정답 및 해설

저자 소개

서울 영일고등학교 졸업
연세대학교 화학과 재학 중
前 차영진 연구실 교재개발실장
前 D&T 컨텐츠개발팀 소속

제헌이X 모의고사 특징

1. [평가원에서 출제하는 표현 100% 구현]
기출 문제들을 분석하여 어떤 표현을 사용하였나,
더 쉽고 명료한 표현은 없는가에 대해 여러 번 고민하였고,
평가원과 동일한 방법으로 글꼴, 크기를 지정,
수식의 로만체/이탤릭체의 구분, 그리고 그림과 그래프 제작을
일러스트레이터를 사용함으로써 실제 시험지와 같은 느낌을
받도록 하였습니다.

2. [Xclusive를 소개합니다.]
'Xclusive'는 29번을 포함한 '공간도형과 공간벡터' 단원의 문항을
약간 힘주어 만든 모의고사로, 이 단원의 문제가 수능에서
어렵고 낯설게 다가왔을 때를 대비하고 싶은 학생들을 위한
모의고사입니다.
그렇다고 미적분 단원을 쉽게 출제했다는 뜻은 아닙니다. 실전
연습에 충분히 도움이 될 만한 모의고사입니다.
4회분이며 2017학년도 수능 대비로 출간된 제헌이 모의고사
ver.2의 문항 일부를 다듬은 버전입니다. 즉, 제헌이
모의고사 ver.2의 리마스터 버전이라고 생각하시면 됩니다.

3. [단원 밸런스 적극 고려]
각 회차마다 교과서 단원은 물론. 출제 문항의 함수, 내용 등
출제 소재에 대한 밸런스를 고려하여 제작하였습니다. 각
회차의 문제에 쓰인 단원 출제 표와 모의고사를 풀고난 뒤
부가적인 컨텐츠 등을 활용하시길 바랍니다.

2019학년도
제헌이X 1회 해설

1	④	**2**	①	**3**	②	**4**	⑤	**5**	⑤
6	③	**7**	①	**8**	②	**9**	④	**10**	⑤
11	③	**12**	②	**13**	①	**14**	④	**15**	④
16	⑤	**17**	③	**18**	①	**19**	②	**20**	③
21	①	**22**	90	**23**	4	**24**	65	**25**	22
26	15	**27**	5	**28**	145	**29**	18	**30**	9

1.
$\log_2 2x + \log_4 x = 1 + 3\log_4 x = 4$
$\Leftrightarrow\ \log_4 x = 1$
$\therefore\ x = 4$

2.
확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(18,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르므로
$\mathrm{V}(X) = 18 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 4$이다.

3.
$\int_1^2 f'(x)dx = f(2) - f(1) = \frac{a}{4} - a = -\frac{3}{4}a = 1$
따라서 $a = -\frac{4}{3}$이다.

4.
$\vec{a} = (1,\ 2,\ -1)$, $\vec{b} = (2,\ 0,\ 1)$에서
$(\vec{a} + \vec{b}) = (3,\ 2,\ 0)$이므로
$\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = (1,\ 2,\ -1) \cdot (3,\ 2,\ 0) = 3 + 4 = 7$
이다.

5.
$\mathrm{P}(X=1)$의 값은 6개의 공 중 2개의 공을 꺼내었을 때, 검은 공 1개, 흰 공 1개가 뽑힐 확률과 같으므로 $\frac{{}_4\mathrm{C}_1 \times {}_2\mathrm{C}_1}{{}_6\mathrm{C}_2} = \frac{8}{15}$이다.

6.
두 구의 중심 $(1,\ 0,\ 0)$과 $(2,\ 0,\ a)$ 사이의 거리는 두 구의 반지름의 길이의 합 2와 같다.
$\sqrt{(2-1)^2 + a^2} = 2$, $a^2 = 3$이므로
$a = \sqrt{3}\ \ (a > 0)$이다.

7.
$\lim_{x \to 3} \frac{e^{f(x)} - e^{f(3)}}{x - 3} = e^{f(3)} \times f'(3)$이므로
답은 $e^1 \times 2 = 2e$이다.

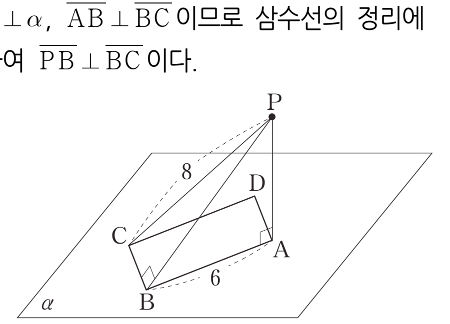
8.
i) 양 끝에 놓인 두 수의 합이 2인 경우
양 끝에 놓인 수는 1과 1이 가능하므로 이 사이에 나열되는 수는 1, 1, 2, 2, 3이다.
따라서 $\frac{5!}{2!2!} = 30$가지이다.
ii) 양 끝에 놓인 두 수의 합이 3인 경우
양 끝에 놓인 수는 일렬로 나열했을 때 순서대로 2와 1 또는 1과 2가 가능하므로 이 사이에 나열되는 수는 1, 1, 1, 2, 3이다.
따라서 $2 \times \frac{5!}{3!} = 2 \times 20 = 40$가지이다.
i, ii에서 답은 70가지이다.

9.
두 점 A, B의 x좌표를 각각 x_1, x_2라 하면 방정식 $(x-5)^2 = 8x$ 의 두 실근이 각각 x_1, x_2이다.
따라서 두 근의 합 $x_1 + x_2 = 18$이다.
이때, 구하려는 $\overline{\mathrm{AF}} + \overline{\mathrm{BF}}$ 의 값은 포물선의 정의에 의하여 $(x_1 + 2) + (x_2 + 2) = 22$이다.

10.
함수 $f(x) = a^x + b$에 대하여 $f(1) = 1$이므로
$a + b = 1$이고, $\lim_{x \to -\infty} \{f(x) + 2\} = 0$이므로
$b = -2$이고, $a = 3$이다.
따라서 $f(2) = a^2 + b = 9 - 2 = 7$이다.

11.
$f'(x) = \ln x + 1$에서 $x = \frac{1}{e}$에서 극솟값을 갖는다.
$\int f'(x)dx = \int (\ln x + 1)dx = x\ln x + C$이다.
(단, C는 적분상수)
이때, 함수 $f(x)$는 극솟값 0을 가지므로
$f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}\ln\frac{1}{e} + C = 0\ \Leftrightarrow\ C = \frac{1}{e}$이다.
$\therefore\ f(e) = e\ln e + \frac{1}{e} = e + \frac{1}{e}$

12.
$\overline{\mathrm{PA}} \perp \alpha$, $\overline{\mathrm{AB}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$이므로 삼수선의 정리에 의하여 $\overline{\mathrm{PB}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$이다.



$\overline{\mathrm{PC}}^2 = \overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2$이고,
$\overline{\mathrm{PB}}^2 = \overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{AB}}^2$이므로
$\overline{\mathrm{PC}}^2 = \overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2$이다.
이때, 선분 PD의 길이는 $\sqrt{\overline{\mathrm{PA}}^2 + \overline{\mathrm{BC}}^2}$의 값과 같으므로 답은 $\sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$이다.

13.
$n(S) - n(A^C) = 8$이므로 $n(A) = 8$이다.
$\mathrm{P}(A) = \frac{2}{3}$에서 $\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$이므로
$n(S) = 12$이다.

14.
선분 AB가 평면 $z = 2$와 만나는 점을 P라 할 때, 점 P는 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이다.
따라서 $a = \frac{2 \times 1 + 4}{3}$, $b = \frac{2 \times 2 - 1}{3}$
이다. $a = 2$, $b = 1$, $c = 2$이므로 답은 5이다.

15.
도함수 $f'(x)$가 $x = 0$에서 연속이어야 하므로
$f'(0) = \cos 0 = 1$, $\lim_{x \to 0+} f'(x) = f(0)$
즉, $f(0) = 1$이다.
곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $\left(\frac{\pi}{4},\ f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$에서의 접선의 방정식은
$y = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + f\left(\frac{\pi}{4}\right)$이고, $x \ge 0$일 때,
$f(x) = \sin x + 1$이므로 $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$이다.
따라서 $g(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$이므로
$g(-1) = 1 - \frac{\sqrt{2}}{8}\pi$이다.

16.
직선 OA의 방정식을 $y = h_1(x)$라 하면
$h_1(1) = a$이므로 $\tan\theta = a$이다.
$\therefore\ f(\theta) = \tan\theta$
원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식은 $(\cos\theta)x + (\sin\theta)y = 1$이므로
$y = \frac{-(\cos\theta)x + 1}{\sin\theta}$이다.
$\therefore\ p = 1$
원 $x^2 + y^2 = 1$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식을 $y = h_2(x)$라 하면
$b = h_2\left(\frac{1}{2}\right)$이므로 $b = \frac{-\cos\theta + 2}{2\sin\theta}$이다.
이때, $a = 3b$를 $\cos\theta$와 $\sin\theta$로 나타내면
$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} == \frac{-3\cos\theta + 6}{2\sin\theta}$
$2\sin^2\theta = -3\cos^2\theta + 6\cos\theta$이다.
따라서 $g(\theta) = -3\cos^2\theta + 6\cos\theta$이다.
$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, $g\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{4} + 3 = \frac{9}{4}$이므로 답은 $\frac{13}{4}$이다.

17.
ㄱ. 평균이 5이므로
$G(4) = \mathrm{P}(X \ge 5) = \frac{1}{2}$이다. (O)
ㄴ. $G(t) - G(t+2) = \mathrm{P}(t+1 \le X \le t+3)$
이므로 $t = 3$일 때, 최댓값은

$\mathrm{P}(4 \le X \le 6) = \mathrm{P}\left(-\frac{1}{2} \le Z \le \frac{1}{2}\right) = 0.38$

이다. (X)

ㄷ. $\sum_{k=1}^{8} G(k) = G(1)+G(2)+\cdots+G(8)$에서

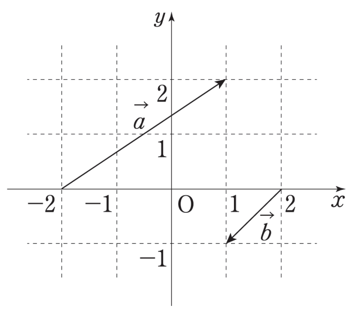
$G(4)=0.5$이고 $G(3)+G(5)=1$,

$G(2)+G(6)=1$, $G(1)+G(7)=1$이다.

$G(8)=\mathrm{P}(X \ge 9)=\mathrm{P}(Z \ge 2)=0.03$이므로

$\sum_{k=1}^{8} G(k)=3.53$이다. (O)

18.



위 그림에서 $\vec{a}=(3,\ 2)$, $\vec{b}=(-1,\ -1)$이다.

직선 AC의 방향벡터는

벡터 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$의 방향벡터이므로

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{a}+t\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{BC}}=t\vec{a}+\vec{b}$에서

$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(t+1)(\vec{a}+\vec{b})=(2t+2,\ t+1)$이다.

따라서 방향벡터는 $(2,\ 1)$이다.

직선 BC의 방향벡터는 $(3t-1,\ 2t-1)$이다.

직선 AC와 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 α라 하면 $\tan\alpha=\frac{1}{2}$, 직선 BC와 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 β라 하면

$\tan\beta=\frac{2t-1}{3t-1}$이므로

$|\tan(\alpha-\beta)|=\left|\frac{\frac{1}{2}-\frac{2t-1}{3t-1}}{1+\frac{1}{2}\times\frac{2t-1}{3t-1}}\right|=\frac{1}{2}$이다.

$\left|\frac{\frac{1}{2}-\frac{2t-1}{3t-1}}{1+\frac{1}{2}\times\frac{2t-1}{3t-1}}\right|=\left|\frac{t-1}{8t-3}\right|=\frac{1}{2}$을

만족시키는 t의 값은 $t=\frac{1}{2}$ 또는 $t=\frac{1}{6}$이다.

따라서 $p+q=\frac{2}{3}$이다.

참고) $t=\frac{1}{2}$이면 직선 BC의 방향벡터는

$\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$이고 직선 AC의 방향벡터는 $(2,\ 1)$이므로

두 직선이 이루는 각 θ에 대하여 $\tan\theta=\frac{1}{2}$이다.

19.

남학생 3명이 꺼낸 카드에 모두 문자가 적혀 있는 사건을 A라 하면 $\mathrm{P}(A)=\frac{{}_4\mathrm{P}_3\times 2!}{5!}=\frac{2}{5}$

여학생 2명이 꺼낸 카드에 모두 숫자가 적혀 있는 사건을 B라 하면 $\mathrm{P}(B)=\frac{{}_4\mathrm{P}_2\times 3!}{5!}=\frac{3}{5}$이다.

이때, 사건 $A\cap B$에서 남학생 1명은 반드시 A가 적힌 카드를 뽑아야 하고, 여학생 1명은 반드시 1이 적힌 카드를 뽑아야 하므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1\times 3!}{5!}=\frac{3}{10}$이다.

따라서 $\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

20.

$t\ge 2$에서 곡선 $y=f(x)$의 길이는

$\int_2^t \sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx=f(t)+\frac{t^2}{4}-4$이다.

$t=2$일 때, $0=f(2)-3$이므로 $f(2)=3$이다.

또, 양 변을 t에 대하여 미분하면

$\sqrt{1+\{f'(t)\}^2}=f'(t)+\frac{t}{2}$이다.

양 변을 제곱하면

$1+\{f'(t)\}^2=\{f'(t)\}^2+\frac{t^2}{4}+tf'(t)$

$\Leftrightarrow\ tf'(t)=1-\frac{t^2}{4}$

따라서 $f'(t)=\frac{1}{t}-\frac{t}{4}\ \ (t\ge 2)$이다.

i) $f(0)=3$, $f(2)=3$이므로 $0\le x\le 2$에서 곡선 $f(x)=3$이므로 곡선 $y=f(x)$의 길이는 2이다.

ii) $2\le x\le 8$에서 곡선 곡선 $y=f(x)$의 길이는

$\int_2^8 \sqrt{1+\left(\frac{1}{x}-\frac{x}{4}\right)^2}\,dx=\int_2^8 \sqrt{\left(\frac{1}{x}+\frac{x}{4}\right)^2}\,dx$

$=\int_2^t \left(\frac{1}{x}+\frac{x}{4}\right)dx=\left[\ln x+\frac{x^2}{8}\right]_2^8$

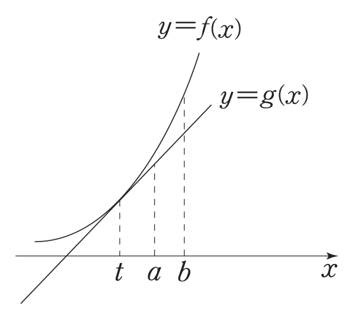
$=2\ln 2+\frac{15}{2}$ 이다.

i, ii에서 $0\le x\le 8$에서 곡선 $y=f(x)$의 길이는 $2\ln 2+\frac{19}{2}$ 이다.

21.

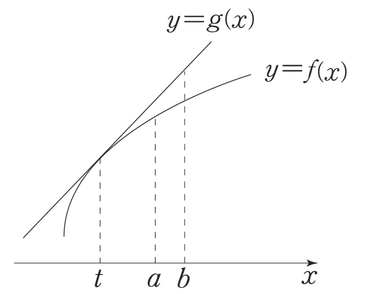
그림과 같이 일반적으로 아래로 볼록한 함수 $f(x)$의 그래프 위의 점에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 할 때, 접점을 $(t,\ g(t))$라 하자.

이때, $t\le a<b$인 임의의 두 실수 $a,\ b$에 대하여 $g(a)<f(b)$를 만족시킨다.



이와는 반대로, 위로 볼록한 함수 $f(x)$의 그래프 위의 점에서의 접선을 $y=g(x)$라 할 때, 접점을 $(t,\ g(t))$라 하자. 이때, $t\le a<b$인 임의의 두 실수 $a,\ b$에 대하여 $f(a)<g(b)$를 만족시킨다.

즉, 문제에서 항상 $f(a)<g(b)$를 만족시키려면 구간 $(t,\ \infty)$에서 다음과 같이 함수 $f(x)$의 그래프는 위로 볼록 이어야 한다.



따라서 $f(x)$의 이계도함수를 구하자.

$f'(x)=2\ln x\times\frac{1}{x}+\frac{k}{x}$

$f''(x)=\frac{2}{x^2}+2\ln x\times\left(-\frac{1}{x^2}\right)-\frac{k}{x^2}$

$=\frac{2-2\ln x-k}{x^2}$

따라서 $\ln x=\frac{2-k}{2}\Leftrightarrow x=e^{\frac{2-k}{2}}$의 좌우에서 이계도함수 $f''(x)$의 부호가 바뀐다.

$e^{\frac{2-k}{2}}=e^{-3}$이므로 $k=8$이다.

22.

$\left(x-\frac{3}{x^2}\right)^5=\sum_{k=0}^{5}{}_5\mathrm{C}_k x^k\left(-\frac{3}{x^2}\right)^{5-k}$의

${}_5\mathrm{C}_k x^k\left(-\frac{3}{x^2}\right)^{5-k}$에서 $k=3$일 때,

${}_5\mathrm{C}_3 x^3\times\frac{9}{x^4}=\frac{90}{x}$이므로 $x\left(x-\frac{3}{x^2}\right)^5$에서

상수항은 90이다.

23.

$f'(x)=\frac{3x^2(x+2)-x^3}{(x+2)^2}$이므로 $f'(-1)=4$이다.

24.

$a(a+b+c+d)=10$에서 $1\times 10=2\times 5=10$임을 고려하면 $a=1$ 또는 $a=2$이다.

i) $a=1$일 때, $b+c+d=9$이어야 하므로

${}_3\mathrm{H}_9=55$

ii) $a=2$일 때, $b+c+d=3$이어야 하므로

${}_3\mathrm{H}_3=10$

이다. i, ii에서 답은 $55+10=65$이다.

25.

이 입체도형의 부피 V를 $V=\int_0^1 S(x)dx$라 하면

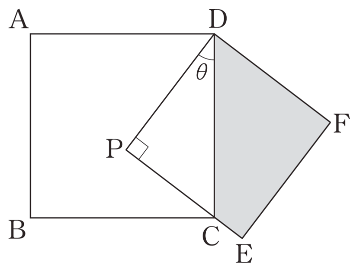
$S(x)=6x^2+20$이므로

$V=\int_0^1(6x^2+20)dx=[2x^3+20x]_0^1=22$이다.

26.

아래 그림에서 $\overline{\mathrm{CD}}=1$, $\angle\mathrm{DPE}=\frac{\pi}{2}$이므로

$\overline{\mathrm{PC}}=\sin\theta$, $\overline{\mathrm{DP}}=\cos\theta$이다.



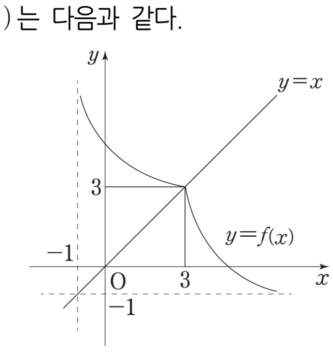
정사각형의 DPEF 의 넓이에서 삼각형 DPC의 넓이를 뺀 값이 $f(\theta)$이다. 정사각형 DPEF의 한 변의 길이가 $\cos\theta$이므로 정사각형의 넓이는 $\cos^2\theta$, 삼각형 DPC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{DP}}\times\overline{\mathrm{PC}}=\frac{1}{2}\cos\theta\sin\theta$이다.
그러므로 $f(\theta)=\cos^2\theta-\frac{1}{2}\cos\theta\sin\theta$이다.
$f'(\theta)=-2\cos\theta\sin\theta+\frac{1}{2}\sin^2\theta-\frac{1}{2}\cos^2\theta$이므로
$f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{4}$이다.
$a=-\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{4}$이므로 $48(a^2+b^2)=15$이다.

27.
점 P의 좌표를 $(x,\ y)$라 하면 $\tan\alpha=\frac{y}{x}$,
$\tan\beta=\frac{y}{5-x}$이므로
$\tan\alpha\times\tan\beta=\frac{y^2}{x(5-x)}=2$이다.
$x\neq0,\ x\neq5$이므로 곡선 C는
$C:y^2=-2x^2+10x$이고, $a^2=-2+10=8$,
$a=2\sqrt{2}$이다. (점 P가 제1사분면 위의 점이기 때문에 a의 값은 양수이다.)
또 $y^2=-2x^2+10x$을 음함수의 미분법을 이용하여 $\frac{dy}{dx}$의 값을 구하면
$2y\times\frac{dy}{dx}=-4x+10$에서 $x=1,\ y=2\sqrt{2}$를 대입하면 $\frac{dy}{dx}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$이다.
따라서 접선의 방정식은
$y=\frac{3\sqrt{2}}{4}(x-1)+2\sqrt{2}$, 이 직선의 y절편은 $\frac{5\sqrt{2}}{4}$이다.
$\therefore\ ab=2\sqrt{2}\times\frac{5\sqrt{2}}{4}=5$

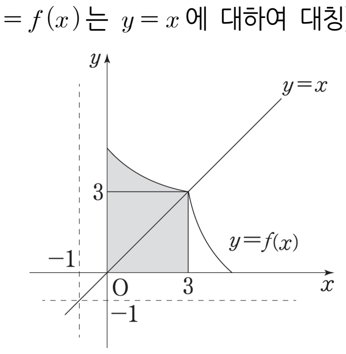
28.
신뢰구간의 길이 x는 $x=2\times2\times\frac{3}{\sqrt{n}}$이고,
신뢰구간은 $11-2\times\frac{3}{\sqrt{n}}\leq m\leq11+2\times\frac{3}{\sqrt{n}}$
이므로 $\frac{6}{\sqrt{n}}=\frac{1}{2}$이다. 따라서 $n=144$,
$x=1$이다. $n+x=145$이다. ($n>100$이므로 충분히 큰 n에 대하여 표본표준편차를 모표준편차 대신 사용할 수 있다.)

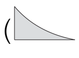
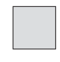
29.
점 E의 좌표를 $(0,\ 0,\ a)$라 하자.
$\overrightarrow{\mathrm{FE}}=(-1,\ 1,\ 1)$에서 점 F의 좌표를
$(1,\ -1,\ -1+a)$라 할 수 있다. 이때,
$\overrightarrow{\mathrm{FG}}=(2,\ 1,\ 0)-(1,\ -1,\ -1+a)$
$=(1,\ 2,\ 1-a)$이고, $\overrightarrow{\mathrm{FG}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{FE}}=0$이므로
$\overrightarrow{\mathrm{FG}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{FE}}=-1+2+1-a=0$
따라서 $a=2$이다.
점 E의 좌표가 $(0,\ 0,\ 2)$이므로 점 F의 좌표는 $(1,\ -1,\ 1)$이다.
그러므로 $\overline{\mathrm{FG}}=\sqrt{6}$, $\overline{\mathrm{FE}}=\sqrt{3}$이다.
또, $\overrightarrow{\mathrm{FE}}=\overrightarrow{\mathrm{GH}}$이므로 점 H의 좌표를 구하면 $(1,\ 2,\ 1)$이다. 직선 OD의 방향벡터가 $\vec{u}=(2,\ 1,\ 2)$이므로 점 D의 좌표를 $(2k,\ k,\ 2k)$라 하면
$\overrightarrow{\mathrm{DH}}=(2k-1,\ k-2,\ 2k-1)$이다.
$\overrightarrow{\mathrm{DH}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{GH}}=0$이므로
$(2k-1,\ k-2,\ 2k-1)\cdot(-1,\ 1,\ 1)=0$이다.
따라서 $-2k+1+k-2+2k-1=k-2=0$, 즉 $k=2$이다. $\overline{\mathrm{DH}}=3\sqrt{2}$이므로 이 직육면체의 부피는 $\sqrt{6}\times\sqrt{3}\times3\sqrt{2}=18$이다.

30.
주어진 조건에서 $f(3)=3$이므로 $\frac{a}{2}+b=3$이다.
$-1<x\leq3$일 때, $f(x)=\frac{a}{\sqrt{x+1}}+b$이므로
양 변을 미분하면
$f'(x)=-\frac{a}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$이다. 이때, 구간 $(-1,\ 3)$에서 $f'(x)<0$이다.
$x>3$일 때 $f(x)=f^{-1}(x)$이므로 곡선 $y=f(x)$는 다음과 같다.



이때, 곡선 $y=f(x)$와 두 좌표축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 11이므로 아래 색칠된 영역의 넓이는 10이다.
(곡선 $y=f(x)$는 $y=x$에 대하여 대칭)



( 도형의 넓이가 1,  도형의 넓이가 9)
$\therefore\ \int_0^3 f(x)dx$
$=\int_0^3\left(\frac{a}{\sqrt{x+1}}+b\right)dx$
$=\left[2a\sqrt{x+1}+bx\right]_0^3$
$=2a+3b$
$=10$
이때, $\frac{a}{2}+b=3$와 연립하면 $a=2,\ b=2$이다.
$f'(6)$의 값을 구하기 위해서 $x>3$일 때의 $f(x)$를 구하면 $y=\frac{2}{\sqrt{x+1}}+2$의 역함수와 같으므로 $(x-2)^2=\frac{4}{y+1}$,
$y=\frac{4}{(x-2)^2}-1$이다.
따라서 $x>3$일 때, $f'(x)=-\frac{8}{(x-2)^3}$이므로
$f'(6)=-\frac{1}{8}$이다. $\therefore\ p+q=9$
한편, 역함수의 미분법을 이용해서 $f'(6)$을 구할 수 있다. $f(k)=6$이라 하면
$\frac{2}{\sqrt{k+1}}+2=6$이므로 $k=-\frac{3}{4}$이다.
$f'\left(-\frac{3}{4}\right)\times f'(6)=1$이고,
$-1<x\leq3$에서
$f'(x)=-\frac{1}{(x+1)\sqrt{x+1}}$이므로
$f'\left(-\frac{3}{4}\right)=-8$이다. 따라서
$(-8)\times f'(6)=1$이므로 $f'(6)=-\frac{1}{8}$이다.
$\therefore\ p+q=9$