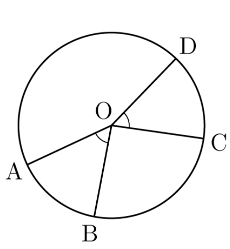
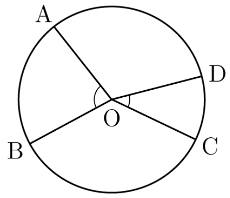
[원그림20]

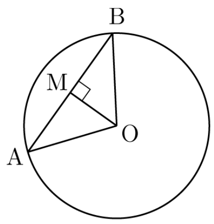
| 한성은 |



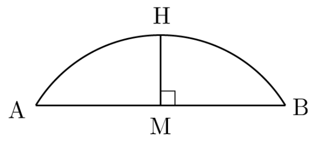
[그림01]



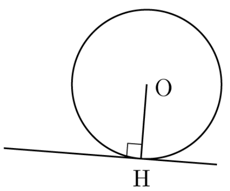
[그림02]



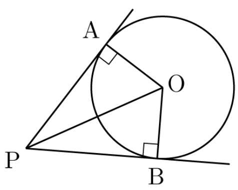
[그림03]



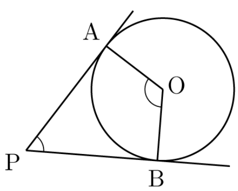
[그림04]



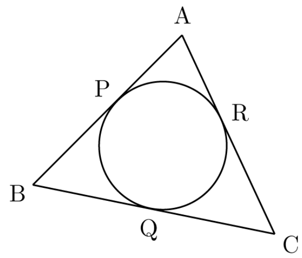
[그림05]



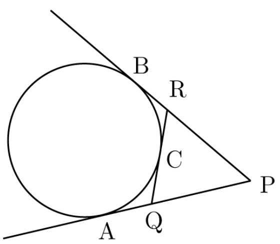
[그림06]



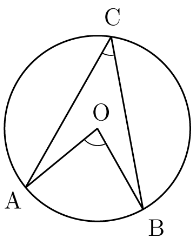
[그림07]



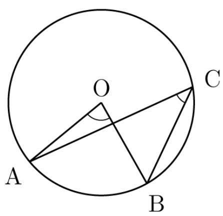
[그림08]



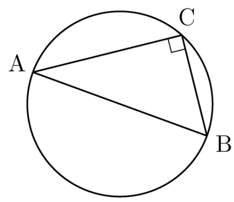
[그림09]



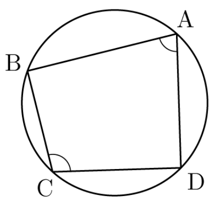
[그림10]



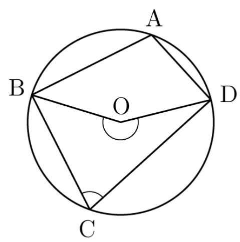
[그림11]



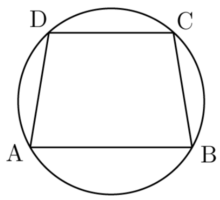
[그림12]



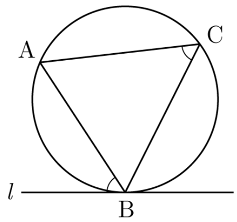
[그림13]



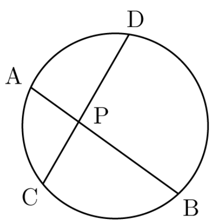
[그림14]



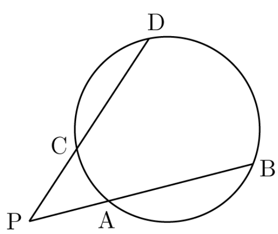
[그림15]



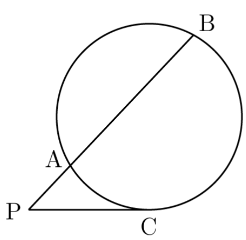
[그림16]



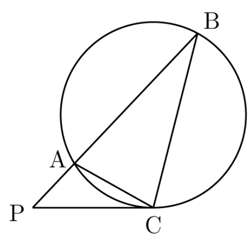
[그림17]



[그림18]



[그림19]



[그림20]

〈해설〉

[그림01] $\angle AOB = \angle COD$ 이면

① $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ 이다.

② $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다.

[그림02] $\angle AOB = 2\angle COD$ 이면

① $\overset{\frown}{AB} = 2\overset{\frown}{CD}$ 이다.

② $\overline{AB} \neq 2\overline{CD}$ 이다.

③ $\overline{AB} > \overline{CD}$ 이다.

[그림03] 삼각형 OMA와 삼각형 OMB는 서로 합동이다.

① $\angle AOM = \angle BOM$이다.

② $\overline{AM} = \overline{BM}$이다.

※ 원의 현이 보이면 일단 원의 중심에서 수선의 발을 내린다.

[그림04] $\overline{AM} = \overline{BM}$이면 원의 중심은 선분 HM의 연장선 위에 놓인다.

$\overline{AM} = a$, $\overline{HM} = b$일 때, 원의 반지름의 길이 r을 구하면, $r^2 = a^2 + (r-b)^2$에서 $r = \dfrac{a^2+b^2}{2b}$이다.

[그림05] 원 위의 점 H에서의 접선은 OH와 서로 수직이다.

⇒ 원의 접선이 보이면 일단 원의 중심에서 수선의 발을 내린다.
내려진 수선의 발은 원과 접선의 접점이다.

⇒ 증명이 생각나지 않을 것이다. 원이란? 수직이란? 이런 식이 돼서 귀찮다. 생략!

[그림06] 삼각형 POA와 삼각형 POB는 서로 합동이다.

① $\angle APO = \angle BPO$ 이다.

② $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이다.

[그림07] $\angle APB = \theta$라 할 때, $\angle AOB$를 구하여라.

직각표시 두 개 해라. $\angle AOB = \pi - \theta$이다.

[그림08] $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$일 때, $\overline{AP}$를 구하여라.

$\overline{AP} = x$라 하자. $\overline{AR} = x$이고, $\overline{BP} = \overline{BQ} = c - x$, $\overline{CR} = \overline{CQ} = b - x$이므로 $\overline{BC} = a = (c-x) + (b-x)$이다. $x = \dfrac{b+c-a}{2}$이다.

[그림09] 삼각형 PQR의 둘레의 길이는 $2\overline{PA}$임을 설명하여라.

$\overline{RC} = \overline{RB}$, $\overline{QC} = \overline{QA}$이므로 삼각형 PQR의 둘레의 길이는 $\overline{PA} + \overline{PB}$이다. 또, $\overline{PA} = \overline{PB}$이다.

[그림10] $\angle AOB = 2\theta$이면 $\angle ACB = \theta$이다.

원주 위에서 C가 움직여도 $\angle ACB$는 일정하다. 원주각이라 한다.

증명은 선분 CO를 연결하고 두 이등변삼각형 OAC와 OBC을 쪼개려보자.

[그림11] $\angle AOB = 2\theta$이면 $\angle ACB = \theta$이다.

앞의 그림에 비해 점 C가 이상한 곳으로 도망가도 마찬가지.

앞의 것과 같은 방법으로 증명할 수 있다. 해봐.

[그림12] 선분 AB가 원의 지름이면 $\angle ACB = \dfrac{\pi}{2}$이다. 중심각이 π이기 때문.

⇒ 역으로, 선분 AB에 대하여 $\angle ACB = \dfrac{\pi}{2}$인 점 C의 자취는 선분 AB를 지름으로 하는 원이다.

[그림13] $\angle BAD = \theta$이면 $\angle BCD = \pi - \theta$이다. 증명은 다음 그림에서.

⇒ 원에 내접하는 사각형의 대각의 크기의 합은 π이다.

⇒ 같은 말로, 원에 내접하는 사각형의 한 내각의 크기는 대각의 외각의 크기와 같다.

[그림14] $\angle BCD = \theta$이면 $\angle BOD = 2\pi - 2\theta$이다.

$\angle BCD = \theta$에서 예각인 $\angle BOD = 2\theta$이므로 둔각인 $\angle BOD = 2\pi - 2\theta$이다.

따라서 $\angle BAD = \pi - \theta$이다. 순서를 째려보면 앞의 그림 증명이다.

[그림15] 원에 내접하는 사다리꼴 ABCD는 등변사다리꼴이다.

① 일단 사다리꼴 그려봐라. 원의 중심을 지나고 윗변(또는 아랫변)에 수직인 직선으로 종이를 접으면 안락하게 딱 포개진다.

② 선분 CA를 긋자. $\angle DCA = \angle CAB$이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$이다. (원주각)

③ 역으로 원에 내접하는 사각형 ABCD에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$이면 $AB /\!/ CD$이다.

[그림16] 접점이 B인 원의 접선 l과 선분 AB이 이루는 각의 크기는 $\angle ACB$와 같다.

① 증명, 점 C를 원주를 따라 BC가 지름이 되도록 옮겨서 째려보자.

② 선분 BC와 직선 l이 이루는 각의 크기는 $\angle CAB$와 같다.

[그림17] $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$이다.

① 증명은 삼각형 PAC와 삼각형 PDB가 서로 닮음임을 이용한다. 해봐.

② 점 P와 원 C에 대하여 점 P를 지나는 직선이 원 C와 두 점 A, B에서 만날 때, $\overline{PA} \times \overline{PB}$는 일정하다고 표현할 수 있다. 있어 보이는 말로 방멱정리라 한다.

※ 교육과정에서 제외되긴 했던데, 그냥 해두자.

[그림18] $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$이다.

① 삼각형 PAD와 삼각형 PCB가 서로 닮음임을 이용하여 증명.

② 점 P에서부터 그그그 두 거리의 곱이 일정으로 기억하면 되겠군.

[그림19] $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC}^2$이다.

① 삼각형 PAC와 삼각형 PCB가 서로 닮음임을 이용하여 증명.

② 앞의 그림에서 직선 CD를 원의 접선이 되도록 미는 것을 생각해도 좋다.

[그림20] $\overline{PA} = a$, $\overline{PB} = b$라 하면 $\overline{PC} = \sqrt{ab}$이다.

$\overline{PA} = a$, $\overline{AB} = b$라 하면 $\overline{PC} = \sqrt{a(a+b)}$이다. 불편하군.