수를 설정하고 그 변수에 대한 함수식을 만드는 문제는 문과 학생들이 매우 어려워하는 문제의 유형이고, 행렬에서 성분 계산 없이 대수적 연산에서의 성질을 묻는 문제(16번) 등 기본 개념에 대한 정확한 이해를 필요로 하는 문제들이 출제되었다.

* 신유형 문제

** 출제 가능 문제

학습 대책

갑자기 6월 모의 평가와 비교하여 더 어렵게 출제되어 학생들이 당황해 하리라 예상되지만 가형에서 계산이 조금 복잡한 몇 문제를 제외하면 기본 개념들을 정확히 이해하고 있는지 묻거나 그리고 기존의 기출 문제들을 변형해서 출제한 문제들처럼 평가원이 교과 과정에서 강조하는 부분들을 반복적으로 묻는 경향이 있으므로 기출 문제들을 잘 해석하고 각 문제에서 수학적 원리들이 어떻게 이용되어 있는지 잘 고민해 보아야 한다. 정수 조건의 문제들이 각 단원의 내용과 결합되는 방식들, 특별한 함수의 증가-감소, 오목-볼록의 성질이 그래프와 연관해서 어떤 방식으로 나타나는지, 다항함수들의 개형의 특징은 무엇인지, 그것이 기하학적인 의미와 대수적인 의미가 무엇인지 등에 대한 내용들이 기출 문제 분석을 통해서 반드시 짚어가야 하는 점들 일 것이다. 여러 문제들을 관통하는 보편적 원리들은 나름대로 정리해 내고 소화해 내어야 난이도 있는 문제들에 대한 의미 있는 대비책이 될 것이다.

해 설

01 | $2A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 4 & -2\end{pmatrix}$이므로 모든 성분의 합은

$2+4+4+(-2)=8$

02 | $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+2}{8n^3+5}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\dfrac{2}{n^3}}{8+\dfrac{5}{n^3}}=\dfrac{1}{8}$

03 | 등차수열이므로 공차를 d라 하면

$a_4=1+3d=7,\quad d=2$

$a_2+a_3=(1+d)+(1+2d)=2+3d=8$

[다른 풀이]

등차수열이므로

$a_2+a_3=a_1+a_4=1+7=8$

04 | $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & a\end{pmatrix}$가 역행렬이 존재하지 않아야 한다.

$1\cdot a-2\cdot 3=0\quad \therefore a=6$

05 | $\lim\limits_{x\to-1}f(x)=1$

$\lim\limits_{x\to1+0}f(x)=-1$ 이므로

$\lim\limits_{x\to-1}f(x)+\lim\limits_{x\to1+0}f(x)=1+(-1)=0$

06 | $(\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{4})^3=(2\cdot 2^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$

$=2^{\frac{3}{2}}\cdot 2=2^{\frac{5}{2}}$

$2^{\frac{5}{2}}<n$를 만족하는 최소인 자연수 n를 구하면 된다.

$2^5<n^2\quad\therefore n=6$

07 | $\log T_1=-k\cdot l_0\cdot 3d_0$,

$\log T_2=-k\cdot 2l_0\cdot 4d_0$이므로

$\log T_2=\dfrac{8}{3}\cdot\log T_1$

$\therefore T_2=T_1^{\frac{8}{3}}$

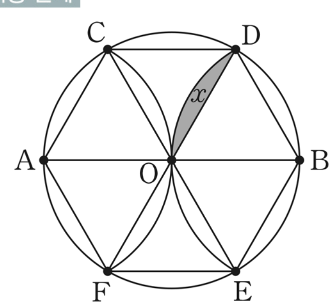
따라서, 구하는 n의 값은 $\dfrac{8}{3}$이다.

08 | 만두를 선택한 학생일 사건을 A, 쫄면을 선택한 학생일 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})=\dfrac{n(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{n(\mathrm{A})}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

출제 가능 문제

09 |



그림과 같이 C, D, E, F를 잡으면 ACDBEF는 정육각형이다. 빗금친 부분의 넓이를 x라 하면

$x = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\therefore S_1 = \frac{\pi}{3} - 4x = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

$n+1$단계에 그려진 원의 반지름은 n단계에 그려진 원의 반지름의 $\frac{1}{2}$이고, 개수는 2배가 되므로 $n+1$단계에서 새로 추가된 넓이는 n단계에서 추가된 넓이의 $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$배이다.

$\therefore S_{n+1} - S_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times S_1$

$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{S_1}{1-\frac{1}{2}} = 2S_1 = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi$

10 | $\mathrm{V}(X) = 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$이므로

$\mathrm{V}(-3X+2) = 9\mathrm{V}(X) = 9 \cdot \frac{4}{3} = 12$

11 | 등비수열의 첫째항을 a, 공비를 r라 하면

$a_1a_5 = a^2r^4 = 9$, $ar^2 = 3$

$a_2a_6 = a^2r^6 = 36$, $ar^3 = 6$

$\therefore r = 2$, $a = \frac{3}{4}$

$8(a_1a_2 + a_3a_4) = 8(a^2r + a^2r^5)$

$= 8\left(\frac{9}{16} \cdot 2 + \frac{9}{16} \cdot 32\right)$

$= 9 + 144 = 153$

12 | 갑이 2장의 카드를 뽑고, 을이 남은 2장의 카드 중 1장을 뽑는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_1 = 12$가지이고, 갑이 뽑은 2장의 카드에 적힌 수의 곱이 을이 뽑은 카드에 적힌 수보다 작을 경우의 수는 다음 표와 같이 3가지이다.

을이 뽑은 수	4	4	3
갑이 뽑은 수	1, 2	1, 3	1, 2

따라서, 구하는 확률은 $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$이다.

출제 가능 문제

13 | ㄱ. $\lim_{x\to1+0} f(x) = \lim_{x\to1+0}(-x+2) = 1$ $\therefore$ 참

ㄴ. $f(1) = a = 0$이고 ㄱ에 의해 $\lim_{x\to1+0} f(x) = 1$이므로 $f(1) \neq \lim_{x\to1+0} f(x)$ 즉, $x=1$에서 불연속 $\therefore$ 거짓

ㄷ. $(x-1)f(x) = g(x)$라 하면

$\lim_{x\to1+0}(x-1)(-x+2) = \lim_{x\to1-0}(x-1)a = 0$

$g(1) = 0$

$\therefore g(x) = (x-1)f(x)$는 $x=1$에서 연속이 되므로 실수전체에서 연속이다. $\therefore$ 참

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

신유형 문제

14 | n단계 적힌 모든 수의 합을 a_n이라 하자.

$a_1 = 1+2+3+4+5+6 = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$

$a_2 - a_1 = 1+2+3+\cdots+7 = \frac{7 \cdot 8}{2} = 28$

$a_3 - a_2 = 1+2+3+\cdots+9 = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$

$b_n = a_{n+1} - a_n$이라 하면

$b_n = \sum_{k=1}^{5+2n} k = \frac{(5+2n)(6+2n)}{2}$

$= (2n+5)(n+3) = 2n^2 + 11n + 15$

$\therefore a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k$

$a_6 = a_1 + \sum_{k=1}^{5}(2k^2 + 11k + 15)$

$= 21 + 2 \cdot \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} + 11 \cdot \frac{5 \cdot 6}{2} + 15 \cdot 5$

$= 21 + 110 + 165 + 75$

$= 371$

15 | A_n의 좌표는 $\left(\frac{1}{n}, \log_3 \frac{1}{n}\right)$이다.

$\mathrm{B}_n(x, y)$라 하면 $\mathrm{C}_n\left(\frac{\frac{2}{n}+x}{3}, \frac{2\log_3\frac{1}{n}+y}{3}\right)$이고,

$2\log_3\frac{1}{n} + y = 0$에서 $y = -2\log_3\frac{1}{n} = \log_3 n^2$

$\therefore \mathrm{B}_n(n^2,\ \log_3 n^2)$

따라서, $x_n = \dfrac{\dfrac{2}{n}+n^2}{3} = \dfrac{n^3+2}{3n}$이고

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x_n}{n^2} = \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+2}{3n^3} = \dfrac{1}{3}$

16 | ㄱ. $(A+B)(A^{-1}+B^{-1}) = 4E$에서

$\dfrac{1}{4}(A+B)(A^{-1}+B^{-1}) = E$이므로

$A^{-1}+B^{-1}$의 역행렬은 $\dfrac{1}{4}(A+B)$이다. $\therefore$ 참

ㄴ. $A=E$이면 $(A+B)(A^{-1}+B^{-1}) = 4E$에서

$(B+E)(B^{-1}+E) = 4E$

양변의 오른쪽에 행렬 B를 곱하면

$(B+E)(E+B) = 4B$

$B^2-2B+E = O$

$(B-E)^2 = O$

그런데 $(B-E)^2 = O$이 성립한다고 해서 항상 $B-E=O$이 성립하는 것은 아니다.

$\therefore$ 거짓

ㄷ. $AB = \dfrac{1}{2}E$이므로 $A^{-1} = 2B,\ B^{-1} = 2A$

$(A+B)(A^{-1}+B^{-1}) = 4E$에서

$E+AB^{-1}+BA^{-1}+E = 4E$

$2A^2+2B^2 = 2E$

$\therefore A^2+B^2 = E$ $\quad\therefore$ 참

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

출제 가능 문제

17 | 문제에서

$\sum\limits_{k=1}^{n-1}\dfrac{k}{2^{2k+1}} = \dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{4}\cdot\sum\limits_{k=1}^{n-1}\dfrac{k}{2^{2k}}$

$= \dfrac{2}{3}\left(\sum\limits_{k=1}^{n-1}\dfrac{k}{2^{2k}} - \dfrac{1}{4}\sum\limits_{k=1}^{n-1}\dfrac{k}{2^{2k}}\right)$

$= \dfrac{2}{3}\left\{\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{4^2}+\cdots+\dfrac{n-1}{4^{n-1}}\right) - \left(\dfrac{1}{4^2}+\dfrac{2}{4^3}+\cdots+\dfrac{n-1}{4^n}\right)\right\}$

$= \dfrac{2}{3}\left\{\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4^2}+\cdots+\dfrac{1}{4^{n-1}}\right) - \dfrac{n-1}{4^n}\right\}$

$= \dfrac{2}{3}\left(\sum\limits_{k=1}^{n-1}\dfrac{1}{4^k} - \dfrac{\boxed{n-1}}{4^n}\right)$

$\therefore$ (가)$= n-1$

이므로 (*)에 의하여

$\dfrac{a_n}{2^n} = -\dfrac{2}{9}+\sum\limits_{k=1}^{n-1}\dfrac{k}{2^{2k+1}}$

$a_n = \boxed{-\dfrac{2}{9}\times 2^n} + 2^n\times\dfrac{2}{3}\left(\sum\limits_{k=1}^{n-1}\dfrac{1}{4^k} - \dfrac{\boxed{n-1}}{4^n}\right)$

$\therefore$ (나)$= -\dfrac{2}{9}\times 2^n$

$\therefore f(10)\times g(5) = 9\times\left(-\dfrac{2^6}{9}\right)$

$= -2^6 = -64$

18 | $f(x)g(x)$가 4차함수이므로 $g(x)$는 2차함수이고, 따라서, $x^2+f(x)$는 1차함수이다.

$\therefore f(x) = -x^2+ax+b$

$g(x) = \displaystyle\int\{x^2+f(x)\}dx = \int(ax+b)dx$

$= \dfrac{a}{2}x^2+bx+c$

$f(x)g(x) = (-x^2+ax+b)\left(\dfrac{a}{2}x^2+bx+c\right)$

$= -2x^4+8x^3$

이므로 양변의 동차항의 계수를 비교하면

x^4계수 : $-\dfrac{a}{2} = -2$ $\quad\therefore a = 4$

x^3계수 : $-b+\dfrac{a^2}{2} = 8$ $\quad\therefore b = 0$

x^2계수 : $-c+ab+\dfrac{ab}{2} = 0$ $\quad\therefore c = 0$

$\therefore g(x) = 2x^2$

$\therefore g(1) = 2$

19 | $\triangle\mathrm{OAP}$의 넓이가 최대이려면 점 P에서의 접선이 $y=x$에 평행하면 된다.

즉, $f'\left(\dfrac{1}{2}\right) = 1$이다.

$f'(x) = a(x-2)^2+ax\cdot 2(x-2)$

$f'\left(\dfrac{1}{2}\right) = a\cdot\dfrac{9}{4}+a\cdot\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot\left(-\dfrac{3}{2}\right)$

$= \dfrac{9a}{4}-\dfrac{3a}{2}$

$= \frac{3}{4}a = 1$

$\therefore\ a = \frac{4}{3}$

20 | 표본평균을 $\overline{X}$라고 하면, 신뢰도 95%의 신뢰구간은 $\mathrm{P}(|Z| \le c) = 0.95$에서

$\overline{X} - c \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{25}} \le m \le \overline{X} + c \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{25}}$

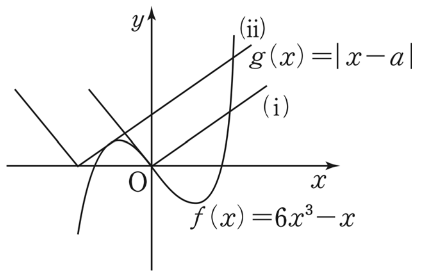
$\overline{X} - \frac{c}{10} \le m \le \overline{X} + \frac{c}{10}$

$\therefore\ a = \overline{X} - \frac{c}{10},\ \ b = \overline{X} + \frac{c}{10}$

$\therefore\ c = 5(b-a)$

신유형 문제

21 | 두 함수 $(x) = 6x^3 - x,\ g(x) = |x-a|$의 그래프를 그려보면



(ⅰ)의 경우에서

$f'(x) = 18x^2 - 1 = -1,\ x = 0,\ y = 0$

따라서, $g(x) = |x-a|$의 그래프가 원점을 지난다.

$\therefore\ a = 0$

(ⅱ)의 경우에서

$f'(x) = 18x^2 - 1 = 1,\ x = \pm\frac{1}{3}$

접점이 y축 왼쪽에 있으므로, $x = -\frac{1}{3},\ y = \frac{1}{9}$

따라서, $g(x) = |x-a|$의 그래프가 $\left(-\frac{1}{3},\ \frac{1}{9}\right)$을 지난다.

$\therefore\ \frac{1}{9} = -\frac{1}{3} - a,\ a = -\frac{4}{9}$이다.

따라서, 모든 a값의 합은 $-\frac{4}{9}$이다.

22 | $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x}{x+1} = \lim_{x\to 2}\frac{x(x+1)}{x+1} = \lim_{x\to 2}x = 2$

23 | $\int_{-2}^{2} x(3x+1)dx = \int_{-2}^{2}(3x^2+x)dx$

$= 2\int_{0}^{2} 3x^2 dx$

$= 2\left[x^3\right]_0^2$

$= 16$

24 | $(1+ax)^5$의 전개식에서 x^2의 계수는

${}_5\mathrm{C}_2 \cdot 1^{5-2}(ax)^2$에서 $10a^2$이므로

$10a^2 = 1440,\ a^2 = 144,\ a = \pm 12$

a는 양수이므로 $a = 12$이다.

25 | 5×5 행렬이므로 꼭짓점의 개수 a는 $a = 5$

모든 성분의 합이 18이므로 변의 개수 b는

$b = \frac{18}{2} = 9$

$\therefore\ a + b = 5 + 9 = 14$

26 | $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{h}$

$= \lim_{h\to 0}\frac{f(1+3h)-f(1)}{3h}\times 3 = 3f'(1)$

따라서, $f'(x) = 3x^2 + 4$이므로

$3f'(1) = 3\cdot(3+4) = 21$

27 | A 과수원에서 생산하는 귤의 무게를 X라 하면 X는 $\mathrm{N}(86,\ 15^2)$을 따른다.

B 과수원에서 생산하는 귤의 무게를 Y라 하면 Y는 $\mathrm{N}(88,\ 10^2)$을 따른다.

$\mathrm{P}(X \le 98) = \mathrm{P}(Y \le a)$에서

$\frac{98-86}{15} = \frac{a-88}{10}$

$\therefore\ a = 96$

28 | $\sum_{k=1}^{n}(a_{k+1}-a_k)^2 = 2\left(1 - \frac{1}{9^n}\right)$

$$\sum_{k=1}^{n-1}(a_{k+1}-a_k)^2 = 2\left(1-\frac{1}{9^{n-1}}\right)\text{이므로}$$

(단, $n \geq 2$)

$$(a_{n+1}-a_n)^2 = \frac{16}{9^n}$$

$$\therefore\ a_{n+1}-a_n = \frac{4}{3^n} \quad (\text{단, } n \geq 2)$$

또, 양변에 $n=1$을 대입하면

$$(a_2-a_1)^2 = 2\times\frac{8}{9}$$

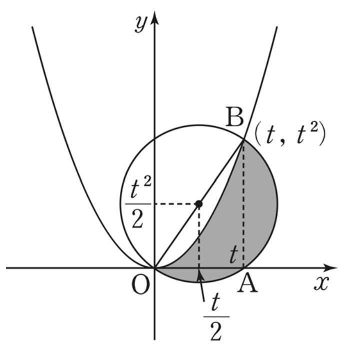
$$\therefore\ a_2-a_1 = \frac{4}{3}$$

따라서 $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{4}{3^k}$이므로

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{4}{3^k} = 10 + \frac{\frac{4}{3}}{1-\frac{1}{3}} = 12$$

신유형 문제

29 |



$\triangle$OAB는 지름이 $\overline{\mathrm{OB}}$인 원이므로 어두운 부분의 넓이는 반원에서 선분 $\overline{\mathrm{OB}}$와 $y=x^2$으로 둘러싸인 넓이를 뺀 값이다.

$$\frac{1}{2}\overline{\mathrm{OB}} = \sqrt{\frac{t^2+t^4}{4}}\ \text{이므로}$$

$$S(t) = \frac{\pi}{2}\times\frac{t^2+t^4}{4} - \int_0^t\left\{t\left(x-\frac{t}{2}\right)+\frac{t^2}{2}-x^2\right\}dx$$

$$= \frac{\pi}{8}(t^2+t^4) - \frac{t^3}{6}$$

$$\therefore\ S'(t) = \frac{\pi}{8}(2t+4t^3) - \frac{t^2}{2}$$

$$\therefore\ S'(1) = \frac{\pi}{8}\times 6 - \frac{1}{2} = \frac{3\pi-2}{4}$$

$\therefore\ p=3,\ q=-2$이므로 $p^2+q^2=13$

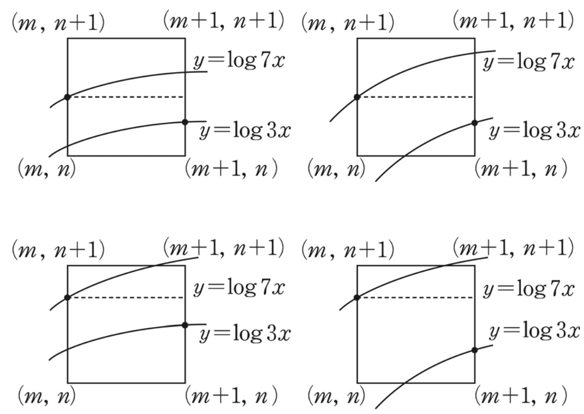
출제 가능 문제

30 | 자연수 점의 조건에서, $x \geq 3$인 꼭짓점을 포함해야 한다.

$x \geq 3$이면 $7x > 3(x+1)$이므로,

$\log 7x > \log 3(x+1)$

$\log 3x < \log 3(x+1) < \log 7x < \log 7(x+1)$



위의 정사각형을 $y=\log 3x$, $9=\log 7x$의 그래프가 지나려면, $n \leq \log 7m \leq n+1$, $n \leq \log 3(m+1) \leq n+1$이어야 한다.

$1 \leq m \leq 99$에서

(i) $1 \leq \log 7m \leq 2$, $1 \leq \log(3m+3) \leq 2$일 때

$10 \leq 7m < 100$, $10 \leq 3m+3 < 100$에서

$3 \leq m \leq 14$

(ii) $2 \leq \log 7m \leq 3$, $2 \leq \log(3m+3) \leq 3$일 때

$100 \leq 7m < 1000$, $100 \leq 3m+3 < 1000$

에서 $33 \leq m \leq 142$

$1 \leq m \leq 99$이므로

$3 \leq m \leq 14$,

$33 \leq m \leq 99$

구하는 m의 개수는 $12+67=79$(개)

[다른 풀이]

(그래프를 이용하는 방법)

그래프 개형을 그리기 위해 y좌표의 정수부분이 바뀌는 지점을 구해본다.

$\log 7x = n$

$7x = 10^n$

$x = \dfrac{10^n}{7}$

(i) $n = 1$: $x = \dfrac{10}{7} = 1.42\cdots$

(ii) $n = 2$: $x = \dfrac{100}{7} = 14.2\cdots$

(iii) $n = 3$: $x = \dfrac{1000}{7} = 142.15\cdots$

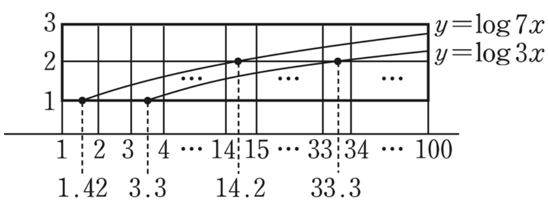
마찬가지로, $\log 3x = n$

$x = \dfrac{10^n}{3}$

(i) $n = 1$: $x = \dfrac{10}{3} = 3.33\cdots$

(ii) $n = 2$: $x = \dfrac{100}{3} = 33.3\cdots$

(iii) $n = 3$: $x = \dfrac{1000}{3} = 333.\cdots$



x, y가 모두 100이하의 자연수인 경우는 굵은 테두리 내부이고, 하나의 사각형 안에 두 곡선이 지나는 경우는 그림에서

$3 \le x \le 15$

$33 \le x \le 100$

이고, x의 범위안에서 만족하는 정사각형의 개수는 각각 12개, 67개이다.

$\therefore\ 12 + 67 = 79$