

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{2}} \times \sqrt[3]{8}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

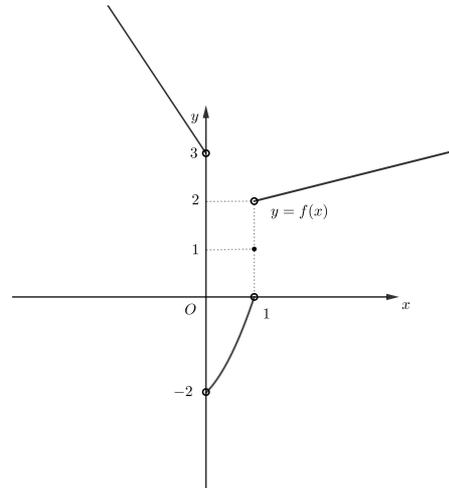
2. $f(x) = 3x^2 + 6x$ 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 1$, $a_4 = 16$ 일 때, $a_1 + a_3$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{15}{4}$ ② 4 ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{19}{4}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(f(x)) - \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 5 ⑤ 6

5. 곡선 $y = -2^{x+3} + 2 + k$ 가 두 개의 사분면만을 지나도록 하는 실수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

6. $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta + \cos\theta = -\frac{17}{13}$ 일 때, $\sin\theta - \cos\theta$ 의 값은? (단, $|\cos\theta| < |\sin\theta|$) [3점]

- ① $-\frac{7}{13}$ ② $-\frac{5}{13}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{13}$ ⑤ $\frac{7}{13}$

7. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = 4x^3 + 2x - \int_0^1 f(t)dt$$

를 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(a)+g(a-4)$ 의 값은? [3점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $0 \leq (x-3)f'(x)$ 이다.

(나) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-a)f(x)}{g(x)} = -\frac{1}{4}$.

(다) $f(0)=8, g(2)=g(0)=0$

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 \leq t)$ 에서의 속도가

$$v(t) = 3t^2 - 3t$$

이고, 점 P는 $t = 0$ 일 때, 원점에서 출발한다.
 시각 $t = 0$ 에서 $t = 2$ 까지 점 P의 이동거리는? [4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

10. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 9n + 6$$

$a_1 = 2$ 일 때, a_7 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 23 ③ 26 ④ 29 ⑤ 32

11. 함수 $f(x) = x^2 + 1$ ($x \leq 1$)와

함수 $g(x) = -x^2 + 4x + k$ ($1 < x$)에 대하여

두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 동시에 접하는 직선이

존재하도록 하는 실수 k 의 최댓값은? [4점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

12. 닫힌구간 $[0, \pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = a \sin \frac{x}{b} + c$ 의

최댓값을 α , 최솟값을 β 라고 할 때, $1 \leq \alpha - \beta \leq 2$ 가

되도록 하는 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

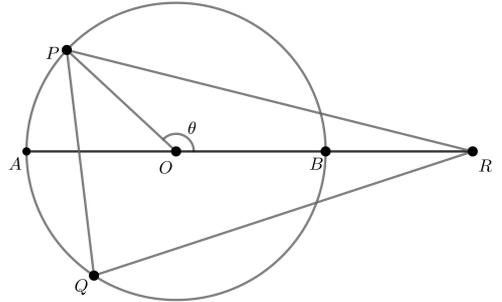
(단, a, b, c 는 4이하의 자연수) [4점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

13. $y = |\log_2 x| + 1$ 위를 움직이는 점 $P(t, |\log_2 t| + 1)$ 와 원 $(x - t + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 의 위를 움직이는 점 Q , x 축 위를 움직이는 점 R 이 존재한다. 이 때, 이 때, $\overline{PR} + \overline{QR}$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 2 ② $2\sqrt{2} - 1$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $4\sqrt{2} - 1$

14. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로하고 점 O 를 중심으로 하는 원이 있다. 선분 AB 의 연장선 위의 점 B 와 가까운 쪽에 있는 점 R 이 $\overline{BR} = 1$ 을 만족한다. 원 위를 움직이는 점 P, Q 에 대하여 $\angle POR = \theta$ 라고 할 때, θ 에 따른 삼각형 RPQ 의 넓이의 최댓값을 $S(\theta)$ 라고 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $S(\pi) = \frac{3}{2}$ 이다.

ㄴ. $S(\theta)$ 가 최소일 때, 가능한 삼각형 RPQ 의 수는 2개이다.

ㄷ. $S(\theta)$ 의 최솟값은 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 다항함수 $g(x)$ 에 대하여 1이상의 모든 실수 x 에서 정의된 함수 $h(x)$ 가 다음과 같다.

$$h(x) = \begin{cases} f(x-3n+3)+4n-4 & (3n-2 \leq x < 3n-1) \\ g(x-3n+3)+4n-4 & (3n-1 \leq x < 3n) \\ -f(x-3n)+4n & (3n \leq x < 3n+1) \end{cases}$$

모든 자연수 n 에 대하여 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$$\int_1^{10} h(x) dx \text{의 값은? [4점]}$$

(가) 1이상의 모든 실수 x 에 대하여 함수 $h(x)$ 가 미분 가능하다.

$$(나) \int_{3n-1}^x h'(x) dx + 6n - 2 \leq 2x$$

- ① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

단답형

16. 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{5}$ 이고, 호의 길이가 π 인 부채꼴의 넓이를 S 라고 할 때, $\frac{2}{\pi}S$ 의 값은? [3점]

17. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2 + 6x & (x < 2) \\ (x-3)h(x) & (2 \leq x) \end{cases}$$

와 다항함수 $h(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $h(2) - h'(2)$ 의 값은? [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{k^2 + k}{a_k} = n^2 + 3n + 1$$

을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^8 a_k = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

19. 세 양수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$$\frac{1}{c} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \text{의 최댓값을 구하시오. [3점]}$$

(가) $2^a = 3^b = 6^c$

(나) $\frac{3}{a} + \frac{3}{b} + \frac{1}{c}$ 은 4이하의 자연수이다.

20. 함수 $f(x) = 4x^3 + 2x + 1$ 의 역함수와

함수 $g(x) = \frac{1}{6}(x-1)$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[4점]

21. 초항이 음의 정수이고 공차가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 수열 $\{b_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 이 곡선 $y = 3^x$ 위의 점 $P(a_n, 3^{a_n})$ 와 $Q(a_{n+1}, 3^{a_{n+1}})$ 을 잇는 직선의 평균변화율과 같을 때, 등차수열 $\{a_n\}$ 과 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족한다.

$$(가) \sum_{k=1}^5 |a_k| = a_6 + a_7$$

(나) a_{10} 은 6의 배수가 아니다. _____

$$(다) \sum_{k=1}^3 \frac{b_{k+1}}{b_k} = 81$$

$b_4 - a_{16}$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여

$f(x) = |f(a)|$ 를 만족시키는 서로 다른 x 값의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수) 이고 함수 $f(x)$

다음 조건을 만족할 때, $\left\{ \sum_{i=1}^m |\alpha_i| \right\}^2 \times \frac{k}{16} + f(3)$ 의

값을 구하시오. [4점]

$$(가) \int_{\alpha_1}^{\alpha_m} |f'(x)| dx = k \int_{\alpha_1}^{\alpha_m} f'(x) dx \quad (k \text{ 는 자연수})$$

$$(나) \sum_{i=1}^m f(\alpha_i) = 0$$

(다) $y = |f(x) + 4x|$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2교시

수학 영역 (확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 5개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5를 양 끝에 홀수가 오도록 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 12 ② 18 ③ 36 ④ 81 ⑤ 120

24. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = P(B) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(A \cap B^c)$ 의 값은? (단, B^c 는 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

25. $(x^3 + \frac{1}{x^2})^9(x + \frac{2}{x^4})$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

- ① 63 ② 84 ③ 126 ④ 378 ⑤ 576

26. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는? [3점]

(가) $a+b+c+d+e=8$

(나) $a+b \leq c+d+e$ (다) b 는 홀수이다.

- ① 136 ② 181 ③ 220 ④ 360 ⑤ 495

27. 빨간색 공 3개, 파란색 공 2개, 노란색 공 1개가 있다.
이 여섯 개의 공을 일렬로 나열한다. 빨간색 공이 양 끝에
위치할 때, 빨간색 공과 노란색 공이 이웃하지 않을 확률은?
[3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

28. 서로 다른 동전 4개를 던져서 앞면이 절반 이상 나오면
한 개의 주사위를 세 번, 절반 미만이면 한 개의 주사위를
두 번 던진다. 이 때, 나온 주사위의 눈의 수의 합이 5일
확률을 p 라고 할 때, $36p$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{27}{16}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{29}{16}$ ④ $\frac{15}{8}$ ⑤ $\frac{31}{16}$

단 답 형

29. 3 이상의 자연수 n 에 대하여 정 n 각형과 정 n 각형에 외접하는 원이 존재한다. 외접원 내의 나누어지는 구역에 서로 다른 n 개의 공을 배열하는 경우의 수를 $f(n)$ 라고 할 때, $\sum_{n=3}^{21} [(-1)^{n+1}f(n)] - 2 = k$ 이다. $\frac{k}{19!}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 4이다.

(나) 6이하의 자연수 k 에 대하여 $f(k) \neq k$ 이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2교시

수학 영역 (미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 3n + 2} - 2n)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

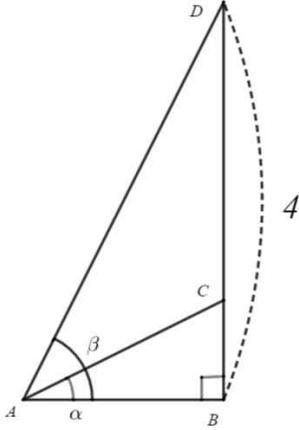
24. 함수 $f(x) = e^{x-1} - 1$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|f(1+h)| - |f(1-h)|}{h}$$

의 값은? [3점]

- ① $-e$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ e

25. 그림과 같이 $\overline{BD} = 4$ 인 직각 삼각형 ABD 가 존재한다.
 $\overline{AB} = 2k$, $\overline{CD} = 3k$ 이고 $\angle BAC = \alpha$, $\angle BAD = \beta$
 라 할 때, $\tan(\beta - \alpha) = \frac{3}{4}$ 이다. $\tan 2\beta$ 의 값은? [3점]



- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{2\sqrt{7}}{3}$ ④ $-\frac{7}{3}$ ⑤ $-\frac{4\sqrt{7}}{3}$

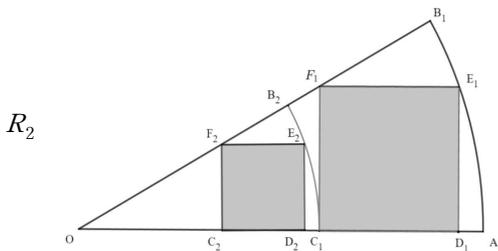
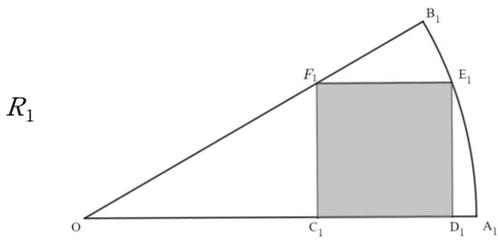
26. 함수 $f(x) = e^x - e^{-x}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 미분가능
 하고

$$g(mx + n) = f^{-1}(x), \quad \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{g(x)}{x - \sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, mn 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

27. 그림과 같이 중심이 O이고 $\overline{OA_1} = 2$ 를 반지름으로 부채꼴 OA_1B_1 이 있다. $\angle A_1OB_1 = \frac{\pi}{6}$ 가 되도록 잡고 부채꼴 OA_1B_1 에 내접하는 정사각형 $C_1D_1E_1F_1$ 을 그린다. 정사각형 $C_1D_1E_1F_1$ 을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 정사각형 $C_1D_1E_1F_1$ 과 C_1 에서 접하고 중심이 O, $\overline{OC_1}$ 을 반지름으로 하는 부채꼴 OC_1B_2 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 정사각형 $C_2D_2E_2F_2$ 를 그리고 정사각형 $C_2D_2E_2F_2$ 를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



⋮

- ① $\frac{8}{11+8\sqrt{3}}$ ② $\frac{16}{11+8\sqrt{3}}$ ③ $\frac{2}{1+2\sqrt{3}}$
 ④ $\frac{2}{2+\sqrt{3}}$ ⑤ $\frac{2}{1+\sqrt{3}}$

28. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = ae^{bt}, \quad y = 2\sin t$$

에 대하여 직선 $y = x$ 와 오직 한 점에서 만나도록 하는 ab 의 값을 $f(b)$ 라 하자. $f'(1)$ 의 값은? (단, a 와 b 는 양수이다.) [4점]

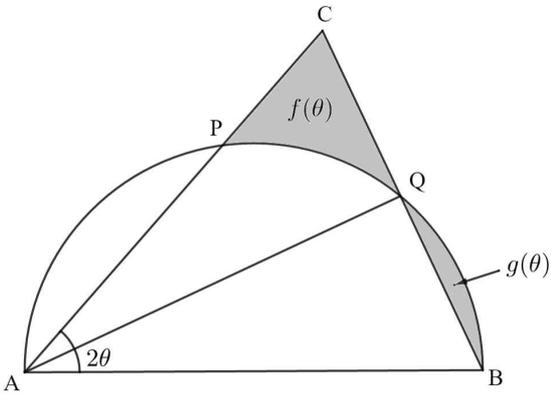
- ① $\frac{\sqrt{2}}{2} \pi e^{-\frac{\pi}{4}}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4} \pi e^{-\frac{\pi}{4}}$ ③ $\sqrt{2} \left(1 - \frac{\pi}{2}\right) e^{-\frac{\pi}{4}}$
 ④ $\sqrt{2} \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) e^{-\frac{\pi}{4}}$ ⑤ $\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) e^{-\frac{\pi}{4}}$

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = 2\theta$, 점 Q는 호 PB의 이동분 점이 되도록 잡는다. 직선 AP와 직선 BQ의 교점을 점 C라 하자. 두 선분 PC, QC와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 선분 BQ와 호 BQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{\theta^3} = a \text{이다. } 15a \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이다.) [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \ln f(x)$$

라 하자. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라고 하자. 함수 $h(t)$ 가 불연속인 t 값의 개수가 2개일 때, 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x) = g(7 - x)$

(나) 함수 $g(f(x) + k)$ 가 극대인 x 좌표의 개수가 5가 되도록 하는 양수 k 의 최솟값은 1이다.

(다) $\lim_{t \rightarrow 1^-} h(t) + 2h(1) = \lim_{t \rightarrow 1^+} h(t)$

$g(6) + h\left(\frac{97}{16}\right) = \ln a + b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.