2014학년도 대학수학능력시험 예비 시행 문제지

수학 영역(A 형) 홀수형 5 지선다형

1. $4^{-\frac{1}{2}} \times \log_3 9$의 값은? 1) [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & -1\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $(A-B)^2$의 모든 성분의 합은? 2) [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{2\times 5^n - 3^n}{5^{n+1}+2^n}$의 값은? 3) [2점]

① 1 ② $\dfrac{4}{5}$ ③ $\dfrac{3}{5}$ ④ $\dfrac{2}{5}$ ⑤ $\dfrac{1}{5}$

4. $\int_{-1}^{1}(x^3+3x^2+5)dx$의 값은? 4) [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A\cap B)=\frac{1}{4},\ P(A^c\cap B)=\frac{1}{6}$$

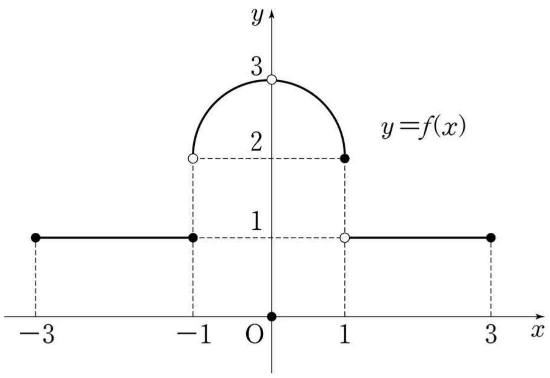
일 때, $P(A)$의 값은? (단, A^c은 A의 여사건이다.) 5) [3점]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

6. 로그부등식 $\log_{\sqrt{2}}|x|<5$를 만족시키는 정수 x의 개수는? 6) [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

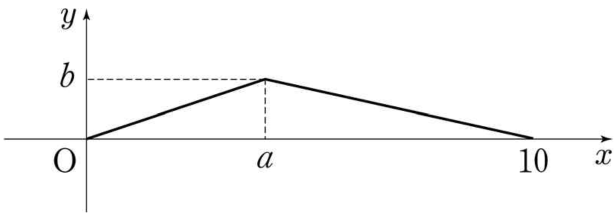
7. 정의역이 $\{x|-3\le x\le 3\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 0}f(x)+\lim_{x\to 1+0}f(x)$의 값은? 7) [3점]

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

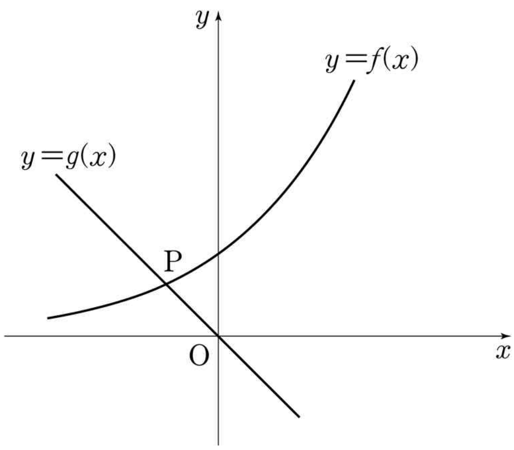
8. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 10$이고, X의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



$P(0 \le X \le a) = \dfrac{2}{5}$일 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? 8) [3점]

① $\dfrac{21}{5}$ ② $\dfrac{22}{5}$ ③ $\dfrac{23}{5}$ ④ $\dfrac{24}{5}$ ⑤ 5

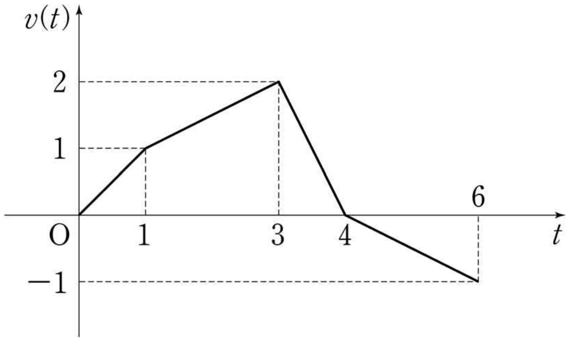
9. 좌표평면에서 함수 $f(x)=2^x$의 그래프와 함수 $g(x)=-x$의 그래프가 만나는 점을 $P(a, -a)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? 9) [3점]



ㄱ. $a < -1$
ㄴ. $t > 0$이면 $|f(-t)-g(-t)| < |f(t)-g(t)|$이다.
ㄷ. 함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프와 함수 $y=g(x)$의 그래프가 만나는 점의 좌표는 $(-a, a)$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각$t(0 \le t \le 6)$에서의 속도 $v(t)$의 그래프가 그림과 같다. 점 P가 시각 $t=0$에서 시각 $t=6$까지 움직인 거리는?[10] [3점]



① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

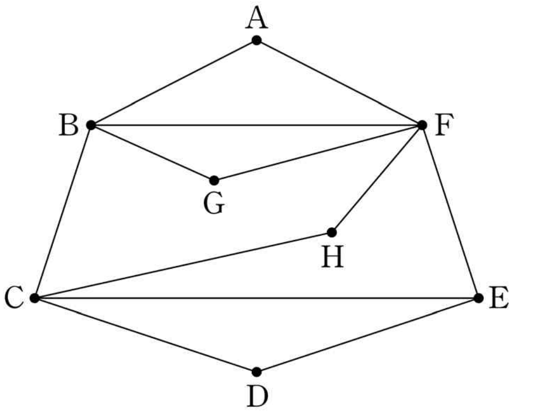
11. 함수 $f(x)$는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2)=f(x)$를 만족시키고,

$$f(x)=\begin{cases} ax+1 & (-1 \le x < 0) \\ 3x^2+2ax+b & (0 \le x < 1) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? [11][3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

[12~13] 그림과 같이 8개의 지점 A, B, C, D, E, F, G, H를 잇는 도로망이 있다. 12번과 13번의 두 물음에 답하시오.



12. 각 지점을 꼭짓점으로 하고 두 지점을 잇는 도로를 변으로 하는 그래프에 대하여, 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은? 12) [3점]

① 30 ② 28 ③ 26 ④ 24 ⑤ 22

13. 8개의 지점 중에서 한 지점을 임의로 선택할 때, 선택된지점에 연결된 도로의 개수를 확률변수 X라 하자. 확률변수 $3X+1$의 평균 $E(3X+1)$의 값은? 13) [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

14. 어느 고등학교 학생들의 일주일 독서 시간은 평균 7시간, 표준편차 2시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 중 임의 추출한 36명의 일주일 독서 시간의 평균이 6시간 40분 이상 7시간 30분 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? 14) [4점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.8185 ② 0.7745 ③ 0.6687
④ 0.6247 ⑤ 0.5328

15. 영행렬이 아닌 이차정사각행렬 A가 $A^2 = 3A$를 만족시킨다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 행렬 $(A-E)^n$을 $(A-E)^n = a_n A + (-1)^n E$와 같이 나타낼 때, 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정이다.
(단, E는 단위행렬이다.)

자연수 n에 대하여

$$(A-E)^{n+1} = \{a_n A + (-1)^n E\}(A-E)$$
$$= a_n A^2 - a_n A + (-1)^n A + (-1)^{n+1} E$$

이고, $A^2 = 3A$이므로

$$(A-E)^{n+1} = (2a_n + \boxed{\text{(가)}})A + (-1)^{n+1} E$$

이다. 그러므로

$$a_{n+1} = 2a_n + \boxed{\text{(가)}} \quad \cdots\cdots \text{ ㉠}$$

이다. 따라서 2이상인 자연수 n에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2(a_{n-1} + a_n)$$

이다. 또한 $a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$이므로 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = \boxed{\text{(나)}} \quad \cdots\cdots \text{ ㉡이다.}$$

㉠과 ㉡에 의해 $3a_n + (-1)^n = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

따라서 $a_n = \dfrac{\boxed{\text{(나)}} + (-1)^{n+1}}{3}$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라할 때, $f(9) \times g(5)$ 의 값은? 15) [4점]

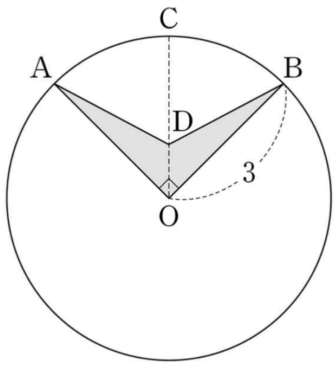
① -32 ② -16 ③ 8
④ 16 ⑤ 32

16. 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3 인 원이 있다. 그림과 같이 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 인 원 위의 두 점을 A, B 라 하고, 호 AC 와 호 BC 의 길이가 같은 점을 C 라 하자. 선분 OC 를 $1:2$ 로 내분하는 점을 D 라 하고, 네 선분 OA, AD, DB, BO 로 둘러싸인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

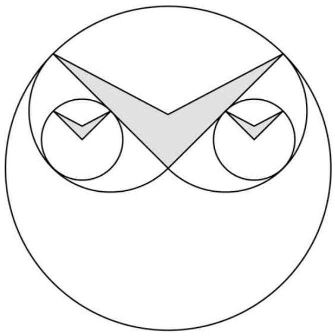
그림 R_1 에서 두 반지름 OA, OB 를 각각 지름으로 하는 두 반원을 그리고, 두 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다. 두 내접원 안에 각각 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

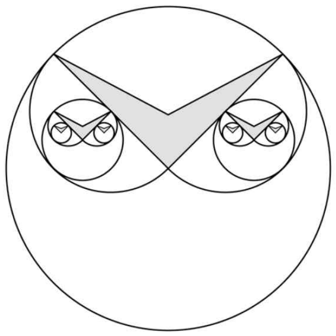
그림 R_2 에서 그린 두 내접원의 4 개의 반지름을 각각 지름으로 하는 4 개의 반원을 그리고, 4 개의 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원을 각각 그린다. 4 개의 내접원 안에 각각 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 4 개의 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 모든 모양의 도형의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$ 의 값은?[16)] [4점]



R_1


R_2


R_3

......

① $\frac{11\sqrt{2}}{7}$　　② $\frac{12\sqrt{2}}{7}$　　③ $\frac{13\sqrt{2}}{7}$

④ $2\sqrt{2}$　　⑤ $\frac{15\sqrt{2}}{7}$

17. 두 이차정사각행렬 A, B가 $A^2 = A - E$, $(AB)^2 = E$를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) 17) [4점]

<보기>

ㄱ. A와 B는 모두 역행렬을 가진다.

ㄴ. $BAB = -A^2$

ㄷ. $B^2AB^2 = A^2 + B^2$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 0$이고

$$a_{n+1} = (-1)^n a_n + \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \ (n \geq 1)$$

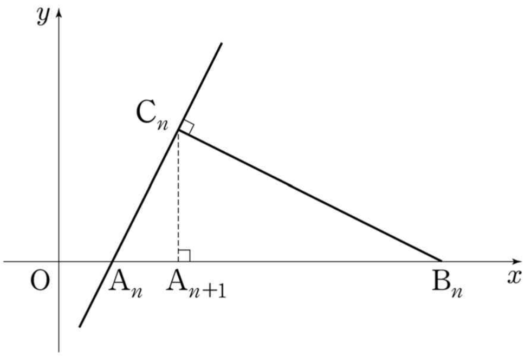
을 만족시킬 때, a_{50}의 값은? 18) [4점]

① -50 ② -25 ③ 0
④ 25 ⑤ 50

19. 좌표평면에서 점 A_1 의 좌표가 $(1,\ 0)$ 일 때, 모든 자연수 n 에 대하여 점 A_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 A_n 을 x 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 점을 B_n 이라 한다. (나) 점 B_n 에서 기울기가 2 이고 점 A_n 을 지나는 직선에 내린 수선의 발을 C_n 이라 한다. (다) 점 C_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 A_{n+1} 이라 한다.

점 A_n 의 x 좌표를 a_n 이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n^2}$ 의 값은? 19) [4점]

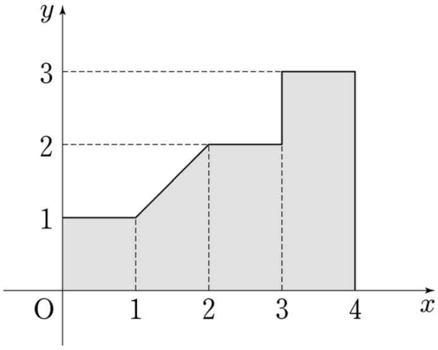


① $\dfrac{1}{10}$ ② $\dfrac{1}{5}$ ③ $\dfrac{3}{10}$
④ $\dfrac{2}{5}$ ⑤ $\dfrac{1}{2}$

20. 정의역이 $\{x\,|\,1 \leqq x < 100\}$ 이고 함숫값이 $\log x$ 의 가수인 함수를 $f(x)$ 라 하자. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=2-\dfrac{x}{n}$ 가 만나는 점의 개수가 2 가 되도록 하는 자연수 n 의 개수는?20) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

21. 좌표평면 위에 그림과 같이 어두운 부분을 내부로 하는 도형이 있다. 이 도형과 네 점 $(0,\ 0)$, $(t,\ 0)$, $(t,\ t)$, $(0,\ t)$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형이 겹치는 부분의 넓이를 $f(t)$ 라 하자.



열린 구간 $(0,\ 4)$ 에서 함수 $f(t)$ 가 미분가능하지 않은 모든 t 의 값의 합은[21]? [4점]

① 2　② 3　③ 4
④ 5　⑤ 6

단답형

22. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + 9x - 22}{x - 2}$ 의 값을 구하시오. [22][3점]

23. 첫째항이 -6 이고 공차가 2 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 30 일 때, n 의 값을 구하시오. [23][3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2^{n-1}+5$ 일 때, $a_1 + a_5$ 의 값을 구하시오.24) [3점]

25. 함수 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x + 5$ 의 극댓값을 구하시오. 25)[3점]

26. 함수 $y = 4x^3 - 12x^2 + 8x$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.26) [4점]

27. $(a+b+c)^4(x+y)^3$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수를 구하시오.[27] [4점]

28. 통신이론에서 신호의 주파수 대역폭이 $B(Hz)$ 이고 신호잡음전력비가 x 일 때, 전송할 수 있는 신호의 최대 전송 속도 $C(bps)$ 는 다음과 같이 계산된다고 한다.

$C = B \times \log_2(1+x)$

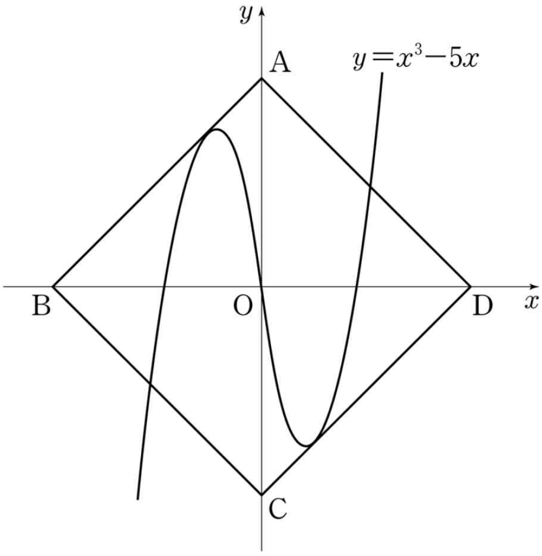
신호의 주파수 대역폭이 일정할 때, 신호잡음전력비를 a 에서 $33a$ 로 높였더니 신호의 최대 전송 속도가 2 배가 되었다. 양수 a 의 값을 구하시오. (단, 신호잡음전력비는 잡음전력에 대한 신호전력의 비이다.)[28] [4점]

29. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

(가) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5 이상이면 나온 눈의 수를 점수로 한다. (나) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5 보다 작으면 한 번 더 던져 나온 눈의 수를 점수로 한다.

시행의 결과로 얻은 점수가 5 점 이상일 때, 주사위를 한 번만 던졌을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [29][4점]

30. 그림과 같이 정사각형 $ABCD$의 두 꼭짓점 A, C는 y축 위에 있고, 두 꼭짓점 B, D는 x축 위에 있다. 변 AB와 변 CD가 각각 삼차함수 $y=x^3-5x$의 그래프에 접할 때, 정사각형 $ABCD$의 둘레의 길이를 구하시오.30) [4점]



2014학년도 예비평가 A형 정답 및 해설

1) 정답 : ①

$4^{-\frac{1}{2}} \times \log_3 9 = (2^2)^{-\frac{1}{2}} \times \log_3 3^2 \; = 2^{2\times\left(-\frac{1}{2}\right)} \times 2\log_3 3 = 2^{-1} \times 2 = 2^0 = 1$

2) 정답 : ④

$A - B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$이므로

$(A-B)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

따라서 행렬 $(A-B)^2$의 모든 성분의 합은 $2+2+2+2=8$ 이다.

3) 정답 : ④

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2\times 5^n - 3^n}{5^{n+1} + 2^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}{5 + \left(\frac{2}{5}\right)^n} = \frac{2}{5}$$

4) 정답 : ②

$$\int_{-1}^{1} (x^3 + 3x^2 + 5)dx = \int_{-1}^{1} x^3 dx + \int_{-1}^{1} (3x^2+5)dx = 0 + 2\int_0^1 (3x^2+5)dx = 2\left[x^3 + 5x\right]_0^1 = 2(1+5) = 12$$

5) 정답 : ③

두 사건 A, B 가 서로 독립이므로 $P(A\cap B) = \frac{1}{4}$에서 $P(A) \bullet P(B) = \frac{1}{4}$ ⋯ ㉠

두 사건 A, B가 서로 독립이므로 두 사건 A^c, B도 서로 독립이다.

따라서 $P(A^c \cap B) = \frac{1}{6}$에서 $P(A^c) \bullet P(B) = \frac{1}{6}$

$\{1 - P(A)\} \bullet P(B) = \frac{1}{6}$ ⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $P(B) - \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$

$\therefore P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$

이 값을 ㉠에 대입하면 $P(A) \bullet \frac{5}{12} = \frac{1}{4}$

$\therefore P(A) = \frac{1}{4} \times \frac{12}{5} = \frac{3}{5}$

6) 정답: ③

$0 < |x| < 4\sqrt{2}$, $-4\sqrt{2} < x < 4\sqrt{2}$ $(x \neq 0)$ $\quad \therefore$ 10

7) 정답: ②

$\lim_{x\to 0} f(x)=3$, $\lim_{x\to 1+0} f(x)=1$

8) 정답: ①

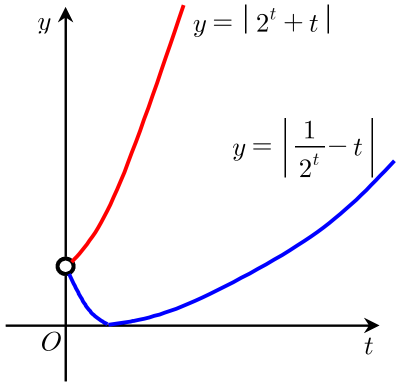
$\frac{ab}{2}=\frac{2}{5}$, $5b=1$ $\quad b=\frac{1}{5}$, $a=4$ $\quad \therefore\ a+b=\frac{21}{5}$

9) 정답: ⑤

ㄱ. (거짓) P 의 y 좌표 $-a$ 가 $(0,\ 1)$ 보다 아래 존재하여 $0<-a<1$ $\quad \therefore\ -1<a<0$

ㄴ. (참) $t>0$ 에서

$|f(-t)-g(-t)|=\left|\frac{1}{2^t}-t\right|$, $|f(t)-g(t)|=|2^t+t|$ 의 그래프의 개형이 다음과 같으므로



$|f(-t)-g(-t)|<|f(t)-g(t)|$

ㄷ. (참) $y=f^{-1}(x)$ 는 $y=f(x)$ 를 $y=x$ 에 대칭한 역함수이므로 $y=g(x)$ 와의 교점은 점 P 를 $y=x$ 에 대칭한 $(-a,\ a)$ 이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

10) 정답: ⑤

움직인 거리는 $\frac{1}{2}+3+1+|-1|=\frac{11}{2}$

11) 정답: ③

$f(x+2)=f(x)$ 에서 최소의 주기가 2 이고, 실수 전체의 집합에서 연속이므로

$f(-1)=\lim_{x\to 1-0} f(x)$, $\lim_{x\to -0} f(x)=f(0)$ 이다.

$-a+1=3+2a+b$, $1=b$ $\quad \therefore\ a=-1$

$\therefore\ a+b=0$

12) 정답: ④

변의 개수가 12 개이므로 모든 성분의 합은 24 이다.

13) 정답: ③

X	2	3	4	5	계
$P(X=x)$	$\frac{4}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$E(X)=1+\frac{3}{8}+1+\frac{5}{8}=3$

$\therefore\ E(3X+1)=3E(X)+1=10$

14) 정답: ②

$X \sim N(7,\ 2^2)$ 이고 $n=36$ 이므로 $\overline{X} \sim N\left(7,\ \left(\frac{1}{3}\right)^2\right)$

$P\left(\frac{20}{3} \leqq \overline{X} \leqq \frac{15}{2}\right)=P(-1 \leqq Z \leqq 1.5)=0.3413+0.4332=0.7745$

15) 정답 : ①

자연수 n 에 대하여

$(A-E)^{n+1}=\{a_nA+(-1)^nE\}(A-E)$

$=a_nA^2-a_nA+(-1)^nA+(-1)^{n+1}E$

$=3a_nA-a_nA+(-1)^nA+(-1)^{n+1}E\ (\because\ A^2=3A)$

$=\left(2a_n+\boxed{(-1)^n}\right)A+(-1)^{n+1}E$

$=a_{n+1}A+(-1)^{n+1}E$

이다. 그러므로 $a_{n+1}=2a_n+\boxed{(-1)^n}$ …… ㉠

이다. 따라서 2 이상인 자연수 n 에 대하여

$a_n+a_{n+1}=2(a_{n-1}+a_n)$ 이다.

또한 $a_1+a_2=1+1=2$ 이므로 $\{a_n+a_{n+1}\}$ 은 초항이 2, 공비가 2 인 등비수열이다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n+a_{n+1}=\boxed{2^n}$ …… ㉡

이다. ㉠ 과 ㉡ 에 의해 $3a_n+(-1)^n=\boxed{2^n}$

이다. 따라서 $a_n=\dfrac{\boxed{2^n}+(-1)^{n+1}}{3}$ 이다.

16) 정답: ②

R_1 의 색칠된 넓이는 $2\times\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 3\cdot \sin\frac{\pi}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 이고,

그림 R_1 의 원의 반지름의 길이는 3,

그림 R_2 에서 반원 안에 지름의 길이가 최대인 내접원의 반지름의 길이는 $\frac{3}{4}$ 이므로  모양의 길이의 비는 4 : 1 이므로 넓이의 비는 16 : 1 이다.

그림 R_2 에서는  모양이 2 개, 그림 R_3 에서는  모양이 4 개가 추가되므로

S_n 은 초항이 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 이고, 공비가 $\frac{1}{8}$ 인 등비수열의 합이다. 따라서

$$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n = \sum_{n=1}^{\infty}\left\{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{8}\right)^{n-1}\right\} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{1-\frac{1}{8}} = \frac{12\sqrt{2}}{7}$$

17) 정답: ⑤

ㄱ. (참) $(AB)^2 = ABAB = E$ 에서 $A^{-1} = BAB,\ B^{-1} = ABA$ 이므로

A 와 B 는 모두 역행렬을 가진다.

ㄴ. (참) $A^2 = A - E$ 에서 $A(-A+E) = E$ 이므로

$A^{-1} = -A + E$ 이고 $BAB = -A + E = -A^2$ 이다.

ㄷ. (참) $B^2AB^2 = B(BAB)B = BA^{-1}B = B(-A+E)B = -BAB + B^2 = A^2 + B^2$

18) 정답: ④

점화식에 $n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ 를 대입하면

$a_1 = 0,\ a_2 = 1,\ a_3 = 1,\ a_4 = -2,\ a_5 = -2,\ a_6 = 3,\ \cdots$

이므로 $a_{2n} = \begin{cases} n & (n \text{ 이 홀수}) \\ -n & (n \text{ 이 짝수}) \end{cases}$ 이다.

따라서 $a_{50} = a_{2\times 25} = 25$ 이다.

19) 정답: ①

직선 A_nC_n 의 기울기가 2 이고, $\triangle A_nA_{n+1}C_n$ 과 $\triangle A_nC_nB_n$ 이 닮음이므로

$\overline{A_nA_{n+1}} : \overline{A_nC_n} : \overline{A_nB_n} = 1 : \sqrt{5} : 5$ 의 비를 갖는다.

따라서 $\overline{A_nB_n} = n$ 이므로 $\overline{A_nA_{n+1}} = \frac{1}{5}n$ 이다.

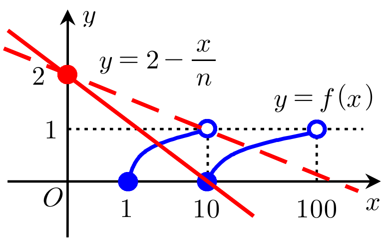
$\therefore a_{n+1} = a_n + \frac{1}{5}n,\ a_1 = 1$

$\therefore a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{5}n = \frac{1}{10}(n^2 - n + 10)$

$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^2} = \frac{1}{10}$

20) 정답: ⑤

$f(x) = \begin{cases} \log x & (1 \leqq x < 10) \\ \log x - 1 & (10 \leqq x < 100) \end{cases}$, $y = 2 - \frac{1}{n}x$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



직선 $y=2-\frac{1}{n}x$ 이 $(10,\ 0)$ 을 지날 때부터 $(10,\ 1)$ 을 지나기 전까지 $y=f(x)$ 와 교점이 2 가 된다.

따라서 $(10,\ 0)$ 을 지날 때 $n=5$, $(10,\ 1)$ 을 지날 때 $n=10$ 에서 $5 \leqq n < 10$ 이므로 자연수 n 은 5개다.

21) 정답: ③

$$f(t)=\begin{cases} t^2 & (0<t<1) \\ 1+\int_1^t x\,dx=\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2} & (1\leqq t<2) \\ \frac{5}{2}+\int_2^t 2\,dx=2t-\frac{3}{2} & (2\leqq t<3) \\ \frac{9}{2}+\int_3^t 3\,dx=3t-\frac{9}{2} & (3\leqq t<4) \end{cases}$$ 이고, t 가 자연수가 아닐 때는 미분가능하므로

$$f'(t)=\begin{cases} 2t & (0<t<1) \\ t & (1<t<2) \\ 2 & (2<t<3) \\ 3 & (3<t<4) \end{cases}$$

$\lim_{t\to 2+0} f'(t)=\lim_{t\to 2-0} f'(t)=2$ 가 되어 $t=2$ 에서 미분가능하지만 $t=1$ 또는 3 에서는 미분이 불가능하다.

따라서 $1+3=4$ 이다.

22) 정답: 13

(준식) $=\lim_{x\to 2}\frac{(x+11)(x-2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x+11)=13$

23) 정답: 10

$S_n=\frac{n\{-12+(n-1)\cdot 2\}}{2}=30$ 에서 $(n-10)(n+3)=0$ $\quad\therefore\ n=10$

24) 정답: 14

$S_n=2^{n-1}+5$, $S_{n-1}=2^{n-2}+5$

$a_n=S_n-S_{n-1}=2^{n-2}\ (n\geqq 2)$, $a_1=S_1=6$

$a_5=2^3=8 \qquad \therefore\ a_1+a_5=14$

25) 정답: 25

$f'(x)=3x^2-18x+24=3(x-2)(x-4)$

$x<2$ 일 때, $f'(x)>0$

$2<x<4$ 일 때, $f'(x)<0$ 이므로 $x=2$ 에서 극대

$\therefore$ 극댓값은 $f(2)=8-36+48+5=25$

26) 정답: 2

삼차함수 $y=4x(x-1)(x-2)$ 가 $[0,\ 1]$ 에서 x 축의 위쪽, $[1,\ 2]$ 에서 x 축 아래쪽에 둘러싸인 부분이 존재한다.

따라서 $\int_0^1 (4x^3-12x^2+8x)\,dx - \int_1^2 (4x^3-12x^2+8x)\,dx = 2$

27) 정답: 60

$(a+b+c)^4$ 에서 3 개의 문자에서 중복을 허용하여 4 개를 선택하는 경우의 수만큼 서로 다른 항이 존재하므로

${}_3H_4 = {}_6C_4 = 15$

마찬가지로 $(x+y)^3$ 에서 ${}_2H_3 = {}_4C_3 = 4$

$\therefore\ 15\times 4 = 60$

28) 정답: 31

$C = B\times \log_2(1+a)$ …… ㉠

$2C = B\times \log_2(1+33a)$ …… ㉡

㉠ 을 ㉡ 에 대입하면 $2\log_2(1+a) = \log_2(1+33a)$

$(1+a)^2 = (1+33a)$, $a(a-31)=0$ $\therefore$ 양수 $a=31$

29) 정답: 34

얻은 점수가 5 점 이상인 사건을 A, 주사위를 한 번만 던지는 사건을 B 라 하면

$$\frac{q}{p} = P(B|A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{2}{6}+\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{6}} = \frac{3}{5}$$

$\therefore\ p^2+q^2 = 5^2+3^2 = 34$

30) 정답: 32

삼차함수 $y=x^3-5x$ 에 접하는 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 가 기울기가 1 이므로 $y' = 3x^2-5=1$ 에서 $x=\pm\sqrt{2}$ 이고,

접점의 좌표는 $(-\sqrt{2},\ 3\sqrt{2})$, $(\sqrt{2},\ -3\sqrt{2})$ 이다.

따라서 $\overline{AB}$ 는 $y=x+4\sqrt{2}$, $\overline{CD}$ 는 $y=x-4\sqrt{2}$

따라서 한 변의 길이는 8 , 둘레는 32 이다.