

2019학년도 대학수학능력시험 대비 한달음모의고사 1회

수학 영역 (나 형)

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
 - 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 첫 마음을 잃지 말자 그리고 성공하자**
참혹하게 아름다운 첫 마음으로
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

출제진

임현진
최용진
김영준
박기태
김재환
이한석
김슬기

검토진

권민준
유어진
류원형
박기태
박준범
김영준
임현진
최용진

한글음

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $27^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

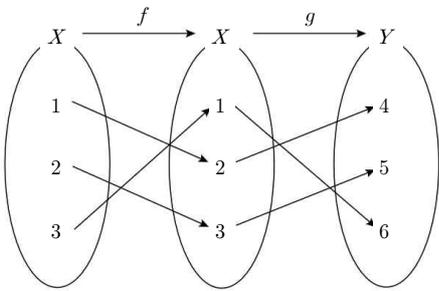
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} - 4^n}{5^n + 2^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

3. 두 집합 $A = \{a, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, b+1\}$ 가 $A \subset B$ 를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [2점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

4. 그림은 두 함수 $f : X \rightarrow X$, $g : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



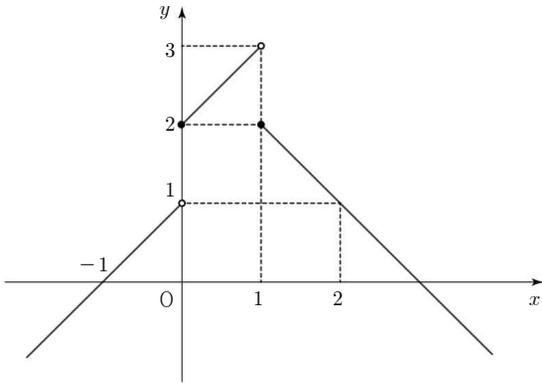
$(g \circ f^{-1})(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

2

수학 영역(나형)

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

6. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{15}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

7. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : x^2 - 8x + 12 \leq 0$$

$$q : |x - a| < \frac{7}{3}$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 닫힌 구간 $[1, 9]$ 에서 정의된 함수 $y = -\sqrt{x+a}$ 의 최댓값이 5일 때, 최솟값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

10. 다항식 $(x^2+a)^6$ 의 전개식에서 x^8 의 계수가 240일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

9. $\int_1^2 (8x^3 + 6x - 1)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 38 ② 41 ③ 44 ④ 47 ⑤ 50

4

수학 영역(나형)

11. 확률변수 X 의 확률분포표는 다음과 같다.

X	1	2	5	10	합계
$P(X=x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	a	b	1

$E(X) = 4$ 일 때, $E\left(\frac{1}{a}X + \frac{1}{b}\right)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

12. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^5 a_{2k} = 60, \quad \sum_{k=1}^9 a_{2k-1} = 270$$

을 만족시킬 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

13. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2$ 이 극대가 되는 점의 x 좌표를 a , 극소가 되는 점의 x 좌표를 b 라 할 때,

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c)$$

를 만족시키는 모든 실수 c 의 값의 곱은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

14. 다음은 어느 고등학교 3학년 학생들이 2019 학년도 대학수학능력 시험에서 불 사회탐구 영역의 신청 과목을 조사한 표이다.

과목명	생활과 윤리	윤리와 사상	한국 지리	세계 지리	합계
비율(%)	40	23	24	13	100

이 고등학교 3학년 전체 학생 중 150명을 임의로 뽑아 2019 학년도 대학수학능력시험에서 불 사회탐구 영역을 조사하였을 때, 생활과 윤리를 불 학생이 54명 이상이고 69명 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

[4점]

- ① 0.7745 ② 0.8185 ③ 0.8351 ④ 0.9104 ⑤ 0.9270

6

수학 영역(나형)

15. 1이 아닌 서로 다른 두 양수 a, b 에 대하여 밑과 진수에 따른 로그의 값을 표로 나타내면 다음과 같다.

진수 밑	a	b	$\frac{a}{b}$
a	k_1	k_2	k_3
b	k_4	k_5	k_6
$\frac{a}{b}$	k_7	k_8	k_9

예를 들어, $\log_a b = k_2$ 이다. $k_7 + k_8 = 2$ 일 때, $\sum_{i=1}^9 k_i$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

16. 첫째항이 a 인 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ -a_n + 2n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{16} = 8$ 일 때, a 의 값은? [4점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

17. 사차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{(x-n)^n} = n \quad (n=1, 2)$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

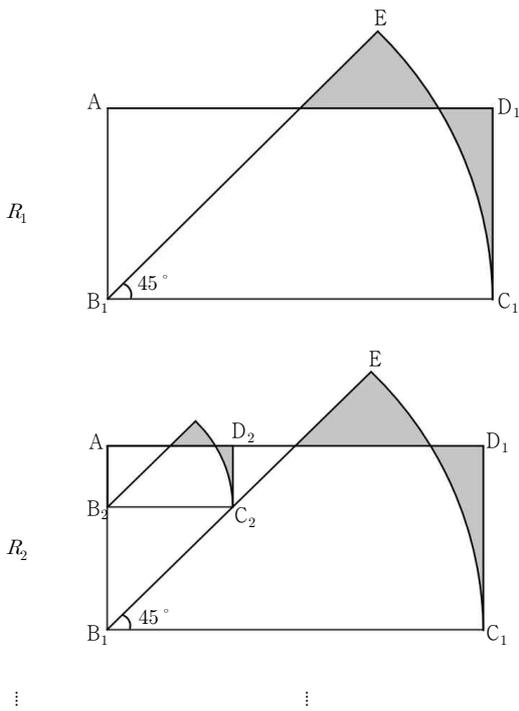
18. 1부터 9까지의 자연수를 다음 규칙에 따라 일렬로 나열하는 경우의 수는? [4점]

(가) 1보다 9를 왼쪽에 나열한다.

(나) 소수 다음에는 짝수를 나열한다.

- ① 720 ② 900 ③ 1080 ④ 1260 ⑤ 1440

19. 가로 길이가 $2\sqrt{3}$, 세로 길이가 $\sqrt{3}$ 인 직사각형 $AB_1C_1D_1$ 가 있다. 그림과 같이 중심이 B_1 , 반지름의 길이가 $\overline{B_1C_1}$ 이고 중심각의 크기가 45° 인 부채꼴 BCE 를 호 CE 가 선분 AD 와 만나도록 그리고, 선분 B_1E , 선분 AD_1 와 호 C_1E 로 둘러싸인 부분과 선분 AD_1 , 선분 C_1D_1 와 호 C_1E 로 둘러싸인 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
- 그림 R_1 에 점 A , 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 선분 B_1E 위의 점 C_2 와 선분 AD_1 위의 점 D_2 를 꼭짓점으로 하고 가로 길이와 세로의 길이의 비가 $2:1$ 인 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
- 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{9}{16}(15-6\sqrt{3}-\pi)$ ② $\frac{9}{8}(15-6\sqrt{3}-\pi)$
 ③ $\frac{9}{4}(15-6\sqrt{3}-\pi)$ ④ $\frac{9}{16}(12-3\sqrt{3}-\pi)$
 ⑤ $\frac{9}{8}(12-3\sqrt{3}-\pi)$

20. 무게가 1인 추 4개, 무게가 2인 추 2개와 양팔 저울이 있다. 왼쪽 저울을 A, 오른쪽 저울을 B라 할 때, 1, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 3장의 카드를 사용하여 다음의 시행을 한다.

3장의 카드 중에서 임의로 1장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드에 적힌 수가 홀수이면 양팔 저울에 올리지 않은 추 중 무게가 적은 추 1개를 A에 놓고, 짝수이면 양팔 저울에 올리지 않은 추 중 무게가 적은 추 1개를 B에 놓는다.

위의 시행을 반복하여 양팔 저울에 추 6개를 모두 놓았더니 양팔 저울이 수평을 이루었을 때, 양팔 저울에 추 6개를 모두 놓는 동안 양팔 저울이 수평을 이룬 횟수가 2일 확률을 구하는 과정의 일부이다. (단, 무게의 단위는 g 이고 첫 번째 추를 놓기 전 양팔 저울이 수평을 이룬 것은 횟수에 포함하지 않는다.)

양팔 저울에 추 6개를 모두 놓은 후 수평을 이룬 확률을 p_1 이라 할 때, p_1 은 '(i) A에 무게가 1인 추 4개, B에 무게가 2인 추 2개를 놓을 확률', '(ii) A와 B에 각각 무게가 1인 추 2개와 무게가 2인 추 1개를 놓을 확률', '(iii) A에 무게가 2인 추 2개, B에 무게가 1인 추 4개를 놓을 확률'을 모두 더하면 된다.

(i)의 경우 :
 확률은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다.

(ii)의 경우:
 확률은 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

(iii)의 경우:
 확률은 $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^2$ 이다.

그러므로 $p_1 = \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}} + \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^2$ 이다.

한편 양팔 저울에 추 6개를 모두 놓았더니 저울이 수평을 이루고 추 6개를 놓는 동안 수평을 이룬 횟수가 2일 확률을 p_2 라 할 때, p_2 는 $\boxed{\text{(나)}}$ 에서 수평을 이루는 횟수가 3일 확률을 뺀 확률이다. 그러므로 $p_2 = \boxed{\text{(나)}} - \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때,

$3^6 \times \frac{ab}{c}$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

21. $1 \leq a \leq 10$, $1 \leq b \leq 10$ 인 두 자연수 a , b 에 대하여
함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x-1} + b & (x < 0) \\ \frac{b}{x+1} + a & (x \geq 0) \end{cases}$$

일 때, 방정식 $f(x) = (f \circ f)(x)$ 가 서로 다른 두 실근을 갖도록
하는 a , b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]

- ① 71 ② 73 ③ 75 ④ 77 ⑤ 79

단답형

22. ${}_4C_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^2(x+1)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이

$$S_n = n^3 + 1$$

일 때, $a_1 + a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$(x-1)f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 곡선 $y = x^2 - 6x + 4$, $y = -x^2$ 으로 둘러싸인 부분의

넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 A 에 대하여

$$\{1, 2, 3\} \subset A, \quad \{1, 2, 4, 5\} \subset A^C$$

을 만족시키는 모든 집합 A 의 개수를 구하시오. [4점]

28. 좌표평면 위에서 상하 또는 좌우 방향으로 한 번에 1만큼씩 움직이는 점 P 가 있다. 원점을 출발한 점 P 가 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 영역에서 6번 움직여서 도착한 위치가 점 $A(2, 2)$ 이 되는 경우의 수를 구하시오. [4점]

29. 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{4}k\right)^2 + \frac{1}{6}k$ 와 직선 $y = t$ 가

서로 다른 두 점에서 만날 때, 두 점 중 x 좌표가 더 작은 점의 좌표를 $P(f(t), t)$, x 좌표가 더 큰 점의 좌표를 $Q(g(t), t)$ 라 하자.

이 곡선 위의 점 P에서의 접선과 점 Q에서의 접선이 각각 y 축과 만나는 점의 y 좌표의 합을 $h(t)$ 라 할 때, 두 함수 $f(t)$ 와 $h(t)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 k 의 개수는 a 이다. $10a$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $|f(x) - f(t)|$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하지 않은 실수 a 의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 불연속인 모든 정수 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)라 할 때, $\frac{1}{2}\left\{\lim_{t \rightarrow \alpha_1} g(t) + \lim_{t \rightarrow \alpha_m+} g(t)\right\} \int_0^{\alpha_m} f(x) dx = -\alpha_m \int_1^3 f'(x) dx$ 이다.

자연수 n 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $h(x)$ 가

$$h(x) = \begin{cases} \frac{1}{3^{n-1}} f(x-2n+2) & (2n-2 \leq x < 2n-1) \\ -\frac{1}{3^{n-1}} \{f(x-2n+1) - 4\} & (2n-1 \leq x < 2n) \end{cases}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = \int_0^{2n} h(x) dx$ 라 할 때, $m + g(\alpha_1) + \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]