

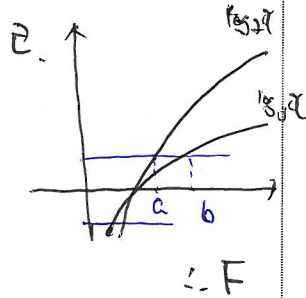
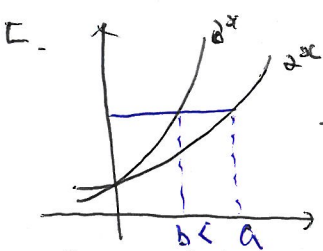
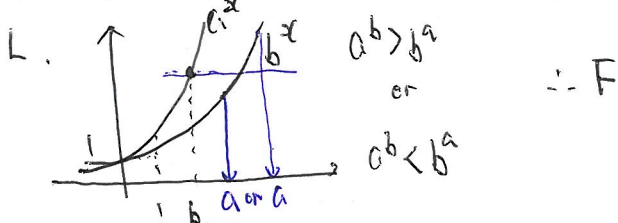
2일차 과제

1. 1이 아닌 양수 a, b 에 대하여 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

보기	
ㄱ. $a > b > 1$ 이면	$\log_a b < \log_b a$
ㄴ. $a > b > 1$ 이면	$a^b < b^a$
ㄷ. $2^a = 3^b$ 이면	$a > b$
ㄹ. $\log_2 a = \log_3 b$ 이면	$a > b$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

ㄱ. $\log_b a > \log_b b = 1, \log_a a = 1 > \log_a b \therefore T$



2. $1 < x < 4$ 일 때,

$$A = \log_2 x^2, B = (\log_2 x)^2, C = \log_2 (\log_2 x)$$

의 대소 관계는?

- ① $A > B > C$ ② $B > A > C$
 ③ $B > C > A$ ④ $C > A > B$
 ⑤ $C > B > A$

이전 $x=2$ 해도 돼.

but, graph 볼일은 아니겠.

3. 다음 식의 값을 구하여라.

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{3}{2}\pi + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) &= \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\left(\frac{3}{2}\pi + \frac{\pi}{6}\right) &= -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) &= -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \\ \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) &= -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{6}\right) &= \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

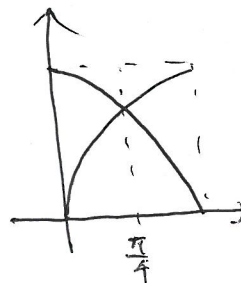
$\therefore -\frac{1}{2}$

4. $0 < x < \frac{\pi}{4}, 0 < y < \frac{\pi}{4}$ 일 때, 두 식

$$A = x \sin y + y \sin x, B = x \cos x + y \cos y$$

의 대소를 비교하여라. (단, $x \neq y$)

$$A - B = x(\sin y - \cos x) + y(\sin x - \cos y)$$



$$\sin y < \cos x$$

$$\sin x < \cos y$$

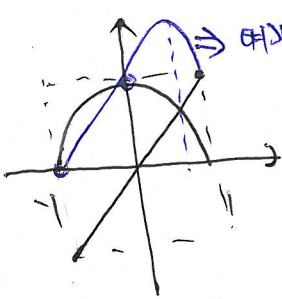
$$\therefore A - B < 0$$

2일차 과제

5. 함수 $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ 의 극댓값은? (단, $x > 0$)

- ① 0 ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{2}-2$ ⑤ $2\sqrt{2}$

그래프를 관찰하면, 직선 + 반원 비가.



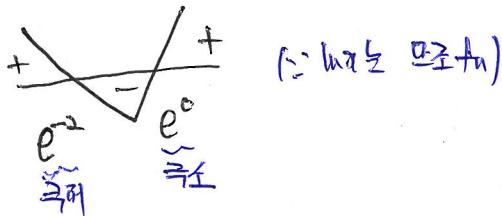
→ 여가 +이
 직선과 반원 비
 $x = \sqrt{1-y^2}$
 $x^2 = \frac{1}{2}$, $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\therefore \sqrt{2}$

6. 함수 $f(x) = x(\ln x)^2$ 의 극댓값과 극솟값의 합은?

- ① $\frac{2}{e^2}$ ② $\frac{4}{e^2}$ ③ $\frac{1}{e}$
 ④ 1 ⑤ e

$$f'(x) = (\ln x)^2 + 2 \cdot x \cdot \ln x - \frac{1}{x}$$

$$= \ln x (\ln x + 2)$$



$$f(e^{-2}) + f(1) = \frac{4}{e^2}$$

$$\therefore \frac{4}{e^2}$$

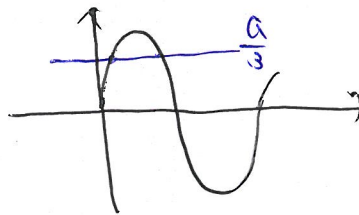
7. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 + 3\sin x + x$ 의 그래프가 변곡점을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-6 < a < -3$ ② $-6 \leq a \leq -3$ ③ $-3 < a < 3$
 ④ $-3 \leq a \leq 3$ ⑤ $3 < a < 6$

$$f'(x) = ax + 3\cos x + 1$$

$$f''(x) = a - 3\sin x$$

$$\sin x = \frac{a}{3} \text{ 를 풀면}$$



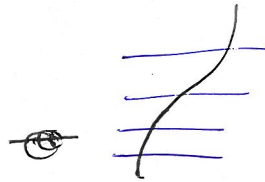
$f''(x)$ 의 부호변화가
 있어야 함

$$\therefore -1 < \frac{a}{3} < 1$$

8. 함수 $f(x) = x^5 + ax^2 + bx + c$ 의 변곡점의 개수를 구하여라.
 (단, a, b, c 는 실수이다.)

$$f'(x) = 5x^4 + 2ax + b$$

$$f''(x) = 20x^3 + 2a$$

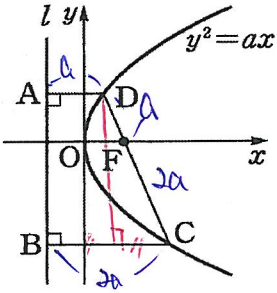


$f''(x)=0$ 의 근은 부호변 1개

$$\therefore 1\text{개}$$

2일차 과제

9. 아래쪽 그림의 포물선 $y^2 = ax$ 에서 점 F는 초점이고 직선 l 은 준선이다. 사다리꼴 ABCD의 넓이가 $192\sqrt{2}$ 이고 $\overline{DF} : \overline{CF} = 1 : 2$ 일 때, 선분 CD의 길이를 구하여라. (단, $a > 0$)



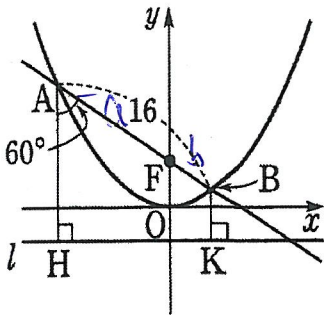
$$a^2 + a^2 = 9a^2$$

$$\therefore a = 2\sqrt{2}a$$

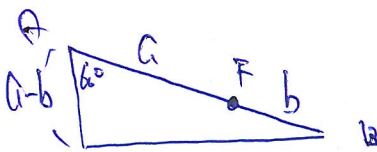
$$S_{ABCD} = \frac{a+2a}{2} \times 2\sqrt{2}a = 192\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{CD} = 24$$

10. 아래쪽 그림과 같이 포물선의 초점 F를 지나는 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 두 점 A, B에서 준선 l 에 내린 수선의 발을 각각 H, K라 하자. $\overline{AB} = 16$, $\angle FAH = 60^\circ$ 일 때, \overline{BK} 의 길이를 구하여라.



$$\overline{AF} = a, \overline{BF} = b$$



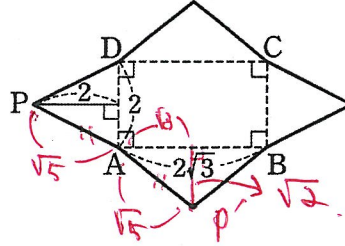
$$a+b=16$$

$$a-b=2$$

$$\therefore \overline{BK} = 4$$

$$b = 4$$

11. 아래쪽 그림과 같은 전개도를 접어서 사각뿔을 만들려고 한다. $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AD} = 2$ 이고 삼각형 PAD의 높이가 2일 때, 이 사각뿔에서 옆면 PAB와 밑면 ABCD가 이루는 각의 크기를 구하여라.

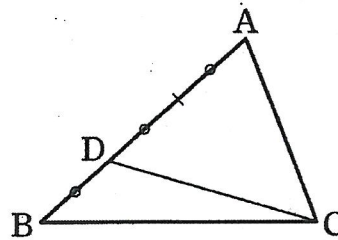


$$\Delta PAB \text{의 넓이 } S = \sqrt{3}$$

$$\text{정사영된 } S' = \frac{1}{4} \times S_{ABCD} = \sqrt{3}$$

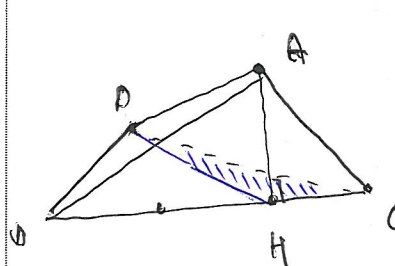
$$\cos \theta = \frac{S'}{S} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \therefore \frac{\sqrt{3}}{3}$$

12. 아래쪽 그림과 같이 삼각형 ABC에서 변 AB를 삼등분하는 점 중에서 점 B와 가까운 점을 D라 하고, 선분 CD를 접는 선으로 하여 꼭짓점 A의 평면 BCD 위로의 정사영이 선분 BC를 삼등분하는 점 중 꼭짓점 C와 가까운 점이 되도록 접을 때, ΔADC 와 ΔBCD 가 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. 이때 $\cos \theta$ 의 값을 구하여라.



$$\Delta ABC \text{의 넓이} = S$$

$$\Delta ADC \text{의 넓이} = \frac{2}{3}S$$



$$\Delta CDH \text{의 넓이} = \frac{1}{3}S - \frac{1}{3}S = \frac{1}{3}S$$

$$\frac{2}{3}S \times \cos \theta = \frac{1}{3}S \quad \therefore \cos \theta = \frac{1}{6}$$

2일차 과제

13. 평면 $2x+y-z=1$ 의 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC가 있다. 정삼각형 ABC의 평면 $x-2y-z=2$ 위로의 정사영의 넓이를 구하여라.

$$\vec{h}_1 = (2, 1, -1), \quad \vec{h}_2 = (1, -2, -1)$$

$$\text{예각의 } \cos\theta = \left| \frac{2-2+1}{\sqrt{6}\sqrt{6}} \right| = \frac{1}{6}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 \times \frac{1}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

14. 두 구 $x^2+y^2+(z-1)^2=4$, $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1$ 이 만날 때 생기는 원을 포함하는 평면을 α 라 하자. 평면 α 와 xy 평면이 이루는 예각의 크기를 구하여라.

$$\text{해! } 2g + 2z = 4 \quad \text{또는 } \pi\pi$$

$$\alpha = 2g + 2z = 7$$

$$\vec{h}_1 = (0, 2, 2), \quad \vec{h}_2 = (0, 0, 1)$$

$$\cos\theta = \left| \frac{2}{2\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \frac{\pi}{4}$$

15. 7개의 문자 A, A, A, B, B, C, D를 일렬로 나열할 때, C와 D가 이웃하지 않도록 나열하는 방법의 수는?

- ① 60 ② 80 ③ 120
④ 200 ⑤ 300

1st. A, A, A, B, B 나열

$$\frac{5!}{3!2!} = 10$$

2nd. \checkmark 1 \checkmark 2 \checkmark 3 \checkmark 4 \checkmark 5 \checkmark

$$4C_2 \times 2! = 30$$

$$30 \times 10 = 300$$

$$\therefore 300$$

16. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하여라.

- (가) $f(3)$ 의 값은 홀수이다.
(나) $x < 3$ 이면 $f(x) > f(3)$ 이다.
(다) $x > 3$ 이면 $f(x) < f(3)$ 이다.

① $f(3) = 3$: $f(1), f(2) > 3$, 3^2
 $f(4), f(5), f(6) < 3$, 2^3

$$9 \times 8 = 72$$

② $f(3) = 5$; $f(1), f(2) > 5$, 1^2
 $f(4), f(5), f(6) < 5$, 4^3

$$1 \times 64 = 64$$

$$72 + 64 = 136$$

$$\therefore 136$$

2일차 과제

17. $(x + \frac{1}{x^n})^{10}$ 의 전개식에서 상수항이 존재하도록 하는 자연수 n 의 최댓값을 구하여라.

$(x + \frac{1}{x^n})^{10}$ 에서 차승변화
 \downarrow
 r 번 \rightarrow $10-r$ 번
 $10-r$ 번 \rightarrow r 번
 $x^r \times (x^{-n})^{10-r} = x^{r-10+nr}$
 변조근, 피안, 바꾸자.
 $x^{10+r} \times (x^{-n})^r = x^{10-(n+1)r}$
 $(n+1)r = 10$ 이므로 r 는 짝수
 최댓값이면 n 은 9 \therefore 9

18. $(1+x) + (1+x)^2 + \dots + (1+x)^{10}$ 의 전개식에서 x 의 계수는?

- ① 11 ② 22 ③ 33
- ④ 44 ⑤ 55

$1C_1 + 2C_1 + 3C_1 + \dots + 10C_1 = 11C_2$
 변, 베카스틱 풀이해.

$(\begin{matrix} rC_r + (r-1)C_r + \dots + 1C_r = (r+1)C_{r+1} \\ rP_r + (r-1)P_r + \dots + 1P_r = \frac{1}{r+1} (r+1)P_{r+1} \end{matrix})$
 오계 더 조아.

19. 빨간 공 3개와 노란 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 색깔을 확인하고 다시 집어넣는 것을 1회 시행이라 하자. 빨간 공이 나오면 1점, 노란 공이 나오면 2점을 얻을 때, 5회의 시행에서 7점을 얻을 확률은?

- ① ${}_5C_1(\frac{3}{7})(\frac{4}{7})^4$ ② ${}_5C_2(\frac{3}{7})^2(\frac{4}{7})^3$
- ③ ${}_5C_3(\frac{3}{7})^3(\frac{4}{7})^2$ ④ ${}_5C_4(\frac{3}{7})^4(\frac{4}{7})$
- ⑤ ${}_5C_5(\frac{4}{7})^5$

검 딱 빨간공 3번, 노란공 2번이.

$$(\frac{3}{7})^3 \times (\frac{4}{7})^2 \times {}_5C_3$$

\therefore ③

20. 3부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 8개의 공이 들어있는 상자에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 소수가 적힌 공이면 동전을 3번, 짝수가 적힌 공이면 동전을 4번 던진다. 이때 동전의 앞면이 3번 나올 확률을 구하여라.

베카스틱

① 소수 나와서 3번 던질 때,

$$\frac{3}{8} \times (\frac{1}{2})^3$$

② 짝수 나와서 4번 던질 때,

$$\frac{4}{8} \times (\frac{1}{2})^4 \times \frac{1}{2} \times 4C_3$$

$$\text{①} + \text{②} = \frac{3}{84} + \frac{1}{8}$$

$$\therefore \frac{11}{84}$$