

# [나승민/한성은 모의고사]

| 6월 모의고사 연습(1/2) |

## | 나승민 (성균관대 수학과)

이투스 네오, 미래탐구목동  
올해는 유튜브 열심히 할게요.  
수학에 감각을 더하다.  
instagram @cremath\_david

## | 한성은 (POSTECH 수학과)

5A ACADEMY, 일산종로학원  
내일부터 열심히.  
hansungeun.com/texta.html - 공개 모의고사 페이지  
썬밋 N제(미적분), 썬밋 N제(수학2) 출간 - 책 사주세요.

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역

5지선다형

1.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 이고  $\sin\theta = \frac{\sqrt{11}}{6}$  일 때,  $\cos\theta$ 의 값은? [2점]

- ①  $-\frac{1}{6}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $-\frac{1}{2}$   
 ④  $-\frac{5}{6}$       ⑤  $-\frac{7}{6}$

2. 세 수  $\frac{21}{12}$ ,  $x$ ,  $\frac{39}{12}$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때,

$x$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{5}{2}$       ②  $\frac{8}{3}$       ③  $\frac{17}{6}$   
 ④ 3      ⑤  $\frac{19}{6}$

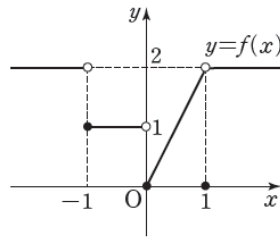
3. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - 3) = 80, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k + 3b_k) = 200$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + b_k)$ 의 값은? [3점]

- ① 250      ② 275      ③ 300  
 ④ 325      ⑤ 350

4. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(-x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0  
 ④ 1      ⑤ 2

5. 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $\log_{\sqrt{2}}a = \log_5b = \log_24$ 일 때,  
 $\log_3(a+b)$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
 ④ 4                      ⑤ 5

7. 다항함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(x) - 2x^2 - 1}{x-1} = f(1)$ 을

만족시킬 때,  $f(1) + f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 8                      ② 7                      ③ 6  
 ④ 5                      ⑤ 4

6.  $-1 \leq x \leq 4$ 에서 함수  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+4x}$ 의 최댓값을  $M$ ,

최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M \times m$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
 ④ 2                      ⑤ 4

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t$ 에서의 위치는

$$x(t) = -t^3 + 2t^2 + at$$

이다.  $t=4$ 에서 점 P의 운동 방향이 바뀔 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 32                      ② 28                      ③ 24  
 ④ 20                      ⑤ 16

9. 두 함수  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = x^2 - ax + a$ 에 대하여

함수  $\frac{f(x)}{g(x)}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이기 위한

모든 정수  $a$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
 ④ 6                      ⑤ 7

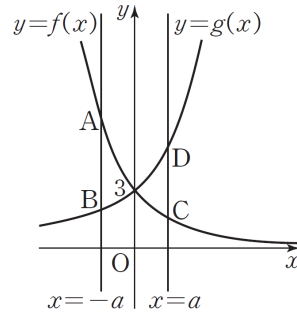
10. 두 함수  $f(x) = \frac{3}{2^x}$ ,  $g(x) = 2^{x+1} + 1$ 이 있다. 그림과

같이 직선  $x = -a$ 가 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의

그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선  $x = a$ 가

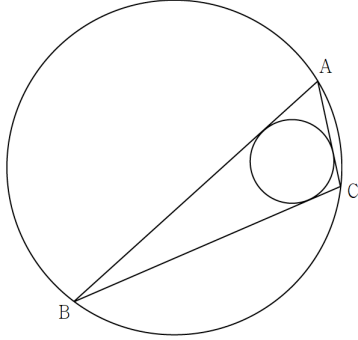
두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 각각

C, D라 하자.  $2\overline{AB} + \overline{CD} = 54$ 일 때, 양수  $a$ 의 값은? [4점]



- ①  $-1 + \log_2 5$                       ②  $\log_2 7$                       ③  $-1 + 2\log_2 3$   
 ④  $\log_2 5$                       ⑤  $1 + \log_2 7$

11. 반지름의 길이가  $4\sqrt{3}$ 인 원에 내접하는 삼각형 ABC에 대하여  $\angle BAC = 60^\circ$  이고 삼각형 ABC에 내접하는 원의 반지름의 길이는  $\sqrt{3}$ 이다.  $\overline{AB} + \overline{AC}$ 의 값은? [4점]



- ① 16                      ② 17                      ③ 18
- ④ 19                      ⑤ 20

12. 모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k^3 = 2 \left( \sum_{k=1}^n a_k \right)^2$$

를 만족시킨다. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $a_1 = 2$   
 ㄴ. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  
 $(a_{n+1})^2 = 2a_{n+1} + 4 \sum_{k=1}^n a_k$  이다.  
 ㄷ. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n = 2n$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 구간  $[0, 4)$ 에서  $f(x) = ax(x-3)^2$ 이다.  
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = f(x-4) + 3$ 이다.

곡선  $y = f(x)$ 에 대하여  $\int_{-8}^8 |f(x)| dx$ 의 값은?  
 (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]  
 ① 46                      ② 48                      ③ 50  
 ④ 52                      ⑤ 54

14. 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

열린 구간  $(-\infty, 2)$ 에서  $f'(x) > 0$ ,  
 열린 구간  $(2, \infty)$ 에서  $f'(x) < 0$ 이다.

함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = (x+1)f(x) - \int_{-1}^x f(t) dt$$

라 할 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
 [4점]

—<보 기>—

ㄱ.  $g'(-1) = 0$   
 ㄴ. 함수  $g(x)$ 는  $x=2$ 에서 극댓값을 갖는다.  
 ㄷ.  $0 < k < g(2)$ 인 실수  $k$ 에 대하여 방정식  $g(x) = k$ 는 서로 다른 세 개의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15.  $a_1 = 1$ 인 수열  $\{a_n\}$ 은 집합

$$A = \{n \mid n = 2^k, k \text{는 음이 아닌 정수}\}$$

와 상수  $d$ 에 대하여 다음을 만족시킨다.

(가)  $n \in A$ 이면  $a_{2n} = 2a_n$ 이다.

(나)  $n \notin A$ 이면  $a_{n+1} = a_n + d$ 이다.

$\sum_{k=1}^{32} a_k = 218$ 일 때,  $a_{60}$ 의 값은? [4점]

- ① 44                      ② 48                      ③ 52  
 ④ 56                      ⑤ 60

단답형

16.  $\sqrt[3]{4 \times 4^{\frac{1}{6}}}$ 의 값을 구하여라. [3점]

17. 함수  $f(x) = \int_{-1}^x (t^2 - 2t)dt$ 에 대하여,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+3h)}{h}$ 의 값을 구하여라. [3점]



18. 곡선  $y = x^3 + 10$ 에 접하는 직선이 점  $(0, -6)$ 를 지날 때, 이 직선의 방정식을  $y = mx + n$ 이라 하자. 이때  $m - n$ 의 값을 구하여라. [3점]

19. 1이 아닌 양수  $a, b$ 와 실수  $x, y$ 에 대하여

$$a^2 b^3 = 1,$$

$$b \times a^x = a^4 \times b^y$$

가 성립한다.  $3x + 2y$ 의 값을 구하여라. [3점]

20. 첫째항이 26이고 공차가  $-4$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 첫째항이  $-6$ 이고 공차가  $d$ 인 등차수열  $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_m b_m > 0$$

이 되게 하는 자연수  $m$ 의 개수가 2가 되게 하는 모든 실수  $d$ 값의 범위는  $p \leq d < q$  또는  $r < d \leq s$ 이다.  $20pr$ 의 값을 구하여라. (단,  $p < q < r < s$ 이다.) [4점]

21. 자연수  $k$ 에 대하여 집합  $A_k$ 를

$$A_k = \left\{ \sin \frac{2m\pi}{k} \mid m \text{은 모든 자연수} \right\}$$

로 정의하자.  $A_6 \subset A_n$ 이 되도록 하는 100 이하의 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하여라. [4점]

22. 두 양수  $a, k$ 에 대하여  $f(x) = kx^2(x-2a)^2$ 이고, 두 함수  $g(x)$ 와  $h(x)$ 가 각각

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq a \text{ 또는 } x \geq 2a) \\ -f'(x) & (a < x < 2a) \end{cases},$$

$$h(x) = \int_a^x g(t) dt$$

이다. 방정식  $f(x) = h(x)$ 의 모든 근을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열한 것을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 할 때,

$$\gamma - \alpha = 2 + 2\sqrt{2},$$

$$f(\beta) = 4$$

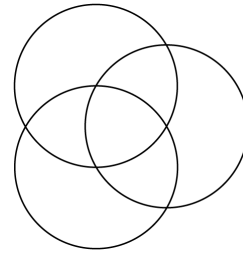
가 성립한다.  $f(6)$ 의 값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23.  ${}_3\Pi_4$ 의 값은? [2점]

- ① 45                      ② 54                      ③ 63  
④ 72                      ⑤ 81

24. 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 3개의 원이 있다. 이 3개의 원은 각각 다른 2개의 원의 중심을 지난다. 3개 원의 내부에 만들어지는 7개의 영역에 서로 다른 7가지 색을 모두 사용하여 칠하려고 한다. 한 영역에 한 가지 색만을 칠할 때, 색칠한 결과로 나올 수 있는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 1260                      ② 1680                      ③ 2520  
④ 3760                      ⑤ 5040

25. 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $A$ 와  $B$ 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = 5P(B) = 1$$

일 때,  $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{5}$                   ②  $\frac{2}{5}$                   ③  $\frac{7}{10}$   
 ④  $\frac{4}{5}$                   ⑤  $\frac{9}{10}$

26. 한 개의 주사위를 두 번 던진다. 6의 눈이 한 번도 나오지 않을 때, 나온 두 눈의 수의 합이 3의 배수일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{9}{25}$                   ②  $\frac{2}{5}$                   ③  $\frac{11}{25}$   
 ④  $\frac{12}{25}$                   ⑤  $\frac{13}{25}$

27. 자연수  $p$ 에 대하여 다항식  $(x+p)^8$ 의 전개식에서  $x^k$ 의 계수를  $a_k$ 라 하자. 서로 다른 세 수  $a_1, a_2, a_3$  중 최댓값이  $a_2$ 일 때,  $a_6$ 의 값은? [3점]

- ① 126                      ② 168                      ③ 252  
 ④ 336                      ⑤ 504

28. 수직선 위의 점 P는 원점에서 출발하여 동전을 한 번 던질 때마다 앞면이 나오면 양의 방향으로 2만큼, 뒷면이 나오면 음의 방향으로 1만큼 움직이는 시행을 반복한다. 7번의 시행 후 점 P가 A(5)의 눈에 도착할 때, 4번의 시행 점 P가 후 B(2)의 눈에 위치하였을 확률은? [4점]

- ①  $\frac{14}{35}$                       ②  $\frac{16}{35}$                       ③  $\frac{18}{35}$   
 ④  $\frac{4}{7}$                       ⑤  $\frac{22}{35}$

단답형

29. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하여라. [4점]

(가)  $f(1) < f(3) < f(5) < f(6)$

(나)  $f(4) \leq f(2)$

30. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $a, b, c, d, e$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d, e)$ 의 개수를 구하여라. [4점]

(가)  $a+b+c+d+e=12$

(나)  $a+b+c$ 는  $d+e$ 의 배수이다.

# 수학 영역(미적분)

5지선다형

23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+1}{n(n+1)}$ 의 값은? [2점]

- ① -1                      ②  $-\frac{1}{2}$                       ③ 0  
④  $\frac{1}{2}$                       ⑤ 1

24.  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(\alpha - \frac{5\pi}{6}\right)$ 를 만족시키는  $\alpha$ 에 대하여

$\tan\alpha$ 의 값은? [3점]

- ①  $-2 - \sqrt{3}$               ②  $-3 - \sqrt{3}$               ③  $-4 - \sqrt{3}$   
④  $-5 - \sqrt{3}$               ⑤  $-6 - \sqrt{3}$

25. 미분가능한 함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x) = x^3 + x$ 에 대하여  
 합성함수  $h(x) = (g \circ f)(x)$ 가

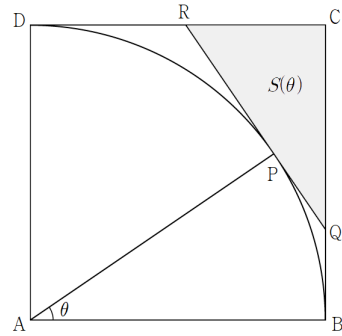
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{h(x) - f(x) - 1}{x - 1} = 6$$

일 때,  $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1
- ④ 2                            ⑤ 4

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD와  
 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 C가  
 있다. 원 C 위의 점 P에서의 접선이 두 선분 BC, CD와  
 만나는 점을 각각 Q, R이라 하자.  $\angle PAB = \theta$ 라 할 때,  
 삼각형 CQR의 넓이는  $S(\theta)$ 이다.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은?

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [3점]



- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1
- ④ 2                            ⑤ 4

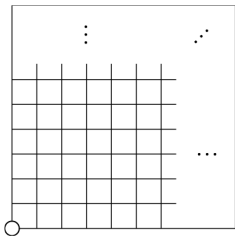


27. 돌을 놓을 수 있는 눈  $2n \times 2n$ 개가 있는 바둑판에 다음 단계에 따라 흰 바둑돌과 검은 바둑돌을 올려 놓는다.

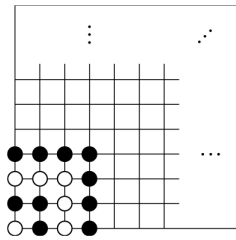
[단계1] [그림1]과 같이 바둑판 한쪽 구석의 눈에 흰 돌을 올려놓는다.

[단계2] 놓인 돌들의 바깥쪽에 돌들을 놓아 한 변의 길이가 1 늘어난 정사각형이 되도록 한다. 이때 전 단계에서 흰 돌을 놓았다면 검은 돌을, 검은 돌을 놓았다면 흰 돌을 놓는다.

[그림2]는 [단계2]를 세 번 반복한 것이다. 이와 같이 [단계2]를 바둑판의  $2n \times 2n$ 개의 눈이 가득 찰 때까지 반복했을 때, 검은 바둑돌의 개수를  $a_n$ , 흰 바둑돌의 개수를  $b_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \{\sqrt{a_n} - \sqrt{b_n}\}$ 의 값은? [3점]



[그림1]



[그림2]

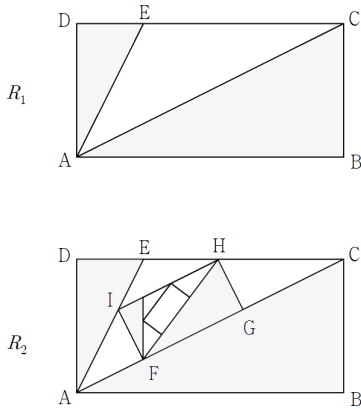
- ①  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 ④  $\sqrt{2}$       ⑤ 2

28. 함수  $f(x) = \ln x$ 와  $0 < t < \frac{\pi}{4}$ 인 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 점 P에서의 접선과 직선  $y = x$ 가 이루는 예각이  $t$ 인 점 P의  $x$ 좌표 중 가장 작은 것을  $g(t)$ , 가장 큰 것을  $h(t)$ 라 하자.  $0 < a < \frac{\pi}{4}$ 인 실수  $a$ 가  $\tan a = \frac{1}{2}$ 를 만족시킬 때,  $g'(a) \times h'(a)$ 의 값은? [4점]

- ①  $-\frac{25}{2}$       ②  $-\frac{100}{9}$       ③  $-10$   
 ④  $-\frac{100}{11}$       ⑤  $-\frac{25}{3}$

단답형

29. 그림과 같이  $\overline{AB}=2$ ,  $\overline{AD}=1$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 CD를 3:1로 내분하는 점을 E라 하고, 두 삼각형 ABC, ADE를 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 선분 AC 위의 두 점 F, G, 선분 CE 위의 점 H, 선분 AE 위의 점 I를 꼭짓점으로 하고  $\overline{FG}:\overline{FI}=2:1$ 인 직사각형 FGHI를 그리고, 그림  $R_1$ 과 같은 방법으로 직사각형 FGHI에 두 삼각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 이차함수  $P(x)$ 와 실수  $a$ 에 대하여 함수

$$f(x) = P(x)e^{ax}$$

와 함수  $g(x)$ 는  $x > -1$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$(x^2 - 1)g(x) = f(x)$$

일 때, 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0$
- (나) 함수  $g(x)$ 는  $x = 2$ 에서 극댓값  $\frac{1}{e}$ 을 갖는다.

$60f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라. [4점]

5지선다형

23. 두 벡터  $\vec{a}=(4, 2)$ ,  $\vec{b}=(-1, 1)$ 에 대하여 벡터  $\vec{a}+2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 2                      ② 4                      ③ 6  
④ 8                      ⑤ 10

24. 두 점  $F(-3, 0)$ ,  $F'(3, 0)$ 을 초점으로 하는 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 장축의 길이와 단축의 길이의 곱이 80일 때,  $a^2$ 의 값은? [3점]
- ① 17                      ② 19                      ③ 21  
④ 23                      ⑤ 25

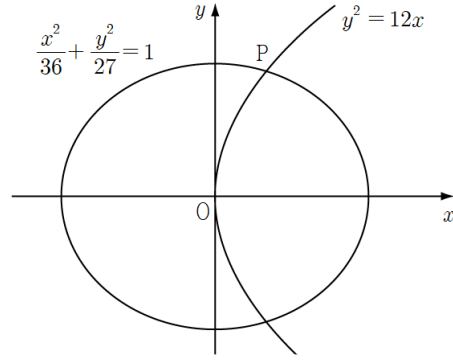
25. 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC의 선분 BC 위의 점 D에 대하여  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 24$ 일 때,  $|\overrightarrow{AD}|$ 의 값은? [3점]

- ①  $3\sqrt{3}$                       ②  $2\sqrt{7}$                       ③  $\sqrt{29}$
- ④  $\sqrt{30}$                         ⑤  $\sqrt{31}$

26. 두 초점이 F, F'인 타원  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$ 과

포물선  $y^2 = 12x$ 의 두 교점 중 한 점을 P라 하자.

$\overline{PF} \times \overline{PF'}$ 의 값은? [3점]



- ① 35                              ② 38                              ③ 41
- ④ 44                              ⑤ 47

27. 두 곡선

$$y = \frac{1}{16}x^2, \quad y^2 = x - a$$

에 동시에 접하는 직선의 개수가 2일 때,  $a$ 의 값은?

[3점]

- ①  $\frac{3}{2}$                       ② 2                      ③  $\frac{5}{2}$   
 ④ 3                          ⑤  $\frac{7}{2}$

28. 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD와 점 P가

$$|9\overrightarrow{AP} - 6\overrightarrow{BP} - 5\overrightarrow{DP}| = 4$$

를 만족시킬 때,  $|\overrightarrow{CP}|$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 8                          ② 10                      ③ 12  
 ④ 14                        ⑤ 16

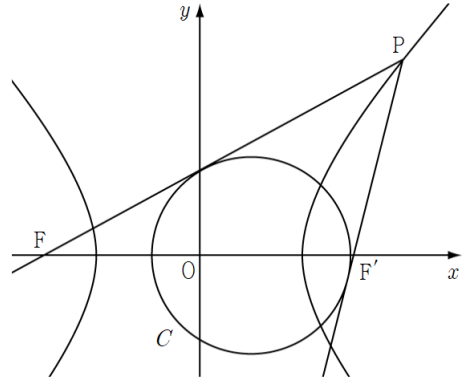
단답형

29. 원  $C$  위의 세 점  $A, B, C$ 는

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 64, \quad \vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$$

을 만족시킨다. 원  $C$  위를 움직이는 점  $P, Q$ 에 대하여  $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$ 의 최댓값이 48일 때,  $\vec{AB} \cdot \vec{AP}$ 의 최댓값을 구하여라. [4점]

30. 그림과 같이 두 초점이  $F(-6, 0), F'(6, 0)$ 인 쌍곡선 위의 점  $P$ 에 대하여 두 직선  $PF, PF'$ 은 모두 원  $(x-2)^2 + y^2 = 15$ 의 접선이다.  $\vec{PF} \times \vec{PF}'$ 의 값을 구하여라. [4점]



# [나승민/한성은 모의고사 6월 연습(1/2) 정답표]

## 〈공통〉

| 문항 | 정답  | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 01 | ④   | 02 | ①  | 03 | ①  | 04 | ⑤  | 05 | ③  |
| 06 | ④   | 07 | ②  | 08 | ①  | 09 | ④  | 10 | ②  |
| 11 | ③   | 12 | ⑤  | 13 | ②  | 14 | ⑤  | 15 | ③  |
| 16 | 2   | 17 | 9  | 18 | 18 | 19 | 14 | 20 | 16 |
| 21 | 816 | 22 | 72 |    |    |    |    |    |    |

## 〈확률과 통계〉

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답  | 문항 | 정답  | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|----|----|----|-----|----|-----|----|----|----|----|
| 23 | ⑤  | 24 | ②   | 25 | ④   | 26 | ①  | 27 | ③  |
| 28 | ③  | 29 | 315 | 30 | 205 |    |    |    |    |

## 〈미적분〉

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답  | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|----|
| 23 | ⑤  | 24 | ①   | 25 | ④  | 26 | ②  | 27 | ③  |
| 28 | ②  | 29 | 531 | 30 | 45 |    |    |    |    |

## 〈기하〉

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답  | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|
| 23 | ③  | 24 | ⑤  | 25 | ②   | 26 | ①  | 27 | ④  |
| 28 | ①  | 29 | 72 | 30 | 128 |    |    |    |    |

## COMMENT 11

사인법칙에서  $a = 12$ 이다. 삼각형의 넓이에서  $\frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times (12 + b + c) = \frac{1}{2} bc \times \frac{\sqrt{3}}{2}$  이고,

코사인법칙에서  $144 = b^2 + c^2 - bc$ 이다. 연립하여 풀면  $b + c = 18$ 이다.

## COMMENT 12

기역 : 준 식에  $n = 1$ 을 대입하면,  $a_1^3 = 2a_1^2$ 이고  $a_n > 0$ 이므로  $a_1 = 2$ 이다.

니은 : 준 식의  $n$  자리에  $n + 1$ 을 대입하면  $\sum_{k=1}^{n+1} a_k^3 = 2 \left( \sum_{k=1}^{n+1} a_k \right)^2$ 이다.

여기서 준 식을 빼면,  $a_{n+1}^3 = 2 \left( \left( \sum_{k=1}^{n+1} a_k \right)^2 - \left( \sum_{k=1}^n a_k \right)^2 \right) = 2a_{n+1} \left( a_{n+1} + 2 \sum_{k=1}^n a_k \right)$ 이다.

디글 : 니은의 식과 니은의 식의  $n$  자리에  $n - 1$ 을 대입한 것을 빼면 등차수열 뜬다.

## COMMENT 14

$g(x) = (x+1)f(x) - \int_{-1}^x f(t)dt$ 에서  $g(-1) = 0$ 이고  $g'(x) = (x+1)f'(x)$ 이다.

$g'(x)$ 는  $x < -1$ 일 때 음수,  $-1 < x < 2$ 일 때 양수,  $2 < x$ 일 때 음수이다.

$g(x)$ 는 다항함수이다. 삼차함수처럼 생겼지만, 삼차라는 보장은 없다.

## COMMENT 15

(가)에 의해  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_4 = 4, a_8 = 8, a_{16} = 16, a_{32} = 32$ 이다.

(나)에 의해  $a_3 = 4 - d,$

$$a_7 = 8 - d, a_6 = 8 - 2d, a_5 = 8 - 3d,$$

$$a_{15} = 16 - d, a_{14} = 16 - 2d, \dots, a_9 = 16 - 7d,$$

$$a_{31} = 32 - d, a_{30} = 32 - 2d, \dots, a_{17} = 32 - 15d$$

이다.  $\sum_{k=1}^{32} a_k$ 는, 좀 노가다인데,

$$\{1 + 2 + 4 \times 2 + 8 \times 4 + 16 \times 8 + 32 \times 16\} - \{1 + (1 + 2 + 3) + (1 + 2 + \dots + 7) + (1 + 2 + \dots + 15)\}d$$

이므로  $683 - 155d$ 이다.  $d = 3$ 이고  $a_{64} = 64, a_{60} = 64 - 4d = 52$ 이다.

## COMMENT 20

조건 ' $b_5 \leq 0$ 이고  $b_6 > 0$ ' 또는 ' $b_9 < 0$ 이고  $b_{10} \geq 0$ '를 만족시켜야 한다.

풀면  $\frac{2}{3} \leq d < \frac{3}{4}$  또는  $\frac{6}{5} < d \leq \frac{3}{2}$ 이다.

## COMMENT 21

적당한  $k$ 값들을 넣고  $A_k$ 들을 조사해보자. 예를 들어  $k = 5$ 이면

$$A_5 = \left\{ 0, \sin \frac{2\pi}{5}, \sin \frac{4\pi}{5}, \sin \frac{6\pi}{5}, \sin \frac{8\pi}{5} \right\}$$

이다. 뭐 이런 식에 겹치는 것 빼면 되겠지.  $A_6 \subset A_n$ 이라면 대충  $n$ 이 6의 배수 각이다.

$$6 + 12 + 18 + \dots + 96 = 816$$

이다.



## COMMENT 22

$h(a)=0$ 이고  $h'(x)=g(x)$ 이다. 이를 이용하여 두 함수  $y=f(x)$ 와  $y=h(x)$ 의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

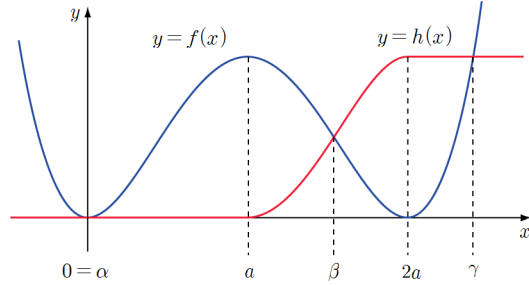
$\alpha=0$ 이고 비율관계에 의해  $\gamma=a+\sqrt{2}a$ 이므로  $a=2$ 이다.

$f(\beta)=\frac{1}{2}f(a)$ 이므로  $f(a)=ka^4=8$ 에서  $k=\frac{1}{2}$ 이다.

※ 비율관계에 대하여 : 나도 이걸 외우고 있지는 않다.

함수  $P(x)=x^2(x+a)(x-a)$ 가  $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}a$ 에서 극값을 가짐을 확인한다.

※  $\beta$ 값에 대하여 : 못 구한다.



## COMMENT 확률과 통계 28

$$\frac{{}_4C_2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times {}_3C_1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3}{{}_7C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^7}$$

## COMMENT 확률과 통계 30

$d+e$ 는 12의 약수이다.

Case1)  $a+b+c=10, d+e=2 \Rightarrow {}_3H_7 \times {}_2H_0 = 36$

Case2)  $a+b+c=9, d+e=3 \Rightarrow {}_3H_6 \times {}_2H_1 = 56$

Case3)  $a+b+c=8, d+e=4 \Rightarrow {}_3H_5 \times {}_2H_2 = 63$

Case4)  $a+b+c=6, d+e=6 \Rightarrow {}_3H_3 \times {}_2H_4 = 50$

## COMMENT 미적분 27

$$a_n = (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + (6^2 - 5^2) + \dots + ((2n)^2 - (2n-1)^2)$$

$$= 3 + 7 + 11 + \dots + (4n-1)$$

$$= \sum_{k=1}^n (4k-1) = 2n^2 + n$$

$$b_n = 4n^2 - a_n = 2n^2 - n$$

## COMMENT 미적분 28

$$\frac{1-g(t)}{1+g(t)} = \tan t \text{ 이고 } \frac{h(t)-1}{h(t)+1} = \tan t \text{ 이다.}$$

각각의 식에  $t=a$ 를 대입하면  $g(a)=\frac{1}{3}, h(a)=3$ 이다.

각각의 식을 미분하고  $t=a$ 를 대입하면  $g'(a)=-\frac{10}{9}, h'(a)=10$ 이다.

## COMMENT 미적분 29

$\tan(\angle EAC) = \tan(\angle CAD - \angle EAD) = \frac{3}{4}$ 이다.  $\overline{AF} = 4x$ 라 하면  $\overline{IF} = 3x$ ,  $\overline{FG} = 6x$ ,  $\overline{CG} = 6x$ 이므로  $16x = \sqrt{5}$ 에서

$x = \frac{\sqrt{5}}{16}$ 이다. 첫째항은  $\frac{5}{4}$ , 둘째항은  $1: \frac{3\sqrt{5}}{16}$ , 넓이비는  $256:45$ , 구하는 값은  $\frac{320}{211}$ 이다.

## COMMENT 미적분 30

$x > -1$ ,  $x \neq 1$ 일 때,  $g(x) = \frac{f(x)}{(x+1)(x-1)}$ 이다.

(가)에서  $f(x) = k(x-1)^2 e^{ax}$ 이다.

$g(x) = \frac{k(x-1)e^{ax}}{x+1}$ 이다.  $g(2) = \frac{1}{e}$ ,  $g'(2) = 0$ 을 풀면  $k = 3e^{\frac{1}{3}}$ ,  $a = -\frac{2}{3}$ 이다.

※  $g(x)$ 를 두 점  $(-1, 0)$ ,  $(x, k(x-1)e^{ax})$  사이의 평균변화율로 만들다 망한 문제다.

## COMMENT 기하 27

접점을  $(\alpha, \beta)$ 라 하자.

$$\beta = \frac{1}{16}\alpha^2, \beta^2 = \alpha - a, \frac{1}{8}\alpha = \frac{1}{2\beta}$$

를 연립하여 풀면  $\alpha = 4$ ,  $\beta = 1$ ,  $a = 3$ 이다.

## COMMENT 기하 28

준 식을 변형하면

$$|6(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PB}) + 5(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PD}) - 2\overrightarrow{AP}| = 4 \Leftrightarrow |3\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AP}| = 2$$

이다.  $3\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AE}$ 라 하면  $|\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AP}| = 2$ 에서 점 P의 자취는 점 E를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원이다.

## COMMENT 기하 29

선분 AC는 원의 지름이다. 원의 반지름의 길이를  $r$ ,  $\overline{AB} = 2a$ ,  $\overline{BC} = 2b$ 라 하자.  $r^2 = a^2 + b^2$ 이다.

$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = |\overline{AB}|^2 = 4a^2$ 이므로  $a = 4$ 이다.  $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = |\overline{PM}|^2 - |\overline{MA}|^2$  때리면 최댓값은  $(r+b)^2 - a^2 = 48$ 이다.

연립하여 풀면  $r = 5$ ,  $b = 3$ 이다.  $\overline{AB} \cdot \overline{AP}$ 의 최댓값은  $2a \times (a+r)$ 인 72이다.

## COMMENT 기하 30

쌍곡선의 주축의 길이를  $2a$ ,  $\overline{PF'} = b$ 라 하자.  $\overline{PF} = b+2a$ 이다.

A(2, 0), 두 직선 PF, PF'과 원의 접점을 각각 B, C라 하면

$\overline{FB} = 7$ 이므로  $\overline{PB} = b+2a-7$ ,  $\overline{F'C} = 1$ 이므로  $\overline{PC} = b+1$ 이고  $\overline{PB} = \overline{PC}$ 이므로  $a = 4$ 이다.

$$\cos(\angle BFA) = \frac{7}{8} = \frac{(b+8)^2 + 12^2 - b^2}{24(b+8)} \text{에서 } b = 8 \text{이다.}$$