EBS FINAL 나형 선별 48제
by 파급효과

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수학1 수능특강 p105 예제 2번

모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$을 만족시킨다. $a_1<a_2$이고 $a_6=72$일 때, a_4의 값을 구하시오.

문제 Comment

$a_1=a$, $a_2=b$라고 두면 $a_6=5b+3a$가 나올 것이다. 'a, b가 각각 자연수임'을 이용하면 a, b를 특정하는 것이 가능할 것이다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수학1 수능특강 p110 1번

수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\begin{cases} a_{2n} = a_n \\ a_{2n+1} = a_n + 1 \end{cases}$$

을 만족시킨다. 100 이하의 자연수 k에 대하여 $a_k = 2$인 모든 자연수 k의 개수는?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

문제 Comment

n에 자연수를 대입하며 귀납적으로 규칙성을 찾는다. 약간의 정수론을 생각하면 편하다.

먼저, $a_k = 2$가 만족하는 k로 $k = 2^m + 1$을 찾아낼 수 있고,

이에 더해 $a_{2n} = a_n$을 이용하면 $a_k = 2$를 만족하는 모든 k를 찾아낼 수 있다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수학1 수능특강 p110 2번

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=5$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}3-\dfrac{5}{a_n} & (a_n\text{이 정수인 경우})\\ 2a_n-3 & (a_n\text{이 정수가 아닌 경우})\end{cases}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{50} a_n$의 값을 구하시오.

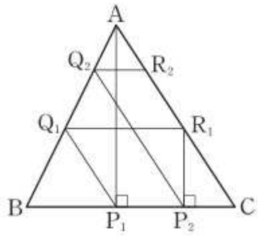
문제 Comment

끈기를 갖고 n에 자연수를 대입해가며 귀납적으로 규칙성을 찾자. 주기성이 보일 것이다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수학1 수능특강 p110 3번

그림과 같이 예각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 P_1이라 할 때, $\overline{\mathrm{AP}_1}=1$이고, P_1은 선분 BC를 3:4로 내분하는 점이다.



자연수 n에 대하여 세 점 Q_n, R_n, P_{n+1}을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 선분 BC위의 점 P_n을 지나고 직선 AC에 평행한 직선이 선분 AB와 만나는 점을 Q_n이라 한다.
(나) 선분 AB위의 점 Q_n을 지나고 직선 BC에 평행한 직선이 선분 AC와 만나는 점을 R_n이라 한다.
(다) 점 R_n에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 P_{n+1}이라 한다.

선분 $\mathrm{R}_n\mathrm{P}_{n+1}$의 길이를 l_n이라 할 때, 모든 자연수 n에 대하여

$$l_{n+1}=pl_n+q$$

가 성립한다. l_1+p+2q의 값은?

① $\frac{10}{7}$ ② $\frac{11}{7}$ ③ $\frac{12}{7}$ ④ $\frac{13}{7}$ ⑤ 2

문제 Comment

닮음비를 열심히 활용하고 l_1, l_2, $\cdots$ 을 일일이 구하는 것보다

주어진 그림에서 $\overline{\mathrm{R}_1\mathrm{P}_2}=l_n$, $\overline{\mathrm{R}_2\mathrm{P}_3}=l_{n+1}$이라 가정하고 관계식을 찾는 것이 편하다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

확률과 통계 수능특강 p12 1번

그림과 같이 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8개의 공이 있다.

이 8개의 공을 일정한 간격을 두고 원형으로 나열할 때, 서로 마주 보는 두 공에 적힌 수가 모두 서로소인 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

① 860 ② 864 ③ 868 ④ 872 ⑤ 876

문제 Comment

1부터 8까지의 자연수 중 6과 서로소인 자연수는 1, 5, 7 밖에 없다.

6을 기준으로 case 분류를 하면 보다 효율적인 문제 풀이가 가능하다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

확률과 통계 수능특강 p12 4번

전체집합 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여

$$A \cup B = U, n(A \cap B) = 2$$

를 만족시키는 두 집합 A, B의 모든 순서쌍 (A, B)의 개수는?

① 1792 ② 1820 ③ 1848 ④ 1876 ⑤ 1904

문제 Comment

집합 관련 확통 문제가 나오면 벤 다이어그램을 그리고 경계선으로 나누어지는 각 영역을 labeling하자.

이후 함수 문제를 풀 듯이 풀면 된다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

확률과 통계 수능특강 p13 7번

좌표평면 위의 점 P는 한 번 이동할 때마다 다음 네 가지 중 한 가지 방법으로 이동한다.

(가) x축의 방향으로 1만큼 평행이동한다.
(나) x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한다.
(다) y축의 방향으로 1만큼 평행이동한다.
(라) y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한다.

원점 O에서 출발한 점 P가 5번 이동한 후에 처음으로 점 $(2, 1)$에 도착하는 경우의 수는?

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

문제 Comment

5번 이동하여 x축 방향으로 2, y축 방향으로 1 이동하려면

$\{(가), (나), (다), (라)\}$ 구성으로 $\{3, 1, 1, 0\}$, $\{1, 0, 2, 1\}$만 가능하다.

확률과 통계 수능특강 p26 1번

흰 공 9개, 검은 공 9개, 파란 공 9개 중에서 9개의 공을 택하여 세 상자 A, B, C에 각각 3개씩 넣을 때, 상자 A와 상자 B에 넣은 파란 공의 총 개수가 4이고, 상자 C에 넣은 흰 공의 개수가 상자 A에 넣은 파란 공의 개수와 같은 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 구분하지 않는다.)

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

문제 Comment
올해 29번 확통 트렌드와 유사한 문제이다. 파란색 공을 기준으로 하면 보다 쉬운 문제 풀이가 가능하다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

확률과 통계 수능특강 p26 2번

같은 종류의 빵 7개와 같은 종류의 음료수 3개를 세 사람에게 남김없이 나누어 줄 때, 아무것도 받지 못하는 사람이 생기지 않도록 나누어 주는 경우의 수는?

① 227 ② 247 ③ 267 ④ 287 ⑤ 307

문제 Comment
올해 29번 확통 트렌드와 유사한 문제이다. 음료수 개수가 적으므로 음료수를 기준으로 하면 보다 쉬운 문제 풀이가 가능하다.

확률과 통계 수능특강 p26 3번

집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f 중 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는?

(가) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \geq f(x_2)$이다. (나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 4 이하이다.

① 121　　② 122　　③ 123　　④ 124　　⑤ 125

문제 Comment

부분 여사건을 이용하면 쉽다. $(나)^C$는 '함수 f의 치역의 원소의 개수는 5이다.'이기 때문이다.

부분 여사건을 이용한다는 것은 $(가) \cap (나)$를 구하기 위해 $(가) - \{(가) \cap (나)^C\}$를 이용하는 것이 편하다는 의미이다. 관련하여 대표적인 기출은 17학년도 가형 27번, 20학년도 수능 나형 29번이 있다. 이를 좀 더 학습하고 싶다면 https://orbi.kr/00028063419 의 pdf 쪽수 기준으로 10~23쪽을 참고하자.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

확률과 통계 수능특강 p28 3번

3개의 문자 x, y, z에서 중복을 허락하여 10개를 택해 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 나열하는 경우의 수는?

(가) x와 y는 한 번만 서로 이웃한다. (나) y와 z는 한 번만 서로 이웃한다. (다) z와 x는 한 번만 서로 이웃한다.

① 500　② 504　③ 508　④ 512　⑤ 516

문제 Comment
x가 배치되는 구역을 X, y가 배치되는 구역을 Y, z가 배치되는 구역을 Z라 하자.
조건을 만족하기 위한 구역 배치로는 $XYZX$, $XZYX$, $YZXY$, $YXZY$, $ZXYZ$, $ZYXZ$가 있다.
각 구역에 해당 문자를 적어도 한 개를 나열해야 하고 각 구역에 나열한 문자의 개수의 총합인 10이다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

확률과 통계 수능특강 p40 6번

집합 $U=\{1, 2, 3\}$의 공집합이 아닌 모든 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 부분집합 A, B를 택할 때, $A \subset B$일 확률은?

① $\frac{1}{7}$　② $\frac{2}{7}$　③ $\frac{3}{7}$　④ $\frac{4}{7}$　⑤ $\frac{5}{7}$

문제 Comment

21학년도 9월 평가원 가형 19번이 연계된 문제이다. 집합 관련 확통 문제가 나오면 벤 다이어그램을 그리고 경계선으로 나누어지는 각 영역을 labeling하자.

확률과 통계 수능특강 p41 1번

집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$를 정의역과 공역으로 하고 다음 조건을 만족시키는 함수 f 중에서 임의로 하나를 택할 때, 택한 함수 f 의 치역의 원소의 개수가 2일 확률은?

$f(1)+f(2)+f(3)=7$

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

문제 Comment
자연수 분할을 꼼꼼히 한 후에 조건에 맞는 함수 개수를 찾자.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

확률과 통계 수능특강 p41 3번

서로 다른 세 주머니에는 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$가 하나씩 적힌 5개의 공이 각각 들어 있다. 갑이 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낸 후, 을도 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낸다. 갑이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로 a_1, a_2, a_3 $(a_1 \le a_2 \le a_3)$이라 하고 을이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로 b_1, b_2, b_3 $(b_1 \le b_2 \le b_3)$이라 할 때, $a_i \ne b_i$인 i $(i = 1, 2, 3)$이 존재할 확률은? (단, 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{193}{200}$ ② $\frac{97}{100}$ ③ $\frac{39}{40}$ ④ $\frac{49}{50}$ ⑤ $\frac{197}{200}$

문제 Comment
여사건을 이용하면 편리하다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

확률과 통계 수능특강 p54 5번

좌표평면의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 2 이하이면 점 P를 x축의 방향으로 1만큼, 나온 눈의 수가 3 이상이면 점 P를 y축의 방향으로 1만큼 이동시키기로 한다. 한 개의 주사위를 6번 던져서 차례대로 점 P를 이동시킬 때, 점 P가 점 $(1, 2)$를 지나서 점 $(3, 3)$으로 이동될 확률은?

① $\frac{4}{81}$ ② $\frac{2}{27}$ ③ $\frac{8}{81}$ ④ $\frac{10}{81}$ ⑤ $\frac{4}{27}$

문제 Comment

독립시행을 얼마나 자유자재로 사용할 수 있는가를 물어보는 문제이다. 관련 기출로는 20학년도 수능 가형 20번이 있다. 잘 안 풀린다면 https://orbi.kr/00028507131 를 참고해보자.

확률과 통계 수능특강 p55 2번

세 개의 주사위를 동시에 한 번 던질 때, 나온 모든 눈의 수의 합을 4로 나눈 나머지가 2일 확률은?

① $\frac{13}{54}$ ② $\frac{53}{216}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{55}{216}$ ⑤ $\frac{7}{27}$

문제 Comment
세 개의 주사위를 던져 나온 숫자를 각각 4로 나눈 나머지를 각각 a, b, c라고 하자.
세 수의 합을 4로 나눈 나머지가 2가 되기 위한 (a, b, c)의 후보는 $(2, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$, $(3, 3, 0)$, $(3, 2, 1)$, $(2, 2, 2)$이다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

확률과 통계 수능특강 p71 1번

이산확률변수 X가 갖는 값은 $1, 2, 3, 4, 5$이고 이산확률변수 Y가 갖는 값은 $1, 3, 5, 7, 9$이다. 상수 a에 대하여 $P(Y=2i-1)=a\times P(X=i)+a \quad (i=1, 2, 3, 4, 5)$이고 $E(X)=\frac{10}{3}$일 때, $E(9Y+5)$의 값은?

① 45 ② 47 ③ 49 ④ 51 ⑤ 53

문제 Comment

$E(Y)=\sum_{i=1}^{5}(2i-1)P(Y=2i-1)$를 이용하자.

$E(Y)$, $V(Y)$를 정의대로 $\sum$ 식으로 표현할 줄 알아야 한다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

확률과 통계 수능특강 p85 2번

m, σ가 자연수일 때, 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X와 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따르는 확률변수 Z가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $P(32 \le X \le 35) > P(35 \le X \le 38)$
(나) $P(32 \le X \le 35) > P(29 \le X \le 32)$
(다) $P(0 \le Z \le 1) < P(33 \le X \le 35) < P(0 \le Z \le 2)$

$P(30 \le X \le 34)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.4	0.1554
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.1554 ② 0.1915 ③ 0.3413 ④ 0.4332 ⑤ 0.4772

문제 Comment
정규분포곡선의 대칭성을 활용하기 위해 그래프를 그려보자.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

확률과 통계 수능특강 p97 1번

모집단의 확률변수 X가 갖는 값은 $2, 4, a$이고, 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균 $\overline{X}$가 갖는 값은 $2, 3, 4, 5, b, a$이다. $P(\overline{X}=2)=\frac{1}{64}$, $P(\overline{X}=3)=\frac{5}{32}$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $ab\times P(X=4)$의 값은? (단, $a>b>5$)

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

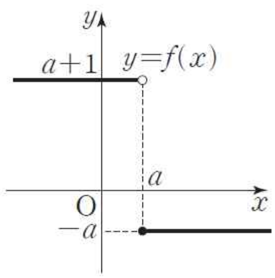
문제 Comment

$P(30\le \overline{X}\le 34)$와 같이 연속확률변수에서만 $\overline{X}$를 보다가 $P(\overline{X}=2)$와 같이 이산확률변수에서 $\overline{X}$를 보니 어떻게 문제를 풀어야 할지 모르겠는가? 표본평균 $\overline{X}$의 의미를 제대로 파악 못 한 것이다.

https://orbi.kr/00031284810/ 를 보면 단시간에 표본평균 $\overline{X}$의 의미를 깨닫고 관련 문제를 암기로 풀 필요가 없을 것이다.

수학2 수능특강 p14 8번

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. 함수 $g(x)=\begin{cases} -x\,(x<1) \\ 0\,(x=1) \\ 9-x+3\,(x>1) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x\to a}[(f(x)-2)\times g(a)]$의 값이 존재하도록 하는 모든 양수 a의 값의 합을 구하시오.



문제 Comment

극한값이 존재하려면 우극한과 좌극한이 같아야 한다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수학2 수능특강 p15 1번

함수 $f(x)=|x-2|$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x-k)-f(k+2)}{x-2}=-1$을 만족시키는 정수 k의 최솟값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

문제 Comment
극한값이 존재하려면 우극한과 좌극한이 같아야 한다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수학2 수능특강 p45 6번

최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases}-4x+2\,(x<1)\\ f(x)\,(x\geqq 1)\end{cases}$$

일 때, 실수 t에 대하여 함수 $h(t)$를 다음과 같이 정의한다.

$a\geq t+1$인 모든 실수 α에 대하여 $\dfrac{g(a)-g(t)}{a-t}$의 최댓값을 $h(t)$라 한다.

방정식 $h(t)=0$의 모든 실근이 $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{2}$일 때, $f(4)$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

문제 Comment

$\dfrac{g(a)-g(t)}{a-t}$를 점 $(a, g(a))$와 점 $(t, g(t))$을 이은 직선의 기울기로 바라보자.

20년 4월 교육청 나형 30번이 관련 기출이다.

수학2 수능특강 p62 1번

두 정수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{b}{x-a} & (x \le 1) \\ x^3+3x^2-2ax+a^2-7 & (x>1) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고, 모든 실수 t에 대하여 $x \le t$에서 함수 $f(x)$의 최댓값이 $f(t)$일 때, $a-b$의 값을 구하시오. (단, $b \ne 0$)

문제 Comment

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고, 모든 실수 t에 대하여 $x \le t$에서 함수 $f(x)$의 최댓값이 $f(t)$이려면 $f(x)$는 증가함수여야 한다. a의 범위를 변경하며 그래프 개형을 그려보고 조건에 맞는 그래프 개형을 찾아보자.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수학2 수능특강 p62 2번

다항함수 $f(x)$와 이차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$가

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (0 \le x \le 2) \\ g(x) & (2 < x \le 3) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $h(x)$에 대하여 $h(1)+h(3)$의 최솟값은?

(가) 함수 $h(x)$는 닫힌구간 $[0, 3]$에서 연속이고 열린구간 $(0, 3)$에서 미분가능하다.
(나) $h(0)=0$, $h(2)=4$
(다) $0<c<3$인 모든 실수 c에 대하여 $1 \le h'(c) \le 2$이다.

① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$

문제 Comment
평균값 정리를 활용하면 $f(x)=2x$임을 찾아낼 수 있다. 이 과정을 심도 있게 생각해보자.

수학2 수능특강 p93 5번

음이 아닌 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x \leq 2$일 때, $f(x)=3x(x-2)$이다.
(나) 모든 양수 x에 대하여 $f(x+2)=-\frac{1}{2}f(x)$이다.

자연수 n에 대하여 $\int_a^s f(x)dx=0$인 양수 s의 개수가 $2n$이 되도록 하는 양수 a의 최솟값을 a_n이라 하자. 음이 아닌 실수 t에 대하여 $F(t)=\int_0^t f(x)dx$라 할 때, $F(a_1)\times F(a_2)$의 값은?

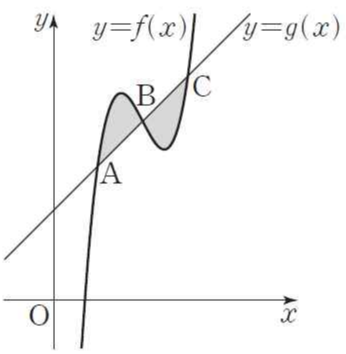
① $\frac{341}{64}$ ② $\frac{343}{64}$ ③ $\frac{345}{64}$ ④ $\frac{347}{64}$ ⑤ $\frac{349}{64}$

문제 Comment
미적분 기출인 18학년도 9월 평가원 가형 21번을 변형한 것이다. $f(x)$로부터 $F(x)$의 그래프를 그려 놓고 시작하는 것이 편하다. $f(x)$만 그려놓으면 문제를 풀다가 뇌절이 올 것이다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수학2 수능특강 p107 7번

삼차함수 $y=f(x)$의 그래프와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같이 세 점 $A(1,\ 3)$, B, $C(3,\ 5)$에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$로 둘러싸인 두 부분의 넓이가 서로 같을 때, $\int_{1}^{3}\{f(x)+g(x)\}dx$의 값은?



① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

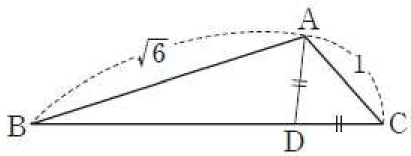
문제 Comment

$f(x)$의 식을 직접 구하려고 하면 문제 풀기가 힘들어진다. $\int_{1}^{3}\{f(x)-g(x)\}dx=0$을 이용하면 매우 편할 것이다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 p26 20번

그림과 같이 $\overline{AB}=\sqrt{6}$, $\overline{AC}=1$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC를 3 : 1로 내분하는 점을 D라 하자. $\overline{AD}=\overline{CD}$일 때, 선분 BC의 길이는?



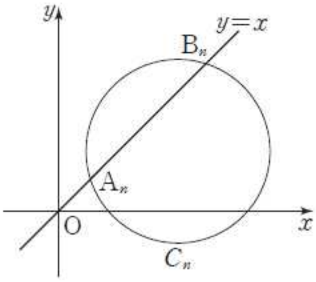
① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{17}{6}$ ③ 3 ④ $\frac{19}{6}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

문제 Comment
문항의 출제 의도는 코사인법칙을 사용하는 것이지만 더 좋은 풀이가 존재한다. 두 점 B, D에서 직선 AC위에 수선을 내리면 1 : 4 닮음 꼴을 발견할 수 있다. 이를 이용하여 피타고라스 정리를 사용하자. 비록 교육과정이 개편되며 코사인법칙을 배웠지만, 코사인법칙을 사용하기 전에 중등 기하로 풀린다면 중등 기하로 접근하자. 도형은 다양한 관점으로 접근하는 것이 좋다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 p39 24번

좌표평면에서 모든 자연수 n에 대하여 직선 $y=x$와 원 $C_n : (x-2n)^2+(y-n)^2=2n(n+1)$은 서로 다른 두 점에서 만난다. 자연수 n에 대하여 직선 $y=x$와 원 C_n의 교점을 A_n, B_n이라 할 때, $\sum_{k=1}^{8}\left(\overline{OA_k}\times\overline{OB_k}\right)$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)



문제 Comment

해설지 풀이 말고도 알아두면 좋은 풀이가 있다. 할선 정리로 x축과의 두 교점까지의 거리의 곱을 표현한 후에 원의 방정식에 $y=0$을 대입하여 근과 계수의 관계를 이용하여 간단하게 풀어보자.
아까도 언급했듯이, 중등 기하의 성질로 풀 수 있는 문항은 중등 기하의 성질로 해결해보자.

수능완성 나형 p94 23번

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 모든 순서쌍 (x, y, z)의 개수는?

(가) $x+y+z=15$
(나) xy의 값은 0 또는 짝수이다.

① 104 ② 108 ③ 112 ④ 116 ⑤ 120

문제 Comment
부분 여사건을 활용하자. 경우의 수 단원에서 이런 여사건을 찾지 못하여 본사건을 구하게 되면 계산 실수가 발생하기 쉽고, '알고도 틀리는' 불상사가 일어나기 쉽다. 간단하고 빠르게 풀 수 있는 방법을 생각하고 편하게 풀어보자.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 p101 6번

선생님 2명과 1학년 학생 1명, 2학년 학생 3명이 모두 원 모양의 식탁에 일정한 간격으로 놓인 의자 6개에 임의로 앉을 때, 1학년 학생이 적어도 1명의 선생님과 이웃하여 앉을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이고, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

문제 Comment

여사건으로 풀어보자. 1학년 1명을 일단 고정하고 1학년과 선생님 2명이 이웃하지 않을 확률을 구하여 전체 확률에서 빼자. 여사건 풀이는 상당히 강력하므로 다른 확률 문항에서도 적용할 수 있게 잘 연습해두자.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 p104 17번

6개의 자연수 1, 1, 2, 3, 4, 5를 일렬로 임의로 나열할 때, k번째에 나열된 자연수를 a_k라 하자. $a_1=1$ 또는 $a_2=2$를 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

문제 Comment

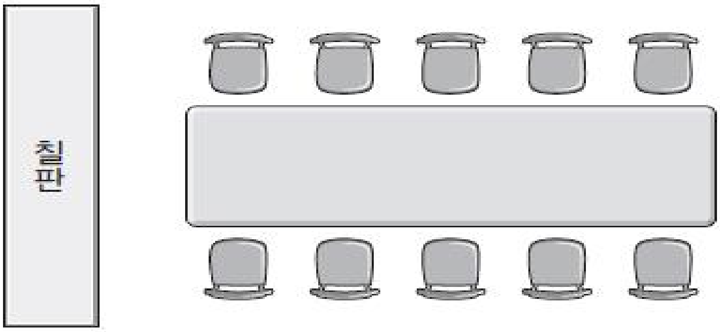
여사건 풀이가 더 효율적이고 생각할 여지도 많다. 여사건으로 접근할 때,

$a_1=2$ or $a_1=3$, 4, 5로 CASE를 나눠서 접근해야 하는데 그 이유를 곰곰이 생각해보자.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 p104 18번

그림과 같이 칠판에 수직으로 놓인 책상의 양쪽에 각각 5개씩의 의자가 서로 마주 보며 놓여 있다. 4명의 학생이 10개의 자리 중 임의로 4개를 택해 앉을 때, 어느 누구도 서로 이웃하여 앉지 않을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, 마주 보고 앉는 경우는 서로 이웃하는 경우에 포함되지 않으며, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



문제 Comment

해설지의 '다른 풀이'를 더 집중적으로 봐주자. 실제로 과거 확통 29번 기출 문항들을 보면 해설지의 '다른 풀이'를 사용하게끔 출제한 문항이 많았다.

수능완성 나형 p108 30번

숫자 1, 2, 3, 4, 5가 각각 하나씩 적혀 있는 흰 공 5개와 숫자 4, 5, 6이 각각 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행에서 나온 4개의 공에 적힌 숫자가 모두 다를 때, 검은 공이 2개 나올 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

문제 Comment
조건부확률을 이용하는 전형적인 문항이다. 반드시 숙지하도록 하자.

수능완성 나형 p118 18번

전구 2개와 스위치 1개가 있다. 모든 전구가 꺼져 있는 상태에서 스위치를 한 번 누르면 전구 1개가 켜고 한 번 더 누르면 나머지 1개의 전구도 켜지며 한 번 더 누르면 모든 전구가 꺼진다고 한다. 주사위 한 개를 던질 때마다 다음과 같은 시행을 한다.

모든 전구를 끈 상태에서 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수가 k(k=1, 2, 3, 4, 5, 6)이면 스위치를 k번 누르고 마지막에 켜져 있는 전구의 개수를 조사한다.

이와 같은 시행을 10회 반복하였을 때, 2개의 전구가 모두 켜진 결과가 나오는 횟수를 확률변수 X라 하자. $V(X)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

문제 Comment
3진법을 다소 참신하게 표현했다. 심화 문항으로 확장 가능성이 높으니 잘 도전해보자.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 실전편 1회 21번

양의 실수 t와 함수 $f(x)=-x^3+9|x|$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $P(t, f(t))$와 x축 위의 점 $Q(q, 0)$이 있다. 직선 PQ와 곡선 $y=f(x)$가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하고,

두 집합 A, B를 각각

$A=\left\{a \mid \lim_{t\to a-} g(t)=\lim_{t\to a+} g(t), a>0\right\}$,

$B=\{b \mid$ 함수 $g(t)$는 $t=b\ (b>0)$에서 불연속이다.$\}$

라 하자. $2\in(A\cap B)$일 때, 집합 B의 모든 원소의 합은? (단, q는 양의 상수이다.)

① $\frac{32}{3}+\sqrt{21}$ ② $\frac{34}{3}+\sqrt{21}$ ③ $12+\sqrt{21}$ ④ $\frac{38}{3}+\sqrt{21}$ ⑤ $\frac{40}{3}+\sqrt{21}$

문제 Comment

2가 A, B의 교집합의 원소임을 이용하여 q의 값부터 구해야 한다. CASE 분류가 중요하지만, '접하는 순간'을 먼저 고려한다면 쉽게 구할 수 있다. q의 값을 구했다면 B의 원소를 구하면 되는데, $t=q$일 때 직선 PQ는 y축과 평행하므로 $f(x)$와 만나는 점의 개수가 1이라는 점을 놓치면 안 된다.
트렌디하고 참신한 문항은 아니지만, 깔끔하게 풀어낼 수는 있어야 한다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 실전편 2회 21번

두 함수 $f(x)=2(x+1)(x-3)$, $g(x)=x(x^2-3)$에 대하여 함수 $\sum_{k=1}^{10}|f(x)-kg(x)|$가 $x=l$에서 미분가능하지 않은 모든 실수 l의 개수는?

① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

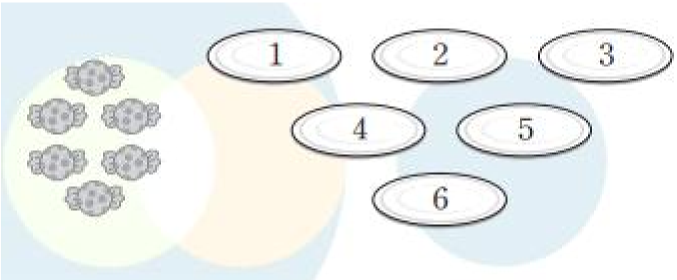
문제 Comment
많이 어려울 수 있다. 나형 기출에서 이 내용을 깊게 물어본 적이 없었기 때문이다. 이 문항에서 얻어야 할 포인트는 다음과 같다. $f(x)$가 $x=a$에서만 미분불가능이고, $g(x)$가 $x=b$에서만 미분불가능이면 $f(x)+g(x)$ 혹은 $f(x)-g(x)$는 $x=a$, $x=b$에서 미분불가능이다. (단, $a \neq b$)

나형 수준에서는 $f(x)$, $g(x)$를 위의 세팅을 맞추도록 구간에 따라 정의된 함수로 설정한 다음, $x=a$, $x=b$b에서 $f(x)\pm g(x)$의 좌미분계수와 우미분계수를 구해서 비교해보면 다르다는 것을 알 수 있다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 실전편 2회 29번

같은 종류의 사탕 6개를 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 6개의 빈 접시에 남김없이 나누어 담으려고 한다. 사탕이 담겨진 접시에 적힌 수의 합이 7 이상 17 이하가 되도록 사탕을 접시에 나누어 담는 경우의 수를 구하시오. (단, 사탕을 하나도 담지 않은 접시가 있을 수 있다.)



문제 Comment

1. 여사건 떠올릴 수 있어야 한다. 6이하 또는 18이상인 경우의 수를 세기가 훨씬 수월하다.

2. CASE를 분류해야 한다. 택하는 접시의 개수를 기준으로 CASE를 분류하는 것이 출제 의도인데, 그 이유는 택하는 접시의 개수가 n개로 같은 경우들은 동일한 중복조합 식을 사용하기 때문이다.

3. 정리하자면, '여사건 + CASE 분류 + 중복조합'이다.

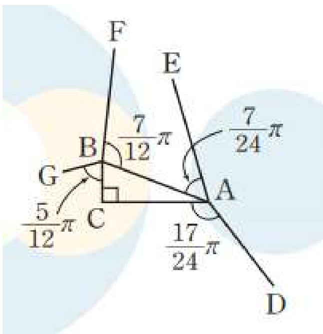
오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 실전편 2회 30번

그림과 같이 $\angle C=\frac{\pi}{2}$인 직각삼각형 ABC와 두 꼭짓점 A, B에서 그인 네 선분 AD, AE, BF, BG가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB}=\overline{AE}=\overline{BF}$, $\overline{BC}=\overline{BG}$, $\overline{AC}=\overline{AD}$
(나) $\angle BAE=\frac{7}{24}\pi$, $\angle DAC=\frac{17}{24}\pi$, $\angle FBA=\frac{7}{12}\pi$, $\angle CBG=\frac{5}{12}\pi$

$\overline{FG}^2+\overline{DE}^2=720$일 때, 선분 AB의 길이를 구하시오. (단, 모든 점은 한 평면 위에 있다.)



문제 Comment

1. 코사인법칙과 사인법칙은 그것을 언제 사용해야 할지 아는 것이 핵심이다.

2. 도형문항에서 제곱으로 표현된 조건을 본다면 코사인법칙을 한 번쯤 떠올려주자.

3. 기출에서 여럿 등장했듯이 하나의 각을 세타로 설정한다면, '$\pi-\theta$'와 '$\frac{\pi}{2}-\theta$'도 적어주는 것이 좋다.

4. 모르는 값(특히 도형에서는 길이)은 미지수를 사용할 수 있어야 한다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 실전편 3회 21번

사차함수 $f(x)=-3x^4+8x^3+6x^2-24x+16$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=f(|x|-a)$라 하고, 실수 t에 대하여 방정식 $g(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 할 때, 두 함수 $g(x)$, $h(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 어떤 정수 b에 대하여 $\lim\limits_{t\to b-}h(t)+\lim\limits_{t\to b+}h(t)=8$이고, $\lim\limits_{t\to b-}h(t)\geq\lim\limits_{t\to b+}h(t)$이다.

이때 두 상수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는 n이고, 이 순서쌍 중에서 $a+b$의 최솟값은 m, 최댓값은 M이다. $n+m+M$의 값은?

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

문제 Comment
$g(x)$가 우함수임을 파악해야 하고, $g(x)$의 그래프도 그릴 수 있어야 한다. 조건 (나)에서 중요한 것은 '정수 b'와 '부등식에서 등호가 존재한다는 점'이다. 즉, $h(b+)=h(b-)=4$여도 조건을 만족시킨다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 실전편 3회 30번

최고차항의 계수가 음수인 삼차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 집합 $A_t = \{x \mid |x-t| = f(x)+t, x\text{는 실수}\}$의 원소의 개수를 $g(t)$라 할 때, 집합 A_t와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A_{\frac{1}{3}} = \{0, a, 2\}$, $A_{\frac{5}{12}} = \{0, b, c\}$ (단, $0 < a < b < 2 < c$)
(나) 방정식 $g(t) - 3 = 0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$\int_{a+\frac{1}{2}}^{c+\frac{1}{2}} \{f(x)+x\}dx = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

문제 Comment

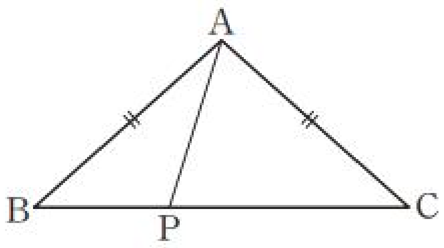
문항이 되게 복잡해보이지만 $y = |x-t|-t$와 $y = f(x)$의 교점의 개수로 접근하는 것이 출제 의도임을 파악하면 한결 쉬워진다. 조건 (가), (나)의 해석을 통해 $y = f(x)$의 '그래프'를 추론하면 되는데, 파급 수2 챕터 5에서도 배웠듯이 접할 때와 같은 특수 지점부터 살피면 된다. 답도 역시 접할 때이다. $f(x)$의 그래프와 식을 정확하게 구했다면 답은 안 구해도 된다.

수능완성 나형 실전편 4회 19번

$\overline{AB}=\overline{AC}=a$, $\overline{BC}=b$인 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

선분 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\dfrac{\overline{BP}}{\sin(\angle BAP)}+\dfrac{\overline{CP}}{\sin(\angle CAP)}$는 $\overline{AP}=4$일 때, 최솟값 12를 갖는다.

ab의 값은? (단, 점 P는 두 점 B, C가 아니고, a, b는 상수이다.)



① $16\sqrt{5}$ ② $18\sqrt{5}$ ③ $20\sqrt{5}$ ④ $22\sqrt{5}$ ⑤ $24\sqrt{5}$

문제 Comment

박스 안을 읽자마자 사인법칙 반응 와줘야 한다. $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$ 공식을 이용해서 풀 수도 있고, 선분 AB, AC가 각각 삼각형 ABP와 삼각형 APC의 외접원의 지름이 될 때 최솟값 12를 갖는다는 것을 이용해도 좋다.

수능완성 나형 실전편 4회 21번

$\alpha < a < \beta$인 실수 a에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - 3(a+1)x^2 + 12ax - 3a - 5$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 극솟값 p를 가지고, $p < 0$이다. (나) $\lim_{x \to k+} \frac{\lvert f(x) \rvert - \lvert f(k) \rvert}{x-k} \neq \lim_{x \to k-} \frac{\lvert f(x) \rvert - \lvert f(k) \rvert}{x-k}$를 만족시키는 실수 k의 개수는 1이다.

α의 최솟값을 m, β의 최댓값을 M이라 할 때, $M+m$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

문제 Comment
$\lvert f(x) \rvert$의 우미분계수와 좌미분계수가 서로 다른 지점이 하나뿐이다. $f'(x) = 0$의 근 $2a$, 2의 대소비교를 통한 CASE 분류를 하면 된다. 21번치고는 쉬운 문항이다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 실전편 4회 29번

집합 $X=\{1,2,3,4,5\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수를 구하시오.

(가) $f(x)=5$인 집합 X의 원소 x가 존재한다.

(나) $\sum_{k=1}^{5} f(k)=14$

문제 Comment

'$f(x)=5$인 x의 개수'를 기준으로 CASE를 분류해서 푸는 것이 가장 쉬운 방법. 각각의 CASE에 대해서는 중복조합을 이용해서 계산하면 된다. 'CASE분류+중복조합' 이라는 점에서 2회의 29번 문항과 매우 유사하다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 실전편 4회 30번

최고차항의 계수가 양수이고, $f(3)<0$, $f'(0)=-28$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ -f(-x) & (x<0) \end{cases}$라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고, $A=\left\{x \,\middle|\, \left|\int_2^x g(t)dt\right|=144, x\text{는 실수}\right\}$에 대하여 $3\in A$, $n(A)=7$일 때, $|f'(1)|$의 값을 구하시오.

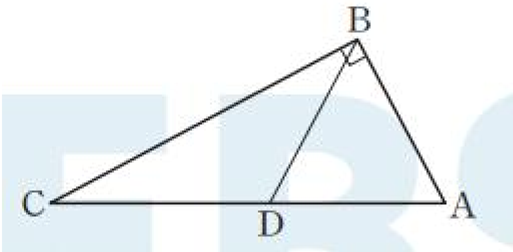
문제 Comment

주어진 조건을 통해 $g(x)$의 그래프 개형을 확정할 수 있고, $g(x)$는 기함수이다. 단, $g(x)$가 삼차함수가 아니라 서로 다른 삼차함수를 구간에 따라 이어붙인 함수이다. 즉, 다항함수가 아닌 구간에 따라 정의된 함수이다. g(x)의 그래프를 바탕으로 '$p(x)=\int_2^x g(t)dt$'의 그래프를 그리고 $p(0)=144$, $p(3)=-144$를 도출하여 이를 바탕으로 최종적으로 $f(x)$의 식을 얻으면 된다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 실전편 5회 18번

그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\angle B=90°$인 삼각형 ABC의 변 AC 위에 $\overline{AD}=1$인 점 D가 있다. 삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이가 $\sqrt{14}$일 때, 선분 AC의 길이는?



① $\frac{1+\sqrt{111}}{2}$ ② $\frac{1+\sqrt{113}}{2}$ ③ $\frac{1+\sqrt{115}}{2}$ ④ $\frac{1+3\sqrt{13}}{2}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{119}}{2}$

문제 Comment

외접원의 반지름이 주어졌으므로 당연히 삼각형 BDC에서 사인법칙을 이용해야 한다. 이때, 세 변 중에서 선분 BC를 이용한 식 '$\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin C}=2\sqrt{14}$'를 써먹으면 문항 조건을 바로 활용할 수 있다.

수능완성 나형 실전편 5회 20번

삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$에 대하여 두 함수 $g(x)$, $h(x)$는
$g(x)=f(|x|)$, $h(x)=|f(x)|$이다. 함수 $g(x)$가 $x=\alpha$에서 극값을 갖는 실수 α의 개수를 m, 함수 $h(x)$가 $x=\beta$에서 극값을 갖는 실수 β의 개수를 n이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c는 상수이다.)

< 보 기 >

ㄱ. $1 \le m \le 5$
ㄴ. n의 값은 2도 아니고 4도 아니다.
ㄷ. $b=0$, $m+n=4$일 때, $a>0$이고 c의 값의 범위는 $c \ge 0$ 또는 $c \le -\frac{4}{27}a^3$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 Comment
$g(x)$는 우함수임을 파악하자. ㄴ, ㄷ에서 여러 CASE를 스스로 따지는 능력이 중요하다. 이 유형이 어렵다면 함수가 확정되지 않는 상황의 문항을 여러 번 풀어봐야 한다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 실전편 5회 28번

각 면에 숫자 1, 2, 2, 4, 4, 4가 각각 하나씩 적혀 있는 정육면체 모양의 상자를 4번 던져서 밑면에 적힌 수를 모두 곱한 값을 T라 하자. $T=k^2$인 자연수 k가 존재할 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

문제 Comment

1과 4는 얼마나 뽑히든 전혀 영향을 주지 않는다. 이미 제곱수이기 때문이다. 따라서 2가 나오는 횟수를 기준으로 확률을 구하면 된다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

수능완성 나형 실전편 5회 29번

최고차항의 계수가 1인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=2x^3+ax+b\int_1^x g(t)dt$ (단, a, b는 상수이다.)
(나) 다항식 $f(x)$는 $(x-1)^2$으로 나누어떨어진다.
(다) $g(0)=0$

$f(2)\times g(3)$의 값을 구하시오.

문제 Comment

정적분으로 정의된 함수를 보면? 대입. 미분이다. 다항함수 문항에서 '차수'가 제시되지 않았으므로 가장 먼저 따져야 할 것은 $f(x)$, $g(x)$의 차수이다. CASE를 나눠 차수를 따져보는 연습하기에 좋은 문항이다.

오르비 파급효과 https://orbi.kr/profile/835293

페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답	페이지	답
1	표지	11	5	11	4	11	17	41	22
2	28	12	2	12	4	12	43	42	5
3	4	13	2	13	1	13	128	43	4
4	136	14	2	14	19	14	56	44	230
5	4	15	5	15	3	15	29	45	94
6	2	16	3	16	1	16	5	46	2
7	1	17	2	17	4	17	3	47	5
8	4	18	4	18	3	18	390	48	122
9	4	19	5	19	540	19	12	49	35
10	3	20	5	20	2	20	4		

EBS는 이 자료에 있는 48문제만 푼다면 21학년도 수능 EBS 연계 대비로 충분합니다.
올 한해도 수고 많으셨습니다. 2020년 12월 3일에 가감 없이 본인 실력을 발휘하길 기원합니다.
-파급효과 올림-