

제 2 교시

수학 영역 (B형)

5지선다형

1. 두 행렬 A, B 에 대하여 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 일 때, 행렬 $2BA + AB$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

2. 방정식 $2x^2 - 6x + 1 = \sqrt{x^2 - 3x + 1}$ 의 서로 다른 모든 근의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x) = \sin x - 2\cos x + 1$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?
[2점]

- ① -6 ② -4 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

4. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대해 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n - n^2}{n^2 - 1} = 5$ 이고

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{5n^2 b_n + 1} = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

5. 좌표평면위의 점 P, Q의 좌표가 각각 (3,4), (5,4)일 때,
 $\angle POQ = \theta$ 라고 하자.(O는 원점이다) $\tan \theta = \frac{q}{p}$ (p, q는 서로
 소인 자연수)라고 할 때 $p+q$ 의 값은? [3점]

- ① 31 ② 33 ③ 35
- ④ 37 ⑤ 39

6. 바구니 속에 빨간색 공 4개와 검은색 공 6개가 들어 있다. 이
 10개의 공 중 5개의 공을 한 번에 뽑았을 때 빨간색 공이 3개
 포함되어 있을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{5}{21}$ ③ $\frac{10}{21}$ ④ $\frac{4}{63}$ ⑤ $\frac{1}{504}$

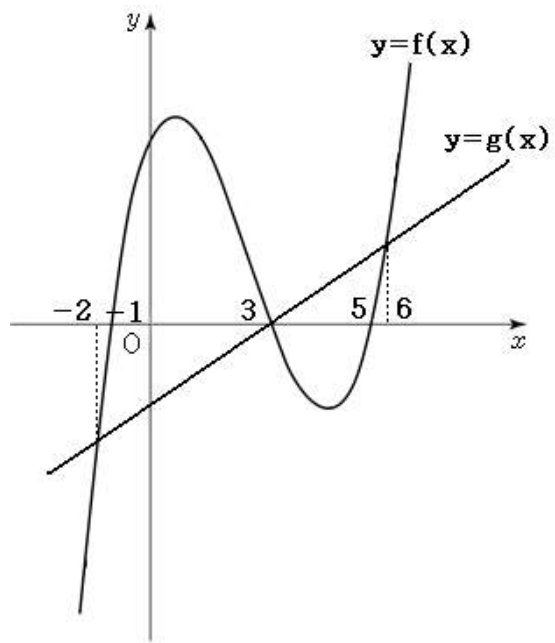
7. 곡선 $f(x)$ 는 x 좌표가 -1, 3, 5인 점에서 x 축과 만나고, 직
 선 $g(x)$ 는 x 좌표가 3인 점에서 x 축과 만난다. 또, 곡선 $f(x)$
 와 직선 $g(x)$ 의 교점의 x 좌표는 -2, 3, 6이라고 할 때, 닫힌
 구간 $[-7, 7]$ 에서 부등식

$$\frac{1}{g(x)} - \frac{1}{f(x)} \geq 0$$

을 만족하는 정수해의 개수는?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5



8. 크기와 모양이 같은 사탕5개, 초콜릿3개를 남김없이 나온, 초롱, 은지한테 나누어준다고 할 때, 나온, 초롱은 사탕을 적어도 하나, 은지는 초콜릿을 적어도 하나 가지는 경우의 수는? [3점]

- ① 6 ② 30 ③ 36 ④ 40 ⑤ 60

9. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 에 그은 기울기가 1인 두 접선의 y 절편 중 하나가 (0, 3)일 때, 이 타원의 초점은 $(c, 0)$, $(-c, 0)$ 이다. (단, c 는 양의 실수이다.) c^2 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

10. 포그슨의 방정식에 의하면 걸보기 등급이 m 이고 절대 등급이 M 인 별이 있을 때, 이 별까지의 거리 $r(\text{km})$ 은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$m - M = 5 \log(3r) + k \text{ (단, } k \text{는 상수이다.)}$$

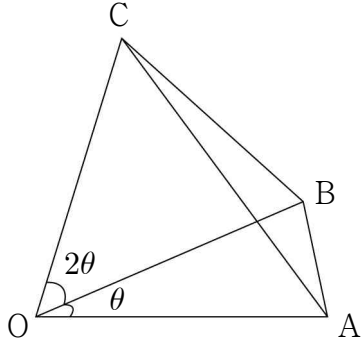
걸보기 등급이 1이고 절대등급이 3인 별A까지의 거리 r_A 와 걸보기 등급이 5이고 절대등급이 2인 별B까지의 거리 r_B 에 대하여 $\frac{r_B}{r_A}$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 100

11. 그림과 같이 평면 위에 있는 사각형 OABC가

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = 1, \angle AOB = \frac{1}{2} \angle BOC = \theta, \cos \theta = \frac{9}{10}$$

를 만족시킬 때, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} - \cos 3\theta$ 의 값은? [3점]



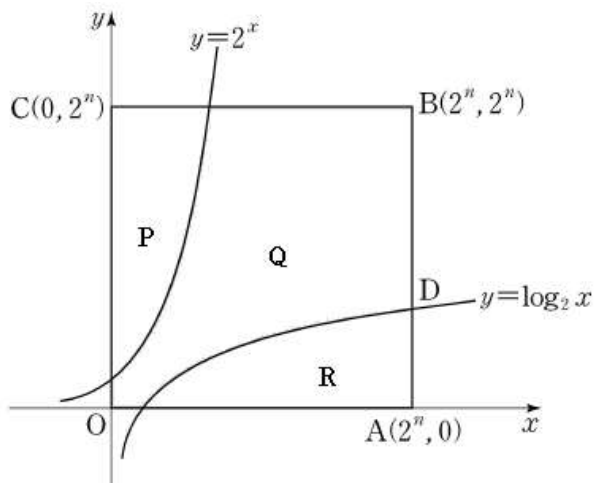
- ① $-\frac{13}{25}$ ② $-\frac{13}{50}$ ③ $-\frac{49}{25}$
 ④ $-\frac{49}{50}$ ⑤ $-\frac{11}{10}$

12. 과학탐구 선택과목인 물리Ⅱ를 자연계 수험생의 필수과목으로 지정하는 것에 대해 희망하는 인문계 수험생의 비율을 알아보기 위하여 인문계 수험생 중 100명을 임의 추출하여 조사한 결과 90명이 물리Ⅱ의 필수과목 지정을 희망하였다. 이 결과를 바탕으로 물리Ⅱ 필수과목 지정에 희망하는 인문계 수험생 전체의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간의 길이를 구했을 때, 다음 중 신뢰구간의 길이로 옳은 것은?

(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 0.1632 ② 0.1518 ③ 0.1290
 ④ 0.1176 ⑤ 0.0862

[13~14] 좌표평면에서 꼭짓점의 좌표가 $O(0,0)$, $A(2^n,0)$, $B(2^n,2^n)$, $C(0,2^n)$ 인 정사각형 $OABC$ 는 두 곡선 $y=2^x$, $y=\log_2 x$ 에 의하여 세 부분으로 나뉘는데 세 부분에 해당하는 도형을 다음 그림과 같이 각각 P, Q, R 이라 하자. 다음 13번, 14번의 두 물음에 답하시오. (단, n 은 자연수이다.)



13. $n=2$ 일 때, 도형 P 를 x 축을 중심으로 회전시킨 회전체의 부피와 도형 R 을 y 축을 중심으로 회전시킨 회전체의 부피의 합은? [3점]

- ① $(32 - \frac{15}{\ln 2})\pi$ ② $(32 - \frac{16}{\ln 2})\pi$ ③ $(32 - \frac{8}{\ln 2})\pi$
 ④ $(64 - \frac{15}{\ln 2})\pi$ ⑤ $(64 - \frac{16}{\ln 2})\pi$

14. 도형 R 의 둘레를 제외한 내부에 해당하는 영역에 속하는 점 중 x, y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수를 a_n 이라 할 때, a_6 의 값은? [4점]

- ① 251 ② 252 ③ 253
 ④ 254 ⑤ 255

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=0$, $a_2=1$ 이고,

$$a_{n+2} = 2a_n + a_{n+1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$$a_{n+2} - 2a_{n+1} = -(a_{n+1} - 2a_n)$$

이다. $b_n = a_{n+1} - 2a_n$ 이라 하면

$$b_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} b_n \quad (n \geq 1)$$

이고 $b_1 = 1$ 이므로

$$b_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

또, 주어진 식에 의하여

$$a_{n+2} + a_{n+1} = 2(a_{n+1} + a_n)$$

이다. $c_n = a_{n+1} + a_n$ 이라 하면

$$c_{n+1} = \boxed{\text{(다)}} c_n \quad (n \geq 1)$$

이고 $c_1 = 1$ 이므로

$$c_n = \boxed{\text{(라)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

(후략)

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q 라 하고, (나), (라)에 알맞은 식을 $f(n)$, $g(n)$ 라 할 때, $f(p) + g(q)$ 의 값은?
[4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 좌표공간에 x 축과 접하는 구가 있다. 구의 중심 C 에서 구와 x 축의 접점 P 까지 거리는 3이다. 구의 중심을 지나며 x 축과 나란한 직선이 구와 만나는 점 중 x 좌표가 작은 점을 Q 라 할 때, 선분 CQ 를 1:2로 내분하는 점은 yz 평면 위의 점이다. 점 C 에서 xy 평면에 내린 수선의 발 H 에 대해 선분 OH 의 길이의 최댓값은? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{6}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{10}$

17. 이차 정사각행렬 A, B에 대하여 다음이 성립한다,

$$2AB + B^2 = E$$

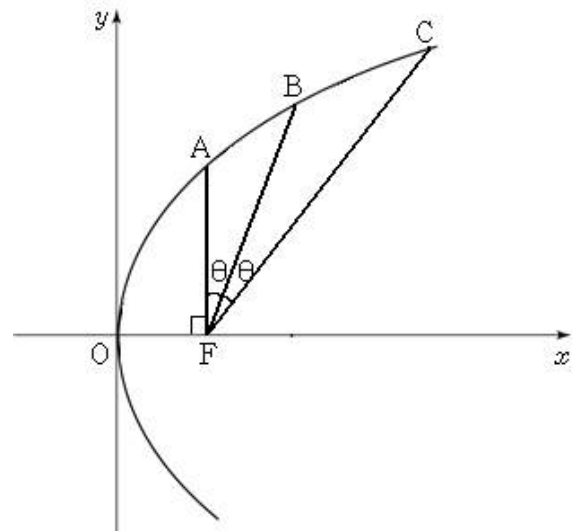
$$BA + B^3 = E$$

다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

- ㄱ. B^{-1} 이 존재 한다.
- ㄴ. $AB = BA$
- ㄷ. $(B^{-1})^2 = 2B + E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 다음 그림과 같이 포물선 $y^2 = 4x$ 의 초점F를 지나고 x축에 수직인 직선이 포물선과 1사분면에서 만나는 점을A라 하고 $\angle AFB = \angle BFC$ 가 되도록 1사분면 위에 점 B, C를 잡았을 때, $\tan(\pi - \angle CAF) = \frac{3}{2}$ 이다. 선분 BF의 길이로 옳은 것은? (단, 점 A, B, C의 x좌표는 A, B, C순으로 커진다.) [4점]



- ① $\frac{2}{9}(\sqrt{10}+1)$ ② $\frac{2}{9}(\sqrt{10}+10)$ ③ $\sqrt{10}$
 ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ 5

19. G고등학교 3학년 학생 2000명의 수능 성적은 평균이 m 점이고 표준편차가 5인 정규분포를 따른다고 한다. 만약 수능성적이 450점 이상인 학생수가 617명이라면, 수능 성적이 451점 이상인 학생의 수는? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.4	0.1554
0.5	0.1915
0.6	0.2257
0.7	0.2580

- ① 484명 ② 516명 ③ 549명 ④ 617명 ⑤ 690명

20. 실수 전체에서 정의되는 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 $g(0) = 1$, $f(x) = f(x+a) - ag(a)$ (단, $a \neq 0$)를 만족시킨다. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

- ㄱ. 두 점 $(x, f(x))$, $(x+1, f(x+1))$ 을 이은 직선의 기울기는 $g(1)$ 이다.
 ㄴ. $g(a)$ 가 $a=0$ 에서 연속이면 $f(x)$ 는 미분 가능한 함수이다.
 ㄷ. $g(a)$ 가 $a=0$ 에서 연속이고 $f(1) = 2$ 이면 $f(2) = 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 는 역함수 $g(x)$ 가 존재한다. $f(x), g(x)$ 에 대해서 $f(0)=0, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-g(x)}{x-1}=0$ 이 성립한다. 점 $P_0(0,0), P_1(1,1)$ 에 대해서 선분 $\overline{P_0P_1}$ 을 n 등분 한 점 중 임의의 점 $P_k(\frac{k}{n}, \frac{k}{n})$ 을 지나고 직선 $y=x$ 에 수직인 직선과 $y=f(x)$ 가 만나는 점을 $Q_k(x_k, y_k)$ 라고 하자. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

- ㄱ. $f'(1) = g'(1) = 1$
- ㄴ. $\int_0^1 f(x) - g(x) dx = \frac{1}{6}$
- ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2}}{n} \sum_{k=1}^n \frac{(y_k - x_k)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{12}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

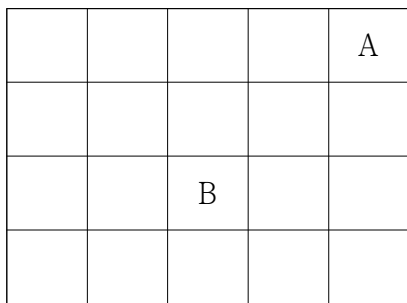
22. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{3}{2x})^x$ 의 값을 구하시오. [3점]
 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{-\frac{1}{2x}}$

23. 좌표평면에서 두 점 $(1, 0), (1, 1)$ 을 각각 두 점 $(1, 2), (2, 6)$ 로 옮기는 일차변환 f 에 대해 점 (a, b) 가 일차변환 f 에 의해 옮겨지는 점이 $(4, 10)$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 2$ 이고 $a_5 + a_{11} = 64$ 일 때,

$$\sum_{n=1}^{10} a_{2n-1} \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

25. 보미는 다음 그림과 같은 정사각형으로 이루어진 바둑판 모양의 20개의 구역 중 A구역을 제외한 임의의 한 구역에서 시작하여 A구역까지 최단경로로 이동하는 게임을 한다. 예를 들어 B구역에서는 4칸을 이동하여 A구역까지 이동하고 그 방법의 수는 6가지이다. 보미가 게임을 시작하여 A구역으로 이동하는 방법의 수가 10가지 이하일 확률이 $\frac{q}{p}$ 라고 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이며 A구역을 제외한 모든 구역에서 게임을 시작할 확률은 같다.) [3점]



26. 좌표공간에 점 C를 중심으로 하고 반지름이 1인 구A가 있고, 구A와 만나지 않는 평면 α 가 있다. 평면 α 위에는 직선 l 이 있는데, 점 C에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 D라고 하면 점 D에서 직선 l 까지 거리는 2이다. 구A위의 점들과 구A의 내부의 점들을 정의역으로 하는 함수 f 에 대하여 함수 f 의 정의역의 임의의 원소 P에서의 함수값은

“점 P에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, 직선 l 과 직선 \overline{PH} 을 포함하는 평면이 평면 α 와 이루는 각”

이다. 함수 f 의 최댓값과 최솟값이 각각 M, N이고 $f(C) = \frac{\pi}{3}$

이면 $\sin\left(\frac{M-N}{2}\right) = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

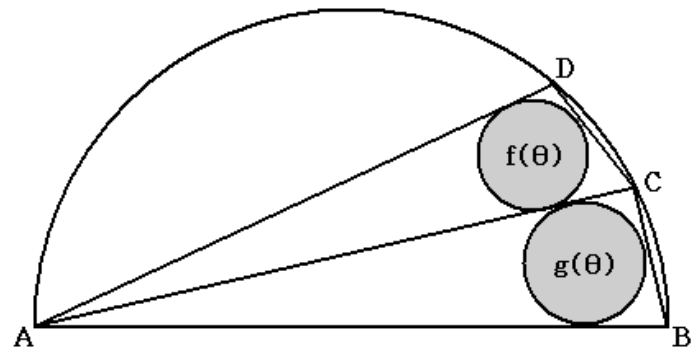
27. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 극한값

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+i)-i}{x}$ 이 존재할 때(단, $i=0,1$) 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \frac{f(x)-x+|f(x)-x|}{2}$$

함수 $g(x)$ 가 $x=0$ 에서만 미분 가능하지 않을 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=1$ 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원에서 $\angle DAC = \angle CAB = \theta$ 를 만족 할 때, 삼각형 ACD 에 내접하는 원의 둘레의 길이를 $f(\theta)$, 삼각형 ABC 에 내접하는 원의 둘레의 길이를 $g(\theta)$ 라고 하자. 극한값 $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{g(\theta)-f(\theta)}{\theta^3}$ 을 구하시오. [4점]



29. 2차 항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 최솟값 1을 가질 때, 함수 $f(x)$ 가 $f(x)=g(x)\times e^x$ 를 만족한다. 이 때, 함수 $h(x)$ 을 다음과 같이 정의 하자.

$$h(x) = f\left(-\frac{x}{10}\right) \quad (x \geq 0)$$

$y=h(x)$ 위의 임의의 점 $(k, h(k))$ 를 지나는 직선 l_k 의 기울기가 m 일 때, 직선 l_k 와 함수 $y=h(x)$ 의 그래프의 교점의 개수를 함수값으로 하는 함수를 $y=N_k(m)$ 이라고 하자. 함수 $y=N_k(m)$ 이

불연속이 되도록 하는 m 의 개수를 n_k 라고 할 때, $\sum_{i=0}^{20} n_i$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 좌표 공간 위의 점 P를 중심으로 하고 반지름이 1인 원C가 직선 $l : y-6 = \frac{z}{\sqrt{3}}, x=0$ 을 축으로 하는 회전운동을 할 때 다음 조건을 만족한다.

점 P에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H라 하고 원 C의 둘레와 그 내부에 속하는 임의의 점을 Q라 할 때 $\overline{PH} = 4\sqrt{3}$ 이고 $\overline{PH} \cdot \overline{OP} = \overline{OQ} \cdot \overline{PH}$ 이다. (단 O는 원점)

원C의 xy 평면으로의 정사영의 넓이가 $\frac{\pi}{4}$ 가 되도록 하는 점P를 P_π 라 하고 점 R의 좌표가 $(0, -3, \sqrt{3})$ 일 때 $(\overline{P_\pi H} \cdot \overline{OR})^2$ 의 값을 구하여라. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.