

01. 지수와 로그

1. 1보다 큰 세 실수 a, b, c 에 대해

$$\log_a b : \log_{bc} ac = 2 \log_a bc : 5$$

일 때, $\frac{5}{2} \log_a b - \log_a c$ 의 값은?1)

2. 1보다 큰 세 실수 a, b, c 가

$$\log_a b = \frac{\log_b c}{2} = \frac{\log_c a}{3}$$

을 만족시킬 때, $\log_a b \div \log_a c$ 의 값은?2)

3. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 10$ 일 때, $n^2 - 10n + 21$ 의 n 제곱근 중에 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은?3)

4. 길이가 $\sqrt[3]{54}$ 인 선분 AB 를 지름으로 하는 원 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} = \sqrt[3]{2}$ 이다. 점 P 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 PAH 의 넓이는 $2^a \times 3^b$ 이다. a 와 b 의 값은?4)

5. $\log_2 n$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 양수 a 의 개수를 $f(n)$ 이라 하자.

(가) $\log_2 a$ 는 정수이다.

(나) $\log_a n \times \log_n (n \times a^2)$ 은 자연수이다.

$f(n)=7$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 k 라 할 때, $\log_4 k$ 의 값을 구하시오. (단, $a \neq 1$)⁵⁾

6. 두 집합 $A = \{x \mid \log_2 x \text{ 는 자연수 } \}$,

$B = \{x \mid \log_p x \text{ 는 자연수 } \}$ 가 다음 조건을

만족시킬 때, p 의 값을 구하시오. (단, p 는 1이 아닌 양의 실수이다.)⁶⁾

(가) $A \cap B = B$

(나) $a \in A, b \in B, 2 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 1000$ 이고, $\log_a b$ 가 자연수가 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는 7이다.

02. 지수함수와 로그함수

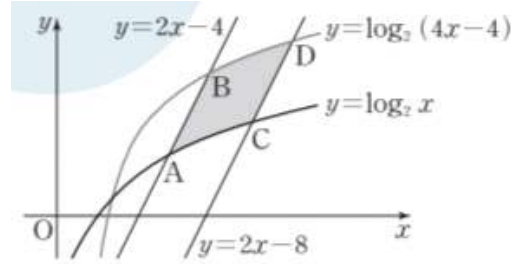
1. 정의역이 $\{x|0 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $f(x) = 2^x + 1$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. 정의역이 $\{x|0 \leq x \leq 2\}$ 인 함수 $g(x) = a - \left(\frac{1}{b}\right)^x$ 의 최댓값과 최솟값이 각각 $-m, -M$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고, $b > 0, b \neq 1$)⁷⁾

2. 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^{x-1} + b$ ($a > 0, a \neq 1$)의

역함수를 $g(x)$ 라 하자. 곡선 $y = g(x)$ 가 점 $(3, 0)$ 을 지나고 점근선이 직선 $x = -2$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.)⁸⁾

3. 함수 $y = \log_2(2x-a)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 후 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 일치한다. 함수 $y=f(x)$ 의 점근선이 직선 $y=2$ 일 때, $f(a-2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)⁹⁾

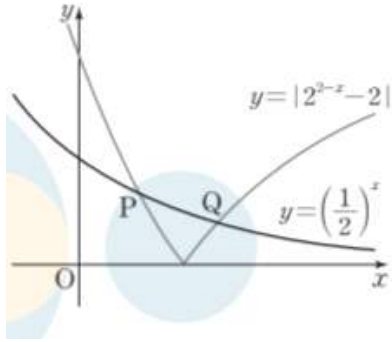
4. 그림과 같이 제1사분면에서 직선 $y=2x-4$ 가 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_2(4x-4)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=2x-8$ 이 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_2(4x-4)$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 두 선분 AB, CD와 두 곡선 $y=\log_2 x$, $y=\log_2(4x-4)$ 로 둘러싸인 색칠된 부분의 넓이는?¹⁰⁾



5. 그림과 같이 두 곡선 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = |2^{2-x} - 2|$

가 만나는 두 점을 각각

$P(x_1, y_1)$ $Q(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하자. [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?11)



[보기]

㉠. $x_1 < 1 < x_2$

㉡. $y_2 > \frac{1}{2}$

㉢. $x_1 > \frac{1}{2}$

6. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = t$ (t 는 실수)와 두 곡선 $y = \log_3 x$, $y = \log_3(x - n)$ 이 만나는 점을 각각 P , Q 라 하자. 점 Q 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 곡선 $y = \log_3 x$ 와 만나는 점을 R 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 n 의 개수를 구하시오.12)

(가) $1 \leq n \leq 50$

(나) 어떤 음이 아닌 실수 t 에 대하여 $\overline{PQ} + \overline{RQ} \geq 20$ 이다.

03. 삼각함수의 뜻과 그래프

1. $0 \leq x \leq 4\pi$ 에서 곡선 $y = \sin x$ 위에 x 좌표가 각각 $\frac{\pi}{6}$, $\frac{2}{3}\pi$ 인 두 점 P, Q가 있다. 이 곡선 위에 있으며 x 좌표가 3π 이상이고 4π 이하인 두 점 R, S를 사각형 PRSQ가 평행사변형이 되도록 잡을 때, 삼각형 QRS의 무게중심의 좌표는 (a, b) 이다. $\frac{a}{b}$ 의 값은? (13)

2. $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{3}{4}\pi$ 에서 함수 $y = \tan 2x$ 의 그래프와 직선 $y = m\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ($m > 0$)이 만나는 두 점의 x 좌표를 각각 α, β ($\alpha < \beta$)라 할 때, $\beta - \alpha = \frac{3}{4}\pi$ 이다. $3\pi m$ 의 값을 구하시오. (14)

3. $0 \leq x \leq 2$ 일 때, 그림과 같이 함수

$y = 2\sin \frac{\pi}{2}x$ 의 그래프와 x 축에 평행한 직선 l 이

서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AB} = \frac{4}{3}$ 일 때,

$\left(\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}\right)^2$ 의 값은?15)

4. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) = 2\cos \frac{\pi}{2}x$ (단, $-1 \leq x \leq 1$)

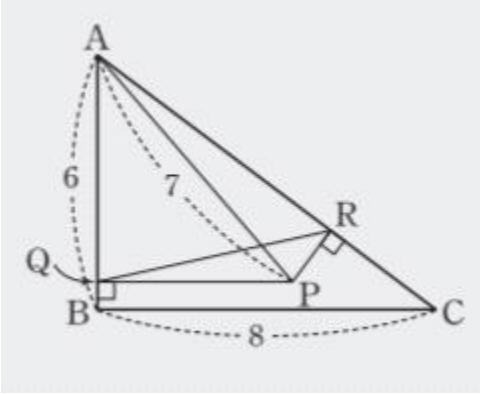
(나) 모든 실수 x 에 대하여
 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

자연수 n 에 대해서 $0 \leq x \leq 2n-1$ 에서 방정식
 $(2n-1)f(x) = 2x$ 의 서로 다른 실근의 개수가 51일
때, n 의 값을 구하시오.16)

04. 사인법칙과 코사인법칙

1. 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$ 이고

$\angle ABC = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내부에 $\overline{AP}=7$ 인 점 P 가 있다. 점 P 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 Q 라 하고, 선분 CA 에 내린 수선의 발을 R 라 할 때, 선분 QR 의 길이는? (17)

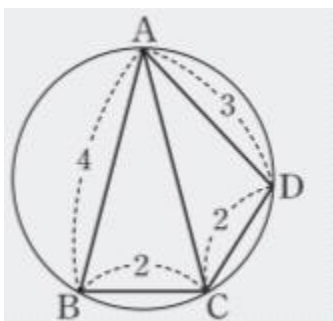


2. 삼각형 ABC 가 다음 조건을 만족시킬 때, 선분 BC 의 길이를 구하시오. (18)

$$(가) \sin A \times \sin(B+C) = \frac{9}{25}$$

(나) 반지름의 길이가 10인 원에 내접한다.

3. 그림과 같이 $\overline{AB}=4$, $\overline{BC}=2$, $\overline{CD}=2$, $\overline{DA}=3$ 인 사각형 ABCD가 원에 내접할 때, 선분 AC의 길이는?19)

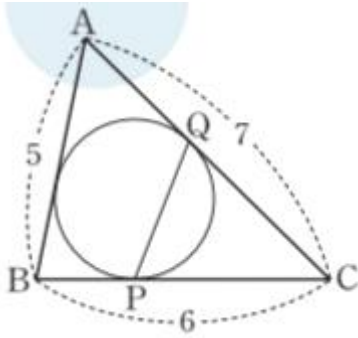


4. 삼각형 ABC가

$$3\overline{AB} + 3\overline{CA}^2 = 3\overline{BC}^2 + 2 \times \overline{AB} \times \overline{CA}$$

를 만족시킬 때, $\tan(\angle CAB)$ 의 값은?20)

5. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=6$, $\overline{CA}=7$ 인 삼각형 ABC에 내접하는 원이 선분 BC와 만나는 점을 P, 선분 CA와 만나는 점을 Q라 할 때, 선분PQ의 길이는?21)



6. 삼각형 ABC가

$\cos^2(A+B) + (\sin A + \cos B)(\sin A - \cos B) = 0$ 을 만족시킬 때, 다음 중 삼각형 ABC의 모양으로 항상 옳은 것은?22)

- ① 정삼각형
- ② $a = b \neq c$ 인 이등변삼각형
- ③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

7. 삼각형 ABC가

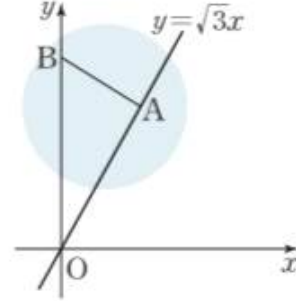
$$a \cos B = b \cos A + c$$

를 만족시킬 때, 다음 중 삼각형 ABC의 모양으로 항상 옳은 것은?23)

- ① 정삼각형
- ② $a = b$ 인 이등변삼각형
- ③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

8. 그림과 같이 직선 $y = \sqrt{3}x$ 위의 제1사분면의 점 A와 y 좌표가 양수인 y 축 위의 점 B가 있다.

$\overline{PO} = \overline{PA} = \overline{PB}$ 를 만족시키는 좌표평면 위의 점 P에 대하여 $\overline{AB} = 3$ 일 때, 선분 \overline{OP} 의 길이를 구하시오. (단, O는 원점이다.)24)

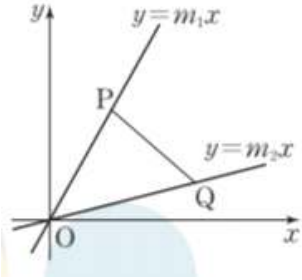


9. 두 양수 m_1, m_2 에 대하여 그림과 같이 직선 $y = m_1x$ 위의 제1사분면의 점P와 직선 $y = m_2x$ 위의 제1 사분면의 점Q가 다음 조건을 만족시킨다.

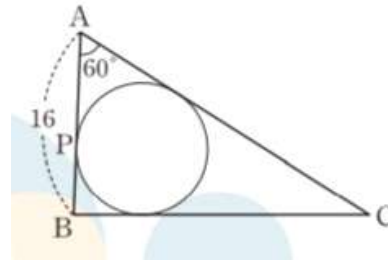
(가) 두 직선 $y = m_1x, y = m_2x$ 가 이루는
 예각의 크기는 45° 이다.

(나) $\overline{PQ} = 4$

선분 OP의 길이의 최댓값이 M 일 때, M^2 의 값을
 구하시오. (단, O는 원점이다.)²⁵⁾



10. 그림과 같이 $\overline{AB} = 16$ 이고, $\angle BAC = 60^\circ$ 인
 삼각형 ABC에 내접하는 원이 선분 AB와 만나는
 점을 P라 하자. 점 P가 선분 AB를 5:3으로
 내분하는 점일 때, 선분BC의 길이는?²⁶⁾



11. 넓이가 $8\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 반지름의 길이가 4인 원에 내접할 때, $\sin A \times \sin B \times \sin C$ 의 값은?27)

12. 넓이가 $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ 인 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

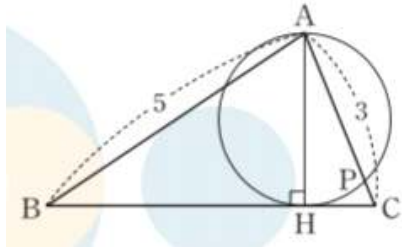
$$(가) \overline{AB} \times \overline{BC} \times \overline{CA} = 35$$

$$(나) \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 10$$

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이와 내접원의 반지름의 길이의 합은?28)

13. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=3$ 이고,

$\cos(\angle CAB) = \frac{1}{5}$ 인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서
 선분BC에 내린 수선의 발을 H라 하자. 선분AH를
 지름으로 하는 원이 선분AC와 만나는 점 중 A가
 아닌 점을 P라 할 때, 선분AP의 길이는?29)



05. 등차수열과 등비수열

1. 2와 12 사이에 k 개의 수를 넣어 만든 수열

$$2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_k, 12$$

가 이 순서대로 등차수열을 이루고 모든 수의 합이 112일 때, a_3 의 값을 구하시오. (30)

2. 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = b_1, a_5 = b_5 + 16$$

일 때, $a_{10} - b_{10}$ 의 값은? (31)

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_5 = 46$, $a_{10} = 21$ 일 때, S_n 의 최댓값은? (32)

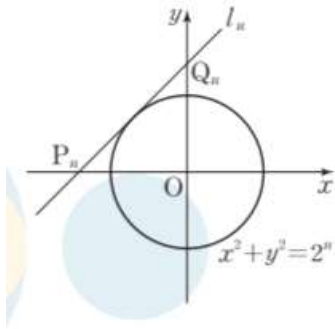
4. 두 수 $\log_2 2$, $\log_2 256$ 사이에 서로 다른 n 개의 실수를 넣어 만든 등차수열

$$\log_2 2, \log_2 a_1, \log_2 a_2, \log_2 a_3, \dots, \log_2 a_n, \log_2 256$$

의 모든 항의 합은 63이다. $\frac{a_3}{a_1}$ 의 값을

구하시오. (33)

5. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 기울기가 1이고 원 $x^2 + y^2 = 2^n$ 과 제2사분면에서 접하는 직선 l_n , 직선 l_n 과 x 축 및 y 축의 교점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자. 삼각형 $P_n O Q_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_8$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)³⁴⁾



06. 수열의 합

1. 첫째항이 4이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에

대하여 $\sum_{k=1}^8 \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}}$ 의 값은? (35)

2. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $\sum_{k=1}^{15} \frac{S_{k+1}}{S_k} = 20$ 일

때, $\sum_{k=1}^{15} \frac{a_{k+1}}{S_k}$ 의 값은? (36)

3. 첫째항이 1이고 모든 항이 양수인 수열

$\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{20} \frac{a_{k+1} - a_k}{a_k a_{k+1}} = \frac{8}{15}$ 일 때, a_{21} 의 값은? (37)

4. 부등식 $\sum_{k=1}^n (2k-1) < \sum_{k=1}^n 2^{k-1} < \sum_{k=1}^n (2k+1)$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값은? (38)

5. 첫째항이 양수이고 공차가 2인 등차수열

$\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{5}{48}$ 일 때, a_2 의
값은? (39)

6. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{4k-3} = 2n^2 + 3n$ 을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k}$ 의
값은? (40)

7. 좌표평면에서 한 변의 길이가 n (n 은 자연수)인 정사각형 $A_n B_n C_n D_n$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 꼭짓점 A_n 은 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점이고,
 꼭짓점 B_n 은 직선 $y = -x$ 위의 점이다.
- (나) 두 변 $A_n D_n, B_n C_n$ 은 x 축에 평행하고,
 두 변 $A_n B_n, D_n C_n$ 은 y 축에 평행하다.

정사각형 $A_n B_n C_n D_n$ 의 둘레와 그 내부에 있는 점 중 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를

a_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은? (41)

07. 수학적 귀납법

1. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ 을 만족시킨다.

$a_1 < a_2$ 이고 $a_6 = 72$ 일 때, a_4 의 값을 구하시오.⁴²⁾

2. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$, $a_{11} = 31$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n - 2a_{n+1} + a_{n+2} = 0$ 을 만족시킨다. $a_5 + a_6 + a_7$ 의 값은?⁴³⁾

3. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = \frac{1}{81}$,

$a_5 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$a_{n+1} = \sqrt{a_n a_{n+2}}$ 를 만족시킨다. $a_k < 100$ 을
만족시키는 자연수 k 의 최댓값은?44)

4. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에

대하여 $a_{n+1} = a_n^3 \times (-1)^n$ 을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{15} a_k$ 의
값은?45)

5. 3 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 각 자리의 숫자가 1, 2, 3, 4, 5 중 하나인 n 자리 자연수 중에서 연속하는 세 숫자가 모두 다른 자연수의 개수를 a_n 이라 할 때,

$$a_3 = p, a_{n+1} = qa_n \text{을 만족시킨다.}$$

예를 들어, 13542는 연속하는 세 숫자가 135, 354, 542이므로 연속하는 세 숫자가 모두 다른 5자리 자연수이고, 12524는 연속하는 세 숫자 125, 252, 524중 252에 숫자 2가 두 번 포함되므로 연속하는 세 숫자가 모두 다른 5자리 자연수가 아니다.

$p+q$ 의 값을 구하시오.⁴⁶⁾

6. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 2 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $0 < a_1 < 2$ 이고 $\sum_{k=1}^{30} a_k = \frac{3}{2}$ 일 때,

a_1 의 값은?⁴⁷⁾

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에

대하여 $\begin{cases} a_{2n} = a_n \\ a_{2n+1} = a_n + 1 \end{cases}$ 을 만족시킨다.

100이하의 자연수 k 에 대하여 $a_k = 2$ 인 모든
자연수 k 의 개수는?48)

8. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 5$ 이고, 모든 자연수 n 에
대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 3 - \frac{5}{a_n} & (a_n \text{이 정수}) \\ 2a_n - 3 & (a_n \text{이 정수가 아님}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{50} a_n$ 의 값을 구하시오.49)

9. 그림과 같이 예각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 P_1 이라 할 때, $\overline{AP_1} = 1$ 이고, P_1 은 선분 BC 를 $3:4$ 로 내분하는 점이다. 자연수 n 에 대하여 세 점 Q_n, R_n, P_{n+1} 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 선분 BC 위의 점 P_n 을 지나고 직선 AC 에 평행한 직선이 선분 AB 와 만나는 점을 Q_n 이라 한다.
- (나) 선분 AB 위의 점 Q_n 을 지나고 직선 BC 에 평행한 직선이 선분 AC 와 만나는 점을 R_n 이라 한다.
- (다) 점 R_n 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 P_{n+1} 이라 한다.

선분 R_nP_{n+1} 의 길이를 l_n 이라 할 때, 모든 자연수 n 에 대하여 $l_{n+1} = pl_n + q$ 가 성립한다.

$l_1 + p + 2q$ 의 값은? (50)

빠른 정답

01. 지수와 로그

- 1) 1
- 2) $\frac{1}{2} \times \sqrt[3]{6}$
- 3) 25
- 4) $a = \frac{7}{6}, b = -2$

- 5) 6
- 6) 8

02. 지수함수와 로그함수

- 7) $-\frac{1}{2}$
- 8) 29
- 9) $\frac{5}{2}$
- 10) 4
- 11) \neg, \square
- 12) 33

03. 삼각함수의 뜻과 그래프

- 13) $-\frac{47}{3}\pi$
- 14) 8
- 15) $\frac{17}{5}$
- 16) 26

04. 사인법칙과 코사인법칙

- 17) $\frac{28}{5}$
- 18) 12
- 19) 4
- 20) $2\sqrt{2}$

21) $\frac{8}{7}\sqrt{7}$

22) ⑤

23) ③

24) 3

25) 32

26) 26

27) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

28) $\frac{5}{3}\sqrt{3}$

29) $\frac{18}{7}$

05. 등차수열과 등비수열

30) 4

31) 36

32) 469

33) $2^{\frac{14}{13}} (= 4^{\frac{7}{13}})$

34) 510

06. 수열의 합

35) $\sqrt{5} - 1$

36) 5

37) $\frac{15}{7}$

38) 5

39) 6

40) $\frac{10}{41}$

41) 2954

07. 수학적 귀납법

42) 28

43) 48

44) 9

45) -1

46) 63

47) $\frac{7}{4}$

48) 21

49) 136

50) $\frac{13}{7}$

수고했어요!!!

Made by 스-[868667]

선별좌표 by 파급효과[835293] @ 오르비

<https://m.cafe.naver.com/spreadeffect>

선별좌표 링크: <https://orbi.kr/00029295119>