K-N제

수학 I

2021학년도~2017학년도 경찰대 수학 I 기출문제

2021학년도

1. $\log_3(\log_{27}x)=\log_{27}(\log_3 x)$가 성립할 때, $(\log_3 x)^2$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{27}$ ③ 3 ④ 9 ⑤ 27

7. 모든 항이 양수이고 공비가 서로 같은 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n b_n=\frac{(a_{n+1})^2+4(b_{n+1})^2}{5}$$

를 만족시킬 때, 공비의 최댓값은? [4점]

① $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 1

9. $a_1=1$인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$(4-a_{n+1})(2+a_n)=8$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{9}\frac{8}{a_k}$의 정수 부분은? [4점]

① 43 ② 44 ③ 45 ④ 46 ⑤ 47

11. 함수 $g(x)$와 수열 $\{a_n\}$이 음이 아닌 모든 정수 k와 모든 자연수 m에 대하여

$$a_1=1,\ a_2=3,\ a_{2k+1}+2a_m=g(m+k)$$

를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10}g(k)$의 값은? [4점]

① 170 ② 180 ③ 190 ④ 200 ⑤ 210

12. $a>1$인 실수 a에 대하여 함수 $f(x)=a^{2x}+4a^{x}-2$가 구간 $[-1,1]$에서 최댓값 10을 갖는다. 구간 $[-1,1]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 1

17. $n\geq 2$인 자연수 n에 대하여 직선 $x=n$이 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}(2x-m)$의 그래프와 한 점에서 만나고, 직선 $y=n$이 함수 $y=|2^{-x}-m|$의 그래프와 두 점에서 만나도록 하는 모든 자연수 m의 값의 합을 a_n이라 하자. $\sum_{n=5}^{10}\frac{1}{a_n}$의 값은? [5점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{30}$ ④ $\frac{1}{40}$ ⑤ $\frac{1}{50}$

20. $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=7$, $\overline{AC}=6$인 삼각형 ABC가 있다. 두 선분 AB, AC 위에 삼각형 ADE의 외접원이 선분 BC에 접하도록 점 D, E를 각각 잡을 때, 선분 DE의 길이의 최솟값은? [5점]

① $\frac{64}{15}$ ② $\frac{81}{20}$ ③ 4 ④ $\frac{121}{30}$ ⑤ $\frac{144}{35}$

21. 자연수 n에 대하여 $0 \le x \le 2\pi$에서 방정식 $|\sin nx| = \frac{2}{3}$의 서로 다른 실근의 개수를 a_n, 서로 다른 모든 실근의 합을 b_n이라 할 때, $a_5 b_6 = k\pi$이다. 자연수 k의 값을 구하시오. [3점]

23. $\log_a b=\frac{3}{2}$, $\log_c d=\frac{3}{4}$을 만족시키는 자연수 a, b, c, d에 대하여 $a-c=19$일 때, $b-d$의 값을 구하시오. [4점]

2020학년도

1. 실수 x에 대하여 $2^{3x}=9$일 때, $3^{\frac{2}{x}}$의 값은? [3점]

① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

2. $x>1$일 때, $\log_x 1000+\log_{100}x^4$이 $x=a$에서 최솟값 m을 갖는다. $\log_{10}a^m$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

19. 두 실수 x, y가

$$\log_2(x+\sqrt{2}\,y)+\log_2(x-\sqrt{2}\,y)=2$$

를 만족할 때, $|x|-|y|$의 최솟값은? [5점]

① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

23. 자연수 n에 대하여 $\left|n-\sqrt{m-\frac{1}{2}}\right|<1$을 만족하는 자연수 m의 개수를 a_n이라 하자. $\frac{1}{100}\sum_{n=1}^{100}a_n$의 값을 구하시오. [4점]

24. 자연수 n에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2k+1}}$이라 할 때, S_{180}의 정수 부분을 구하시오. [4점]

2019학년도

1. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1+a_3=10$, $a_6+a_8=40$일 때, $a_{10}+a_{12}+a_{14}+a_{16}$의 값은? [3점]

① 149 ② 152 ③ 155 ④ 158 ⑤ 161

6. 세 양수 a, b, c에 대하여

$$\begin{cases} \log_{ab}3+\log_{bc}9=4 \\ \log_{bc}3+\log_{ca}9=5 \\ \log_{ca}3+\log_{ab}9=6 \end{cases}$$

이 성립할 때, abc의 값은? [4점]

① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

22. 각 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때 $S_n + S_{n+1} = (a_{n+1})^2$이 성립한다. $a_1 = 10$일 때, a_{10}의 값을 구하시오. [4점]

23. 부등식 $10^{10} \le 2^x 5^y$을 만족시키는 양의 실수 x, y에 대하여 $x^2 + y^2$의 최솟값을 m이라 할 때, m의 정수부분을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$, $\log 5 = 0.7$로 계산한다.) [4점]

2018학년도

12. 720의 모든 양의 약수를 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{30}$이라고 할 때, $\sum_{k=1}^{30} \log_2 a_k$의 값은? (단, $\log_{10} 2 = 0.30$, $\log_{10} 3 = 0.48$로 계산한다.) [4점]

① 140 ② 143 ③ 146 ④ 149 ⑤ 152

19. 첫째항이 1이고 공비가 $r(r>0)$인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 함수 $f(x) = \sum_{n=1}^{17} |x - a_n|$은 $x = 16$에서 최솟값을 갖는다. 그 최솟값을 m이라 할 때, rm의 값은? [5점]

① $15(30+31\sqrt{2})$ ② $15(31+30\sqrt{2})$ ③ $15(31-15\sqrt{2})$
④ $30(31-15\sqrt{2})$ ⑤ $30(31+15\sqrt{2})$

21. $\log_m 2 = \frac{n}{100}$ 을 만족시키는 자연수의 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오. [3점]

22. 수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 1} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킬 때, $A = \sum_{k=1}^{9} a_k a_{k+1}$, $B = \sum_{k=1}^{9} \frac{1}{a_k a_{k+1}}$이라 하자. AB의 값을 구하시오. [4점]

2017학년도

1. 다음을 만족시키는 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)의 개수는? [3점]

$$\log a = 3 - \log(a+b)$$

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 32

17. $a_1 = \frac{9}{8}$이고 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{9}{8}\left(\frac{9}{8}+9\right)\left(\frac{9}{8}+9+9^2\right)\cdots\left(\frac{9}{8}+9+9^2+\cdots+9^n\right)$$

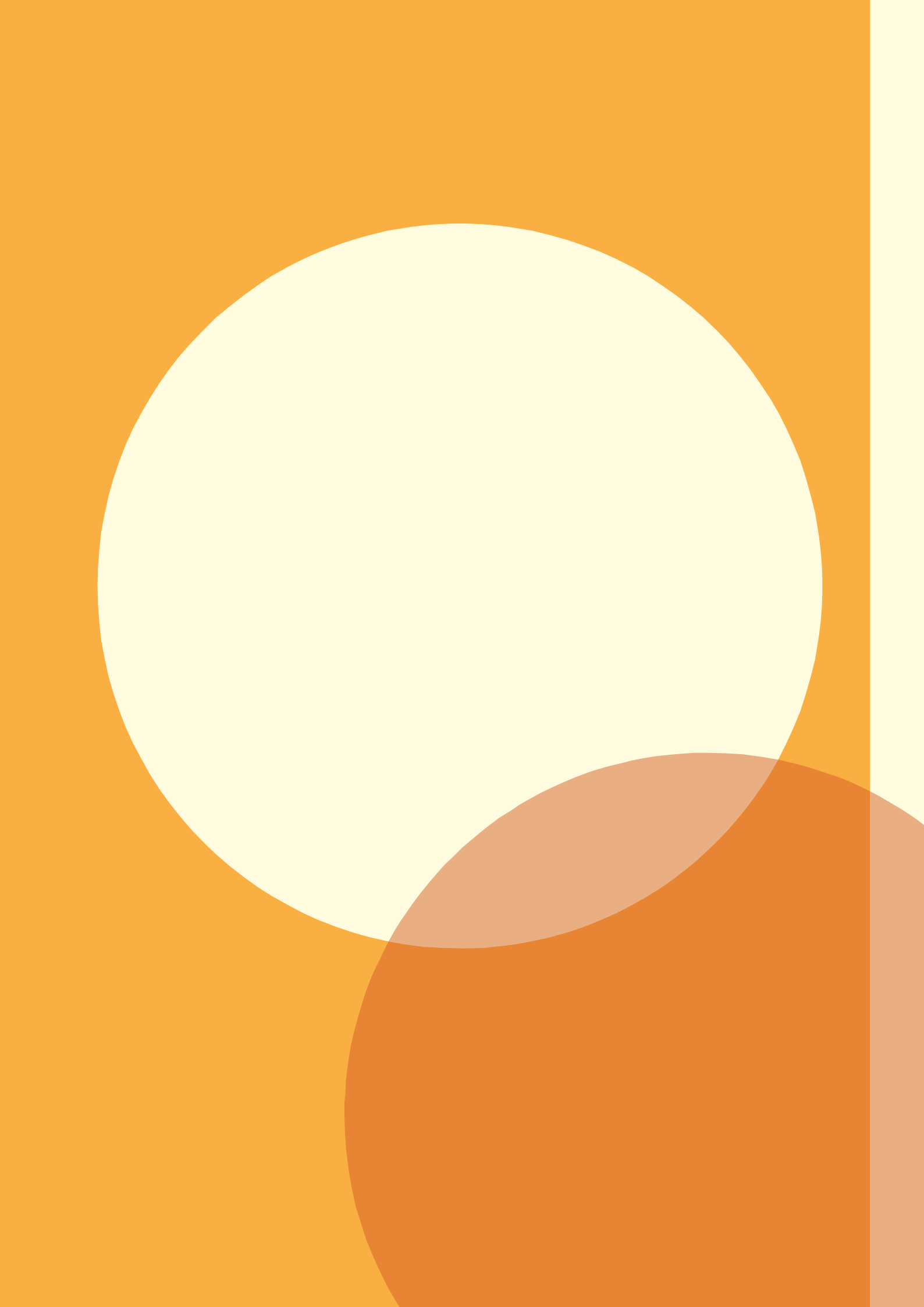
이라 하자. $\sum_{k=1}^{10}\frac{\log a_k}{k} = \log A$일 때, A의 값은? [5점]

① $\frac{3^{65}}{2^{30}}$ ② $\frac{3^{60}}{2^{25}}$ ③ $\frac{2^{65}}{3^{30}}$ ④ $\frac{2^{60}}{3^{25}}$ ⑤ $\frac{3^{60}}{2^{30}}$

21. $60^a = 5$, $60^b = 6$일 때, $12^{\frac{2a+b}{1-a}}$의 값을 구하시오. [3점]

25. 정수 d는 다음 조건을 만족시키는 등차수열 $\{a_n\}$의 공차이다.

(가) $a_1 = -2016$

(나) $\sum_{k=n}^{2n} a_k = 0$인 자연수 n이 존재한다.

모든 d의 합을 k라 할 때, k를 1000으로 나눈 나머지를 구하시오. [5점]